

THÈSE

Pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE GRENOBLE

Spécialité : **Sciences de la Terre et Univers, Environnement**

Arrêté ministériel : 7 août 2006

Présentée par

« **Fabien ALBINO** »

Thèse dirigée par « **Philippe LESAGE** » et
codirigée par « **Virginie PINEL** »

préparée au sein du **Laboratoire ISTerre**
dans l'**École Doctorale TERRE UNIVERS ENVIRONNEMENT**

Modélisation des interactions magma-encaissant : Application aux zones de stockage et aux conduits de volcans andésitiques

Thèse soutenue publiquement le « **07 Janvier 2011** »,
devant le jury composé de :

Mr, Laurent, BAILLET

Professeur à l'Université Joseph Fourier, ISTerre (Grenoble), Président

Mr, Jean-François, LÉNAT

Physicien, LMV (Clermont-Ferrand), Rapporteur

Mr, Steve, TAIT

Professeur à l'Université Paris 7, IPGP (Paris), Rapporteur

Mr, Thomas, WALTER

Chercheur permanent, GFZ (Potsdam), Membre

Mme, Valérie, CAYOL

Chargé de Recherche, LMV (Clermont-Ferrand), Invitée



Remerciements

Je dédie cette thèse à ma mère, sans qui je ne serai pas là aujourd'hui. Elle m'a toujours soutenu dans mon parcours et m'a donné le goût du savoir et de la curiosité. Je remercie en premier Virginie Pinel pour m'avoir fait confiance tout au long de cette thèse. Je suis reconnaissant envers tous ceux qui ont contribué à ce travail, et plus spécialement Hélène Massol et Freysteinn Sigmundsson. Un grand Merci aussi aux anciens thésards, Pierre-François, Olivier et Aurélie pour leur accueil au début de ma thèse et leur bonne humeur. Et aux nouvelles, Estelle, Laurence et Elodie avec leur bureau qui pétillait à tout heure de la journée. Ainsi qu'à tous les collègues du Batiment Belledonne où il fait bon vivre (malgré le froid...). Enfin, une très grosse pensée pour mes amis de Chambéry, et plus spécialement à Alice, Marion et Damien qui m'ont supporté tout au long de cette thèse, me réconfortant dans les moments de doute. Avec vous, trois ans de franches rigolades, mais aussi trois ans de discussions à refaire le monde, qui furent comme autant de bols d'air dans la vie tourmentée d'un thésard.

Résumé

A travers deux champs d'étude, nous nous intéressons au couplage mécanique entre le magma et l'encaissant, utilisant des méthodes numériques. Tout d'abord, nous étudions l'influence de perturbations de contraintes sur les réservoirs magmatiques, avec comme exemple deux volcans sous-glaciaires (Islande). Au volcan Grímsvötn, notre modèle montre que les vidanges, du lac sous-glaciaire (jökulhlaup) présent dans la caldera, peuvent déclencher une éruption comme ce fut le cas en 2004, en favorisant la rupture du réservoir magmatique. L'effet est cependant faible, ce qui implique que le système magmatique doit déjà être proche des conditions de rupture avant que le jökulhlaup se produise. Au volcan Katla, notre modèle indique que les conditions de rupture sont favorisées en été durant la fonte du glacier Mýrdalsjökull. Les changements de contrainte de Coulomb montrent aussi une plus forte probabilité de séismes durant la même période, résultats en accord avec la sismicité enregistrée sous le Mýrdalsjökull. Il existe une modulation à la fois de l'activité volcanique et sismique au Katla, en relation avec la variation saisonnière de la charge glaciaire. Dans un second temps, nous travaillons sur les écoulements de magma dans les conduits andésitiques. Améliorer nos connaissances sur la dynamique du magma durant son ascension est nécessaire, car les processus dans le conduit volcanique semblent gouverner l'évolution de l'activité éruptive de ces volcans. Des précédents modèles ont montré que la viscosité du magma augmente dans la partie supérieure du conduit lors de l'écoulement, ce qui cause la formation d'un plug visqueux. Mais la relation entre la mise en place du plug et les signaux précurseurs, telles que la déformation ou la sismicité, n'est pas totalement établie. A partir de nos modèles de plug, nous trouvons que les déplacements de surface sont contrôlés par la géométrie du conduit et du plug ainsi que le contraste de viscosité entre le plug et la colonne de magma. Nous montrons que l'évolution de la taille du plug est une hypothèse possible pour expliquer les rapides transitions inflation/subsidence observées à la surface des volcans andésitiques.

Abstract

Through two different applications, we focus on the mechanical coupling between magma and host rocks, using numerical method. First, we study the influence of stress perturbations on shallow magma chambers, with the example of two subglacial volcanoes (Iceland). A variation in the stress field acts to modify the magma pressure within the reservoir as well as the failure conditions to initiate an intrusion at the reservoir wall. At Grímsvötn volcano, subglacial lake discharges (so-called "jökulhlaup") often occur in relation to eruptions. Our models show that jökulhlaups promote the failure of the magma reservoir and thus trigger eruptions, as observed for 2004 eruption. The triggering effect is small, so magmatic system must be already pressurized and close to failure before the discharge of the lake occurs. At Katla volcano, our models indicate that reservoir failure is highest in summer period when the ice load at Mýrdalsjökull icecap is reduced. Coulomb stress calculation predicts also an increase of earthquake occurrence at the caldera rim at the same time. A seasonal modulation of volcanic and seismic activity at Katla related to the loading/unloading of the icecap can exist. Secondly, we focus on magma conduit flow for andesitic volcanoes. Improving our knowledge of magma dynamic during ascent is a challenge, because processes occurring in the conduit seem to govern the temporal evolution of eruptive activity. Previous models showed that magma viscosity increases during flow in the upper part of the conduit, which causes the emplacement of a viscous plug. But the relationship between the plug emplacement and precursors signals, such as ground deformation or seismicity, is not yet fully described. From our plug flow model, we find that surface deformation is mainly controlled by the geometry of the conduit, the ratio between the plug length and the total conduit length and the viscosity contrast between the plug and the magma column. We show that the evolution of the plug size is a possible explanation for rapid transition between ground inflation and ground subsidence observed on andesitic volcanoes before extrusion.

Table des matières

INTRODUCTION GENERALE	5
1 INFLUENCE DE PERTURBATIONS DE L'ETAT DE CONTRAINTE SUR LES OBSERVABLES GEOPHYSIQUES EN MILIEU VOLCANIQUE	9
1.1 Introduction	10
1.2 Modèle	14
1.2.1 Description	14
1.2.2 Validation et limitations	17
1.3 Changement de pression à l'intérieur du réservoir	19
1.3.1 Accumulation de magma dans le réservoir : les modèles analytiques	19
1.3.2 Perturbation de contrainte en surface	21
1.4 Effet sur la déformation	25
1.4.1 Pressurisation du réservoir	25
1.4.2 Variation de charge en surface	28
1.4.3 Couplage entre la variation de charge et le réservoir magmatique . .	30
1.5 Effet sur la sismicité	36
1.5.1 Le critère de rupture de Mohr-Coulomb	36
1.5.2 Variation de charge en surface des volcans	38
1.5.3 Couplage entre la variation de charge et le réservoir magmatique . .	40
1.6 Application au volcan islandais Katla	46
1.6.1 Contexte volcanique	46

1.6.2	Caractérisation de la déformation	49
1.6.3	Caractérisation de la sismicité	51
1.7	Conclusion	56
1.8	Annexe : "Consequences of local surface load variations for volcano monitoring : Application to Katla subglacial volcano, Iceland"	57
2	INFLUENCE DE PERTURBATIONS DE L'ETAT DE CONTRAINTE SUR LA RUPTURE DES RESERVOIRS MAGMATIQUES	73
2.1	Introduction	74
2.2	Changement de la pression de rupture du réservoir	76
2.2.1	Conditions de rupture des chambres magmatiques	76
2.2.2	Rupture de réservoirs 3D	77
2.2.3	Effet d'une perturbation de contrainte	83
2.3	Résultats théoriques	86
2.3.1	Influence de la géométrie du réservoir	88
2.3.2	Influence de la profondeur du réservoir	90
2.3.3	Influence du volume du réservoir	92
2.3.4	Influence de la compressibilité du magma	93
2.3.5	Influence de l'amplitude de la décharge	94
2.3.6	Influence de la distribution de la décharge	96
2.4	Discussion à travers l'exemple des volcans sous-glaciaires islandais, Grímsvötn et Katla	98
2.4.1	Les jökulhaups : déclencheurs potentiels d'éruptions à Grímsvötn	98
2.4.2	Les variations de charge glaciaire : vers une modulation de l'activité volcanique au Katla	104
2.4.3	Annexe : "Influence of surface load variations on eruption likelihood : application to two Icelandic subglacial volcanoes, Grímsvötn and Katla"	110
2.5	Des perturbations induites par l'activité volcanique : exemple de la construction d'un édifice volcanique	126

2.5.1	Introduction	126
2.5.2	Modèle	127
2.5.3	Résultats	130
2.5.4	Vers une évolution de l'activité volcanique	134
2.5.5	Conclusion	138
2.5.6	Annexe I : Croissance d'un édifice en périphérie	140
2.5.7	Annexe II : "On the relationship between cycles of eruptive activity and growth of a volcanic edifice"	145
3	DEFORMATION DE SURFACE INDUITE PAR DES PERTURBATIONS DE L'ÉCOULEMENT DE MAGMA DANS UN CONDUIT VOLCANIQUE	161
3.1	Introduction	162
3.2	Modèle	167
3.3	Résultats	171
3.3.1	Le cas référence : viscosité constante (μ_m)	171
3.3.2	Les déplacements induits par la mise en place du plug	174
3.3.3	La détection des signaux de déplacement	180
3.3.4	L'évolution d'un plug : déplacements et taux d'extrusion	182
3.4	Discussion	184
3.4.1	Les cycles de déformation du volcan Soufrière Hills	184
3.4.2	Les inversions de tilt du volcan Mt St Helens	192
3.5	Conclusion	194
3.6	Annexe : "Conditions for detection of ground deformation induced by conduit flow"	195
	CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES	235

INTRODUCTION GENERALE

Un système volcanique est un objet d'étude complexe, comme l'illustre la grande diversité des manifestations volcaniques produites en surface (coulées de lave - panache de cendres - écoulements pyroclastiques). En volcanologie, l'observation et la description des phénomènes volcaniques en surface ont permis de comprendre peu à peu le déroulement d'une éruption et de distinguer ainsi différents styles éruptifs. Nous pouvons citer, à titre d'exemple, la première description détaillée, que fit l'écrivain Pline le Jeune, de l'éruption tristement célèbre du volcan Vésuve (Italie) en 79 après J-C. Ces études naturalistes sont primordiales pour caractériser le comportement éruptif du volcan. Cependant, elles atteignent leurs limites pour la compréhension des phénomènes gouvernant l'éruption, de la formation du magma en profondeur jusqu'à l'expulsion des produits volcaniques à la surface. Or cette compréhension est primordiale pour la prédiction des éruptions.

Dans ce souci d'expliquer les mécanismes en action, il a fallu parvenir à relier les observations à des processus physiques ou chimiques. Le développement de lois a permis de généraliser les connaissances ainsi, les interprétations ne sont désormais plus limitées à un volcan mais se veulent généralisables à un ensemble de volcans, sous conditions que ces derniers présentent des similarités. Les avancées successives dans le domaine de la géophysique ou de la géochimie ont permis de dégager un modèle conceptuel où le système volcanique est composé d'une source de magma en profondeur, d'un système de plomberie permettant la remontée du magma et d'un ou plusieurs points de sortie en surface construisant un édifice volcanique (Wilson et al., 1980; Jaupart, 1996). Dans cette vision, l'apport de nouvelles connaissances sur le fonctionnement du système de plomberie, situé

quelques kilomètres sous l'édifice volcanique, est essentiel pour connaître l'évolution future du système volcanique.

De par la complexité évoquée plus haut, l'utilisation de modèles, représentation simplifiée de l'objet d'étude, est inévitable pour résoudre les problèmes physiques associés au stockage et au transport de magma dans la croûte. La modélisation peut être soit analogique, avec la construction d'un analogue expérimental soit numérique, avec l'approximation et la résolution d'équations mathématiques. La comparaison des résultats donnés par les modèles avec les observations de terrain permet ainsi de caractériser les mécanismes physiques en présence et de déduire les paramètres qui les contrôlent. Grâce à l'augmentation des performances de calcul liée à l'essor de l'informatique, la modélisation numérique s'est imposée depuis plusieurs années comme un outil précieux. A l'heure actuelle, elle a permis notamment de faire largement progresser les connaissances dans des domaines variés de la volcanologie, tels que l'écoulement de magma dans les conduits volcaniques (Melnik & Sparks, 1999; Massol et al., 2001), la dispersion des cendres dans un panache éruptif (Heffter & Stunder, 1993; Searcy et al., 1998; Ongaro et al., 2007) ou encore les écoulements pyroclastiques associés aux éruptions explosives (Wadge et al., 1998; Charbonnier & Gertisser, 2009).

Concernant l'étude du stockage et de la remontée du magma en surface, les modèles mécaniques proposés à ce jour permettent essentiellement de contraindre la source de la déformation ainsi que les propriétés de l'encaissant (Mogi, 1958; Walsh & Decker, 1971; Dieterich & Decker, 1975). Cependant, dans ces modèles, le fluide contenu dans les réservoirs, le magma, reste généralement peu pris en compte. Certaines études le font, nous citerons par exemple les travaux de Tait et al. (1989); Lister & Kerr (1991); Segall et al. (2001). Un effort dans ce sens est donc nécessaire afin d'affiner les résultats de la modélisation et ainsi améliorer l'interprétation des observations en surface, ce qui sera tenté au cours de cette thèse.

Nos travaux s'attacheront donc à modéliser les interactions mécaniques existantes entre le magma et l'encaissant, à travers deux champs d'applications :

- Le premier champ caractérisera l'influence de perturbations de contraintes dans l'encaissant sur le magma stocké en profondeur. La mise en place du magma en profondeur au niveau des réservoirs magmatiques et l'arrivée du magma vers la surface sont en partie gouvernées par le champ de contrainte local présent dans la croûte. La caractérisation de l'état de contrainte est donc nécessaire pour prédire la dynamique future du système magmatique. En contexte volcanique, le champ de contrainte est contrôlé essentiellement par la tectonique régionale. Cependant, la tectonique n'est pas l'unique origine du régime de contrainte en présence. A proximité des volcans, de nombreux mécanismes influencent de façon plus ou moins permanente l'état de contrainte. Cela peut être par exemple la mise en place d'intrusions magmatiques (Amelung et al., 2007), l'activité sismique (Walter & Amelung, 2006) ou des effondrements gravitaires (Manconi et al., 2009). L'identification et la prise en compte de ces perturbations de contraintes sont donc nécessaires dans les modèles de transport du magma depuis les réservoirs magmatiques.

- Le second champ d'étude s'intéressera à l'influence de modification de l'écoulement de magma dans les conduits volcaniques sur la déformation de l'encaissant. Au niveau des strato-volcans andésitiques, de nombreux modèles d'écoulement sont réalisés pour déterminer les variations des propriétés du magma à l'origine de modifications dans l'activité volcanique (Barmin et al., 2002; Melnik & Sparks, 2005; Denlinger & Hoblitt, 1999). Ces changements dans la dynamique de l'écoulement sont corrélés à des variations dans le champ de déformation et dans le taux de sismicité (Voight et al., 1998). Cependant, la traduction de ces modèles en terme de déformation induite en surface n'est pas complètement effectuée.

Ces deux champs d'application traités dans cette thèse sont différents, chacun d'eux associé à un contexte magmatique et un mécanisme physique particulier. Ainsi, chaque étude sera traitée indépendamment, le point commun étant cependant l'utilisation de l'outil de modélisation numérique. Les deux premiers chapitres seront consacrés au premier champ d'étude, le deuxième champ d'étude sera décrit dans le troisième chapitre.

Le **Chapitre 1** étudiera l'influence de perturbations de contraintes sur la pression du magma résidant en profondeur et s'intéressera en détail aux conséquences de ce couplage sur la mesure des observables géophysiques que sont la déformation et la sismicité.

Le **Chapitre 2**, dans la continuité, montrera l'effet de telles perturbations sur le déclenchement d'éruption, en se focalisant sur les modifications des conditions de rupture des réservoirs magmatiques. Ces travaux seront notamment illustrés à travers l'exemple de deux volcans basaltiques sous-glaciaires situés en Islande, le Grimsvötn et le Katla.

Le **Chapitre 3** se consacrera à l'étude des interactions entre le magma et l'encaissant lors de l'alimentation en magma depuis le réservoir magmatique vers la surface. Nous nous intéresserons plus précisément à la caractérisation de la déformation lors des modifications de la dynamique de l'écoulement dans les conduits volcaniques. Ces travaux seront appuyés à travers l'exemple du volcan andésitique Soufrière Hills à Montserrat (Antilles), site privilégié pour cette problématique.

Pour chaque étude, nous présenterons un état de l'art, puis nous détaillerons les modèles numériques réalisés ainsi que les concepts physiques utilisés. Nous dégagerons les principaux résultats obtenus et discuterons enfin des informations apportées par nos modèles. Chacun des travaux réalisés a fait l'objet d'une ou plusieurs publications scientifiques qui seront introduites en Annexe, à la fin de chaque Chapitre.

Chapitre 1

INFLUENCE DE PERTURBATIONS DE L'ETAT DE CONTRAINTE SUR LES OBSERVABLES GEOPHYSIQUES EN MILIEU VOLCANIQUE

1.1 Introduction

L'amélioration des connaissances sur la dynamique des éruptions passe par une meilleure caractérisation en sub-surface de la plomberie du système magmatique. L'éruption est la conséquence d'une remontée de magma depuis les zones de production situées à plusieurs dizaines de kilomètres de profondeur. Le principal moteur de la remontée du magma en surface est le principe d'Archimède, le magma étant moins dense que les roches encaissantes. A quelques kilomètres de la surface, il arrive que le contraste de densité entre le magma et l'encaissant ne soit plus assez important pour assurer la remontée du magma. A cette profondeur, appelée niveau de flottabilité (Walker, 1989; Lister & Kerr, 1991), le stockage du magma est possible, permettant la formation de véritables réservoirs magmatiques. L'existence de telles zones de stockage est attestée par de nombreuses études, à la fois géologiques, pétrologiques et géophysiques, dont Marsh (1989) et Iyern (1984) présente une complète rétrospective. Ces réservoirs magmatiques possèdent des volumes très variables qui peuvent être inférieurs à 1 km^3 et atteindre plusieurs centaines de km^3 .

Depuis ces réservoirs intermédiaires, un nouveau moteur, succédant à la force d'Archimède, est nécessaire pour faire parcourir au magma les derniers kilomètres qui le séparent de la surface. Ce moteur est la pression du magma contenu à l'intérieur du réservoir. Les causes de l'augmentation de la pression à l'intérieur du réservoir magmatique sont principalement intrinsèques au magma : soit la cristallisation de cristaux due au refroidissement du magma, soit l'apport de nouveau magma depuis la zone de stockage (Tait et al., 1989).

Mais, ces processus magmatiques ne sont pas les seules causes à l'origine des variations de la pression magmatique. L'identification et l'étude des autres mécanismes susceptibles de perturber la dynamique du système magmatique sont donc primordiales. Par exemple, certaines éruptions sont précédées par de larges événements sismiques, ce qui a mené de nombreux auteurs à discuter du possible déclenchement de l'activité volcanique par les perturbations de contraintes causées par ces séismes (Manga & Brodsky, 2006; Feuillet et al., 2006; Walter et al., 2007; Yamashina, 1978).

Les séismes ne sont pas les seules perturbations de contraintes se produisant à proximité des volcans (Fig. 1.1). Des mécanismes de surface liés à l'activité volcanique, comme l'effondrement partiel de l'édifice (Pinel & Jaupart, 2005; Manconi et al., 2009) ou au contraire sa construction avec la mise en place des produits volcaniques (Alvarado, 2003; Pinel et al., 2010; Mora et al., submitted), peuvent tout aussi causer des modifications du champ de contraintes dans la croûte. De même, sur de nombreux sites, des perturbations de contraintes externes à l'activité magmatique comme les marées (Johnston & Mauk, 1972), l'évolution d'un lac (Björnsson, 2002) ou du niveau marin (McGuire et al., 1997) ou la variation de charge d'un glacier (Jull & McKenzie, 1996; Sigmundsson et al., 2010) ont été identifiées. Ces processus ont été tour à tour proposés comme des causes de modulation de l'activité volcanique. Cependant, les mécanismes à l'origine de ce déclenchement sont encore discutés et leur quantification reste difficile (Brodsky et al., 1998; Sahagian & Proussevitch, 1992).

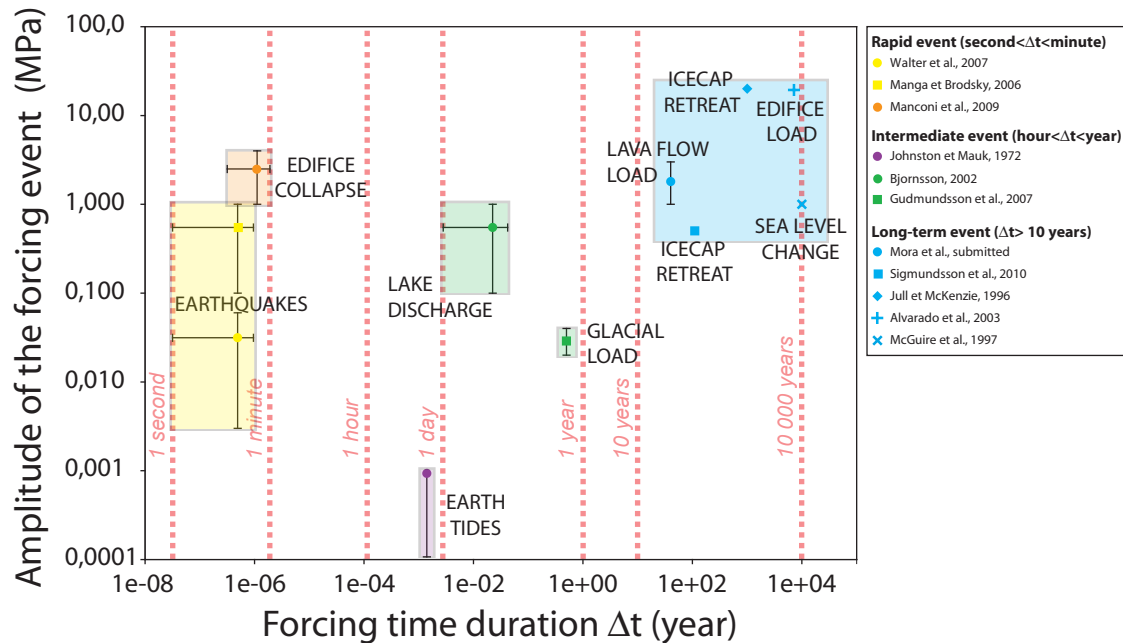


FIG. 1.1 – Amplitude vs Time for the different events which might induce stress perturbations in the vicinity of volcanoes. According to the forcing time duration, we distinguish rapid, intermediate and long-term events.

Pour contraindre les processus de stockage du magma, seules des méthodes indirectes peuvent nous apporter des informations. Toute perturbation du champ de contraintes produit une déformation de la croûte, potentiellement mesurable en surface. Dans le même temps, cette perturbation de contraintes, sous certaines conditions, peut provoquer le glissement de plans de rupture, mécanisme générateur de sismicité (Stein, 1999). La mesure de ces observables géophysiques, déformation et sismicité, est donc devenue un élément clé dans l'étude et la compréhension des processus magmatiques en profondeur (Scarpa & Gasparini, 1996; Van der Laat, 1996). Ces dernières années, les données physiques ont tiré bénéfices d'un certain nombre d'amélioration, que se soit dans la précision ou la résolution de l'instrumentation déjà existante (sismomètres - GPS) ou bien le développement de nouvelles méthodes comme l'Interférométrie Radar (Massonnet & Feigl, 1998) ou la tomographie sismique (Evans & Zucca, 1988). Ainsi, la déformation observée en surface a pu être reliée aux changements de contraintes causés par l'accumulation de magma au niveau de zones de stockage sur de nombreux sites volcaniques, à travers des solutions analytiques (Mogi, 1958; McTigue, 1987; Walsh & Decker, 1971; Yokoyama, 1971; Fialko et al., 2001; Yang et al., 1988) ou numériques (Dieterich & Decker, 1975).

Lorsque plusieurs sources de contraintes sont présentes, il convient de discriminer chacune des composantes, dans le but de donner une interprétation correcte des signaux précurseurs observés afin de permettre une prédiction fine de la future éruption. C'est par exemple ce qui a été fait notamment dans les travaux de Pinel et al. (2007) sur le volcan sous-glaciaire Katla (Islande), où les contributions, associées respectivement à la dynamique d'un glacier et à l'accumulation de magma dans le réservoir magmatique, ont été discriminées.

Dans ce Chapitre, nous caractériserons l'effet de perturbations de l'état de contrainte, liées à des variations de charge en surface des volcans, sur la pression du réservoir magmatique. La connaissance de cette interaction est essentielle pour la bonne interprétation de la dynamique du système magmatique. Le but sera de détailler l'influence de ce couplage mécanique sur les observables géophysiques comme la déformation ou la sismicité. Pour cela, nous quantifierons, à travers la réalisation de modèles numériques, à la fois les changements de contraintes dans la croûte et de pression à l'intérieur du réservoir, relatifs à ces événements de surface. Pour la déformation, nous rappellerons le champ de déplacement en surface associé à la surpression des réservoirs magmatiques. Puis, nous nous intéresserons aux déplacements causés par une variation de charge en surface, pour une géométrie simple. En premier lieu, des modèles théoriques seront réalisés afin de comprendre l'influence des divers paramètres tels que par exemple, la géométrie du réservoir ou les propriétés du magma. L'étude de la sismicité sera basée sur le calcul du critère de Coulomb, critère qui permet de quantifier l'effet d'une perturbation de contraintes sur la rupture de failles. Nos travaux s'appuieront notamment à travers l'exemple du volcan Katla, édifice volcanique sous-glaciaire situé en Islande. Ce volcan est associé à de fréquentes perturbations de contraintes en surface causées par la dynamique de son glacier, le Mýrdalsjökull.

1.2 Modèle

1.2.1 Description

Dans la résolution de modèles mathématiques, la solution est dite analytique lorsque les hypothèses posées permettent de trouver une solution exacte aux équations du problème posé. La modélisation numérique permet de résoudre des modèles mathématiques plus complexes où une solution analytique n'existe pas, soit parce que le champ à modéliser est inconnu, soit que la géométrie est complexe. Dans ce cas, la résolution sera uniquement possible grâce à l'introduction d'approximations dans le modèle et la solution sera donc une solution approchée (ou numérique). Dans ces travaux, nous utiliserons la modélisation numérique, à travers la méthode des éléments finis, afin de répondre aux problématiques posées.

La méthode des éléments finis (ou FEM pour «Finite Element Method») est basée sur deux principes fondamentaux : la discrétisation et l'interpolation. La discrétisation consiste à diviser le système modélisé en un certain nombre de petits éléments, appelés éléments discrets, à géométrie simple (linéaire, triangulaire, cubique, etc). L'interpolation permet de définir un champ continu de grandeurs physiques d'après seulement les valeurs aux noeuds du maillage. Elle consiste à résoudre, de manière discrète, une équation aux dérivées partielles dont il est cherché une solution approchée suffisamment fiable. Cette méthode permet d'avoir une information sur l'ensemble de l'espace modélisé. A l'aide de cette méthode en éléments finis, nous allons modéliser l'influence mécanique de perturbations de surface sur les réservoirs magmatiques.

Notre modèle présente une géométrie à symétrie axiale, soit un repère (r, θ, z) (Fig. 1.2a). Cette symétrie axiale permet de modéliser des objets à section horizontale circulaire, tels que des ellipsoïdes de révolution, des cylindres ou des cônes, ce qui sera adapté pour notre étude. En effet, la forme des réservoirs magmatiques s'approchent, en première approximation, à des formes ellipsoïdales (Marsh, 1989; Gudmundsson, 1998).

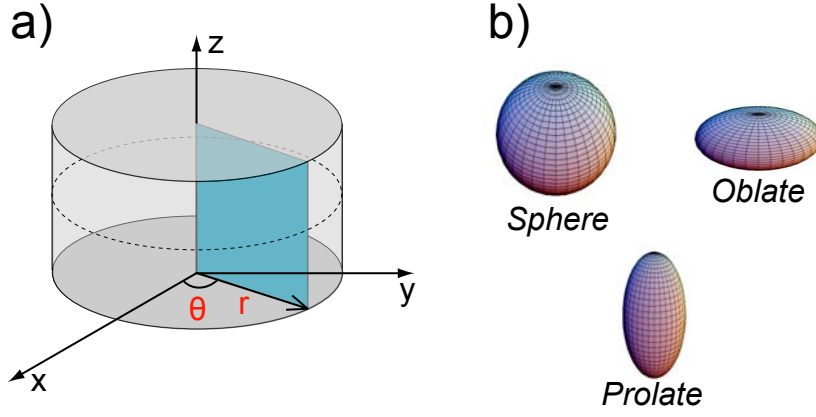


FIG. 1.2 – a) Cylindrical coordinate system (r, θ, z) . The blue rectangle represents the 2D-plane of calculation. b) Different geometries for magma reservoirs which can be modelled in axisymmetric model.

Notre modèle consiste en une boîte de 100 x 100 km, discrétisée par maillage de l'espace en plus de 100000 éléments triangulaires (Fig. 1.3). La relative grande taille du domaine devant celle du réservoir magmatique est nécessaire afin de minimiser l'influence des conditions aux limites sur les résultats.

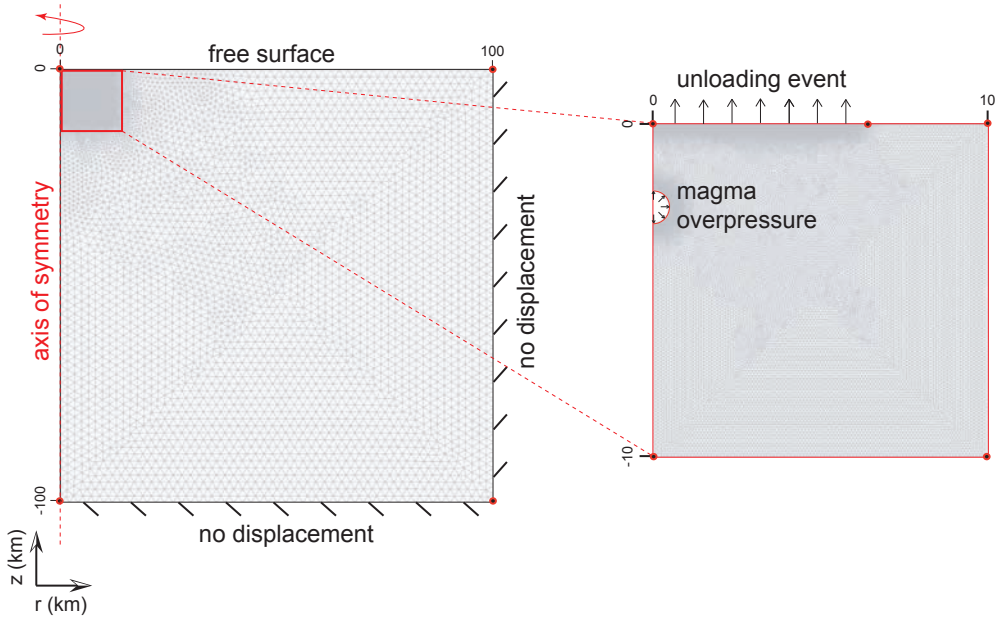


FIG. 1.3 – Mesh and boundary conditions used in our model. A zoom on the right panel shows the refined mesh on the reservoir wall and on the surface.

Le domaine représentant l'encaissant est un milieu purement élastique, homogène et isotrope, caractérisé par les paramètres mécaniques que sont le module de Young E et le coefficient de Poisson ν . Le réservoir magmatique est modélisé par une cavité ellipsoïdale et la variation de charge en surface par un cylindre (Fig. 1.4). La géométrie de la charge est caractérisée par son rayon R_e et sa hauteur H_e . Le réservoir est situé à une profondeur H_c et sa géométrie est définie par ses demi-axes, horizontal et vertical, notés respectivement a et b . Le rapport $\frac{a}{b}$ correspond à l'ellipticité du réservoir et sera couramment utilisé par la suite. Dans ce repère cylindrique, trois grandes catégories de formes de réservoirs pourront être modélisées (Fig. 1.2b) :

- (i) les ellipsoïdes de type "prolate" : l'axe horizontal est inférieur à l'axe vertical ($a < b$), l'ellipticité est inférieure à 1
- (ii) les sphères : cas particulier où les deux demi-axes sont égaux ($a = b$), l'ellipticité vaut 1 et le rayon du réservoir sera dans ce cas noté R_c
- (iii) les ellipsoïdes de type "oblate" : l'axe horizontal est supérieur à l'axe vertical ($a > b$), l'ellipticité est supérieure à 1

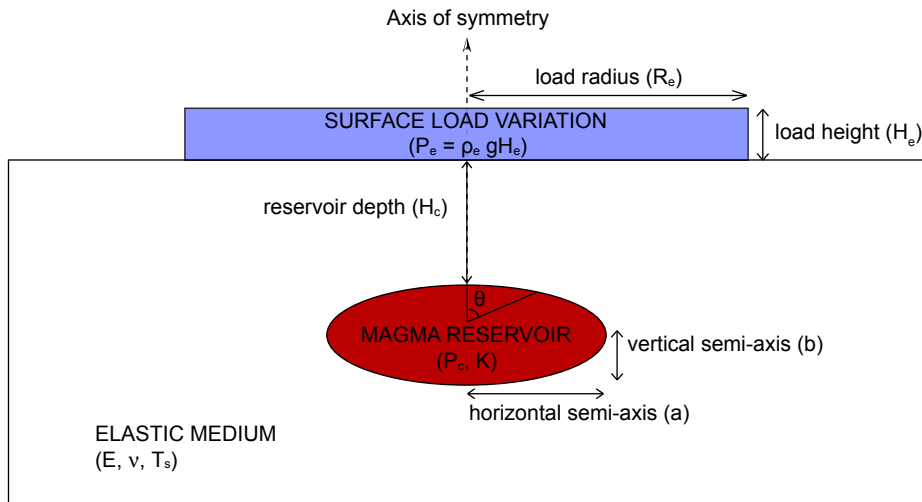


FIG. 1.4 – Geometrical and physical parameters involved in the model (magma reservoir and surface load variation).

L'état de contrainte initial est pris comme lithostatique, d'où $\sigma_{rr} = \sigma_{\theta\theta} = \sigma_{zz}$ (McGarr, 1988). Ainsi, seules les variations de contrainte par rapport à cette référence seront calculées. La convention de signe adoptée est positive pour les contraintes en compression (et donc négative pour les contraintes en tension). La densité du magma est considérée comme égale à celle de la croûte (niveau de flottabilité). Négligeant l'effet visqueux du magma, les échanges thermiques avec l'encaissant et les contrastes de densité, nous considérons le magma comme un milieu homogène à l'équilibre avec l'encaissant. Aucune contrainte déviatorique est considérée à l'intérieur du réservoir (Pinel & Jaupart, 2003, 2005). La contrainte exercée par le magma est imposée par une condition de pression à la paroi du réservoir, P_c , et aucune contrainte tangentielle. La pression, P_c , est en réalité une surpression comparée à l'état lithostatique. Les variations de charge sont modélisées par une contrainte normale appliquée à la surface libre, $P_e = \rho_e g H_e$, où ρ_e est la masse volumique du matériau considéré. La valeur de pression P_e sera négative pour une perte de charge.

1.2.2 Validation et limitations

L'utilisation de modèles numériques nécessite une première étape de validation, à travers la comparaison des résultats numériques avec des solutions analytiques existantes. Nous avons comparé le champ de déplacements en surface induit par la pressurisation d'une source en profondeur avec les solutions de Mogi (1958) (voir section 1.3.1), ainsi que le déplacement vertical engendré par une charge cylindrique en surface avec les fonctions de Green (Pinel et al., 2007) (Fig. 1.5). D'autres résultats numériques ont été validés par des solutions analytiques comme par exemple, les déplacements de surface induits par la pressurisation de réservoirs oblates avec les solutions de Fialko et al. (2001), ou encore les contraintes à la paroi issues de la pressurisation de réservoirs prolates avec les solutions de Tsuchida et al. (1982). Toutes ces solutions analytiques sont valables pour un espace semi-infini.

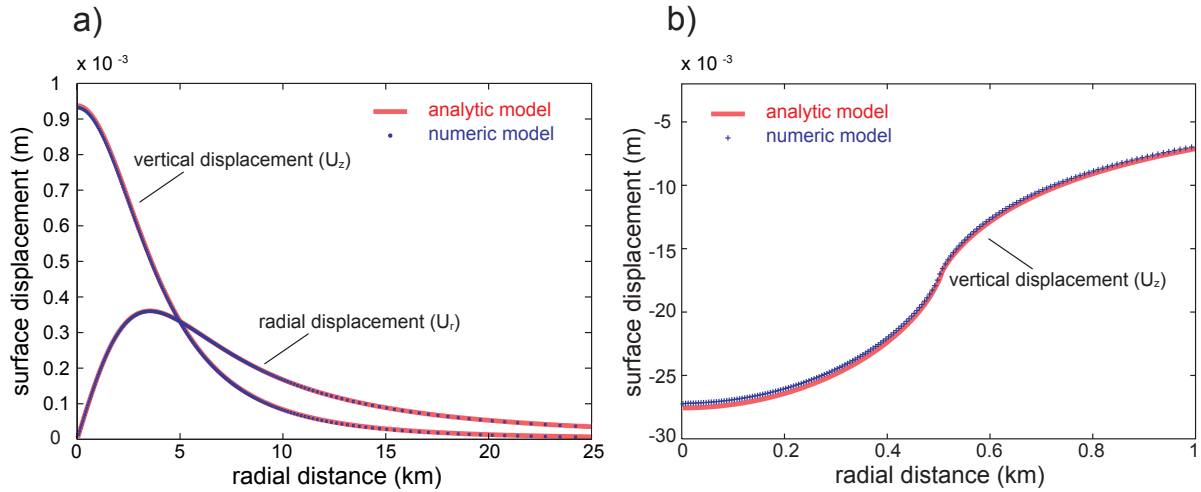


FIG. 1.5 – Comparison between numerical solutions (blue symbols) and analytic solutions (red curves) for a) the surface displacements due to 1 MPa overpressure in a spherical source at depth, with a 0.5 km radius and a 4.5 km top depth. In this case, analytic solution is given by the Mogi equations (Mogi, 1958). b) the vertical displacement related to a load variation at surface. The load is a cylinder of 3000 kg.m^{-3} density, with a 0.5 km radius and a 0.1 km height. The solution can be approximated by summation of Green's functions. In both models, the elastic parameters are 10 GPa et 0.25 respectively for the Young's modulus and the Poisson's coefficient.

Les nombreuses hypothèses posées par notre modèle impliquent des limitations. Le milieu encaissant étant élastique, les possibles comportements visco-élastiques ne seront pas pris en compte. Ce ne sera une limitation uniquement pour des forçages à long-terme (Fig. 1.1), comme par exemple le retrait glaciaire (Jellinek et al., 2004; Pagli & Sigmundsson, 2008). Les propriétés mécaniques de l'encaissant sont considérées comme homogène, ce qui revient à négliger les hétérogénéités lithologiques. Ces hétérogénéités peuvent cependant affecter la propagation du magma ou la déformation en surface (Gudmundsson, 2002; Manconi et al., 2007; Long & Grosfils, 2009).

1.3 Changement de pression à l'intérieur du réservoir

1.3.1 Accumulation de magma dans le réservoir : les modèles analytiques

Cette sous-partie est consacrée à une brève rétrospective des solutions analytiques qui permettent d'associer la déformation en surface avec le changement de pression et le changement de volume du réservoir magmatique. La première relation analytique qui relie la déformation de surface et la pressurisation d'un réservoir magmatique en profondeur a été définie par Mogi (1958). Dans ce modèle, le réservoir est une source ponctuelle de pression en profondeur et la croûte est considérée comme un milieu élastique semi-infini. Les déplacements radiaux et verticaux peuvent être connus en tout point de la surface (Fig. 1.5a), d'après les relations suivantes :

$$U_r(r) = \frac{\Delta P a^3}{G} (1 - \nu) \frac{r}{(h^2 + r^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$U_z(r) = \frac{\Delta P a^3}{G} (1 - \nu) \frac{h}{(h^2 + r^2)^{\frac{3}{2}}}$$

Le terme G est le module de cisaillement, paramètre élastique qui dépend de E et de ν . Deux grandeurs, la profondeur de la source de déformation, h ainsi que $a^3 \Delta P$ (où a est le rayon du réservoir et ΔP le changement de pression dans le réservoir) peuvent être déduites à partir de l'amplitude de ces déplacements. Cette solution analytique reste valable tant que le rayon de la source reste petit devant sa profondeur ($a \ll h$). A partir de cette solution analytique, de nombreux développements ont été effectués pour proposer des solutions adaptées à des réservoirs superficiels (McTigue, 1987), des géométries autres que sphériques (Walsh & Decker, 1971; Yang et al., 1988) ou des distributions variables de pression (Yokoyama, 1971). A partir des déplacements de surface, les changements de volume du réservoir magmatique, ΔV_{ch} , dûs à l'accumulation de magma avant l'éruption (ou sa vidange pendant l'éruption) peuvent être également déduits. Cette connaissance des volumes de magma en jeu est primordiale dans l'évaluation des aléas volcaniques et dans la prédiction de l'intensité des futures éruptions. Pour un réservoir sphérique, le

changement du volume du réservoir, causé par la déformation de l'encaissant élastique, est une fonction de la grandeur $a^3 \Delta P$ et du module de cisaillement G (Delaney & McTigue, 1994) :

$$\Delta V_{ch} = \pi \frac{a^3 \Delta P}{G}$$

Le rapport entre le volume de l'inflation à la surface du volcan ΔV_{ed} et la variation de volume du réservoir magmatique ΔV_{ch} dépend uniquement du coefficient de Poisson :

$$\frac{\Delta V_{ed}}{\Delta V_{ch}} = 2(1 - \nu)$$

La variation de volume du réservoir sera égale au volume de la déformation en surface uniquement pour un encaissant incompressible ($\nu = 0.5$). Dans le cas plus général, la variation de volume du réservoir est inférieure au changement de volume en surface et vaut par exemple $\frac{2}{3}$ pour $\nu = 0.25$. Mais toutes ces relations précédentes font intervenir des changements du volume du réservoir liés à la seule déformation de l'encaissant. Ce paramètre peut être assimilé au volume de magma injecté/vidangé, ΔV_{magma} , uniquement si le volume de magma reste constant, c'est à dire dans le cas où le magma est incompressible. Ce comportement incompressible caractérise en première approximation la plupart des liquides, mais le magma, composé de liquide, de gaz et de cristaux, est compressible. Le volume du magma évolue sous l'action d'une pression, à travers la relation :

$$\Delta V_{comp} = -\frac{\Delta P}{K} V_{ch}$$

Ainsi, comme le montre Johnson et al. (2000), la variation de volume de magma à l'intérieur du réservoir est une somme de deux composantes, $\Delta V_{magma} = \Delta V_{ch} + \Delta V_{comp}$, la première liée à la déformation de l'encaissant et la seconde à la compressibilité du magma. Et la nouvelle relation entre la variation de volume du volcan ΔV_{ed} et la variation du volume de magma ΔV_{magma} s'écrit :

$$\frac{\Delta V_{ed}}{\Delta V_{magma}} = 2(1 - \nu) \left(\frac{1}{1 + \frac{4G}{3K}} \right)$$

1.3.2 Perturbation de contrainte en surface

Pour quantifier l'effet d'une perturbation de contraintes en surface sur la pression magmatique, nous allons utiliser le principe de superposition qui consiste à calculer séparément 2 modèles élastiques (Pinel & Jaupart, 2005) (Fig. 1.6) : l'un avec un réservoir en surpression P_1 et aucune pression en surface (model 1), l'autre avec une décharge en surface P_2 et aucune surpression dans la chambre (model 2). Le premier modèle dépend uniquement de la géométrie du réservoir. Le second dépend de la géométrie du réservoir et de celle de la décharge.

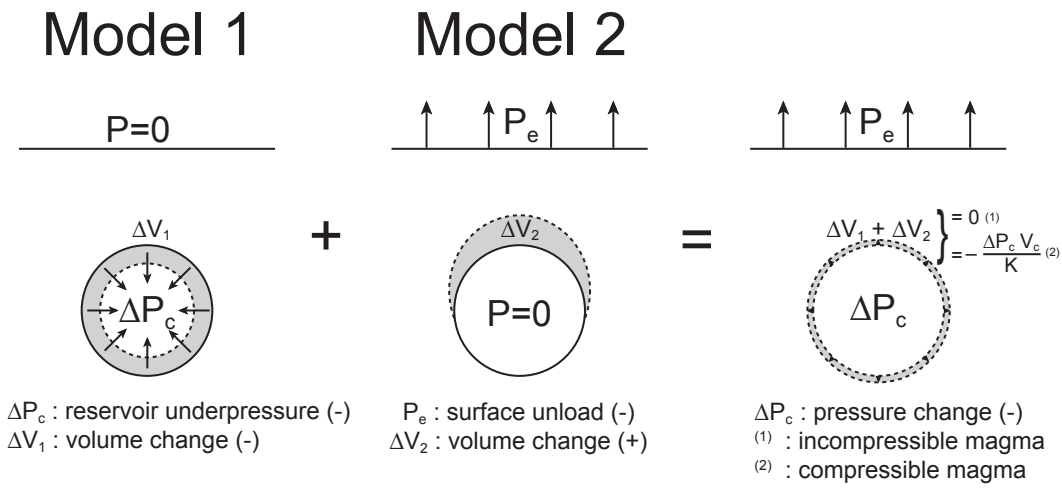


FIG. 1.6 – Sketch showing the two successive models we calculate to deduce the pressure change ΔP_c occurring in the reservoir due to the unloading event P_e . Note that all the values P are (over/under)pressure relative to the lithostatic state.

Successivement pour ces deux modèles, nous déduisons le changement de volume du réservoir induit par la perturbation de contrainte, respectivement ΔV_1 et ΔV_2 . Les changements de volume sont calculés par intégration numérique des déplacements normaux à la paroi du réservoir (Fig. 1.7) :

$$\Delta V = 2\pi \int_0^\pi r(\theta) U_n(\theta) L d\theta$$

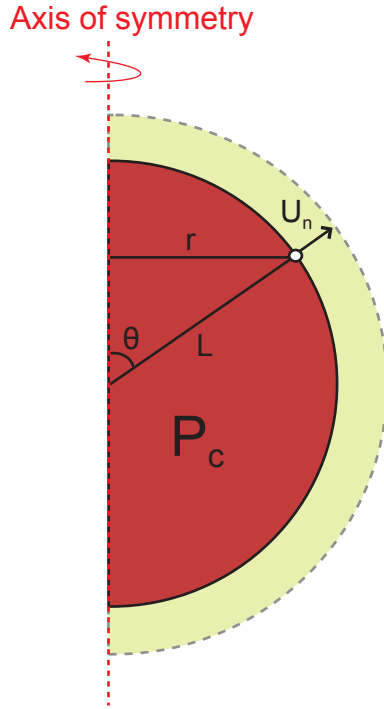


FIG. 1.7 – Parameters used in the calculation of the volume change ΔV (green area) induced by an overpressure P_c .

Pour une cavité, le changement de volume ΔV causé par une surpression P dépend de la géométrie de la cavité ainsi que des propriétés élastiques du milieu encaissant (Pinel & Jaupart, 2005). Ainsi, nous pouvons écrire que : $\Delta V = \frac{f}{G}P$, où f est la fonction qui caractérise la géométrie du réservoir et G le module de cisaillement, paramètre élastique des roches encaissantes. Soit les fonctions f_1 et f_2 pour le modèle 1 et le modèle 2, $f_1 = \frac{\Delta V_1}{P_1}G$ et $f_2 = \frac{\Delta V_2}{P_2}G$. Si l'on considère que le volume du réservoir reste constant lors de la perturbation de surface $\Delta V_c = 0$, un changement de pression à l'intérieur du réservoir ΔP_c va compenser entièrement la variation de volume induite par l'évènement de surface, ce qui permet d'écrire :

$$\Delta P_c = \left(-\frac{f_2}{f_1}\right)P_e$$

Le changement de pression du réservoir, ΔP_c , est proportionnel à P_e , la variation de pression appliquée en surface. Ainsi, en calculant les fonctions f_1 et f_2 pour une géométrie donnée, nous pouvons déterminer le changement de pression se produisant dans le réservoir magmatique, et cela pour toute amplitude de P_e . Les propriétés de l'encaissant étant identiques entre les deux modèles, ΔP_c est dans ce cas indépendant du paramètre

élastique G du modèle. L'hypothèse selon laquelle le volume de réservoir reste constant lors de la perturbation est valable tant que le fluide contenu dans le réservoir magmatique est incompressible. Cependant, comme nous l'avons évoqué, le magma est compressible et le volume du réservoir varie sous l'action du changement de pression. Dans le cas compressible, l'expression de ΔP_c devient :

$$\frac{\Delta P_c}{P_e} = -\frac{\frac{f_2}{G}}{\left(\frac{f_1}{G} + \frac{V_c}{K}\right)}$$

Cette fois-ci, la valeur ΔP_c est dépendante des propriétés élastiques du milieu. Soit $\Delta P_c(K)$ et $\Delta P_c(\infty)$, les changements de pression du réservoir respectivement pour le cas compressible et incompressible, nous pouvons écrire :

$$\frac{\Delta P_c(K)}{\Delta P_c(\infty)} = \frac{f_1}{f_1 + \frac{V_c}{K/G}}$$

Ce rapport $\frac{\Delta P_c(K)}{\Delta P_c(\infty)}$, pour une géométrie de réservoir donnée, dépend donc uniquement du volume du réservoir V_c , ainsi que du rapport entre la compressibilité du magma K et le paramètre élastique de l'encaissant G (Fig. 1.8). Le paramètre élastique G des roches est très variable, estimé entre 10 et 20 GPa par des tests mécaniques effectués en laboratoire (Touloukian et al., 1981). Ces valeurs expérimentales sont considérées comme une borne supérieure et peuvent être un ordre de grandeur plus important que l'encaissant fracturé (Rubin & Pollard, 1987). Le module de compressibilité K pour des liquides silicatés secs est estimé entre 10-40 GPa (Tait et al., 1989). Pour le Kilauea (Hawaï) par exemple, des mesures sur les minéraux d'olivine donnent des valeurs entre 11.5 et 17 GPa pour différentes profondeurs (Fuji & Kushiro, 1977). Cependant, si le magma possède des gaz exsolvés, la compressibilité peut être largement plus forte, avec des valeurs K autour de 0.1-1 GPa (Huppert & Woods, 2002).

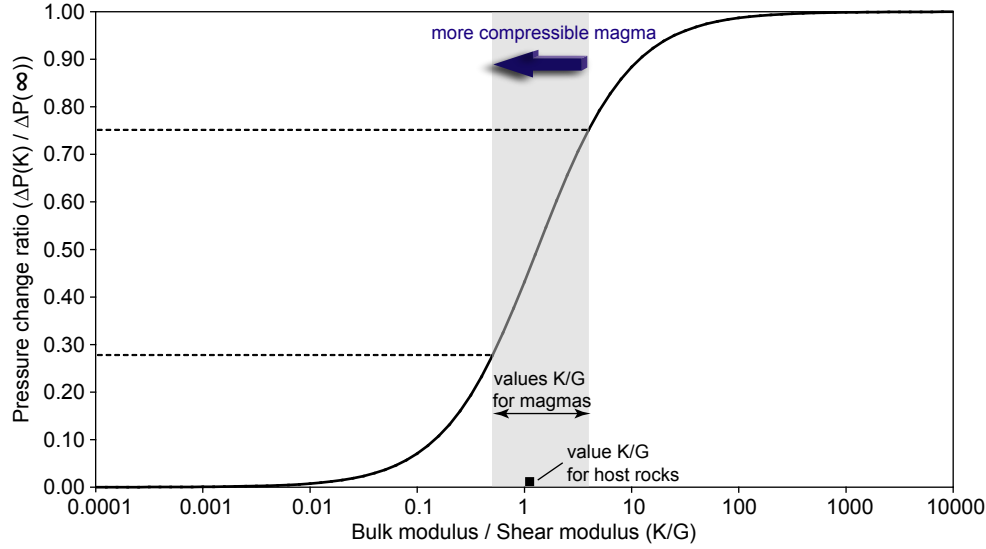


FIG. 1.8 – Influence of magma compressibility on pressure changes in a spherical magma reservoir (volume $V_c : 10 \text{ km}^3$, top depth $H_c : 3 \text{ km}$) during an unloading event at surface. Pressure change within the magma chamber (ΔP_c) is expressed as a function of the ratio between the bulk modulus K of the magma and the shear modulus G of the host rocks. Pressure change values is normalized by the pressure change in the case of an incompressible magma. The shaded area provides the range of values of the ratio $\frac{K}{G}$ for dry magmas (between 0.5 and 4 from Tait et al. (1989)).

La Figure ci-dessus montre l'influence du rapport $\frac{K}{G}$ sur les changements de pression dans le réservoir. Pour une même perturbation de surface, la variation de pression des magmas compressibles sera extrêmement variable, oscillant entre 28 et 75 % de la valeur incompressible $\Delta P_c(\infty)$. Dans le cas de magmas fortement compressibles, notre modèle n'est plus adapté car la densité du magma va évoluer lors du changement de volume du réservoir. Pourtant, par la suite, nous testerons des fortes valeurs de compressibilité comme cas limite, à titre de comparaison avec les cas incompressibles et faiblement compressibles.

1.4 Effet sur la déformation

1.4.1 Pressurisation du réservoir

Comme nous l'avons décrit auparavant, l'injection (la vidange) d'un volume de magma dans un réservoir magmatique cause une surpression (dépression) qui a pour conséquence de produire une inflation (déflation) du sol. Nous avons vu précédemment que ces déplacements de surface, radiaux et verticaux, peuvent être reliés à cette surpression mais aussi à la profondeur et à la taille du réservoir, dans le cas de réservoirs sphériques. Mais dans la nature, les réservoirs magmatiques ne sont pas de simples sphères et peuvent posséder des géométries plus complexes. Et cette forme du réservoir peut avoir une forte influence sur le champ de déplacement, comme l'a montré l'étude réalisée par Dieterich & Decker (1975) pour des géométries variées : lentilles horizontales, plugs verticaux, sills et dykes. Dans le cadre de notre étude, de par la symétrie axiale de nos modèles, nous pourrions explorer une large gamme d'ellipsoïdes (Fig. 1.9).

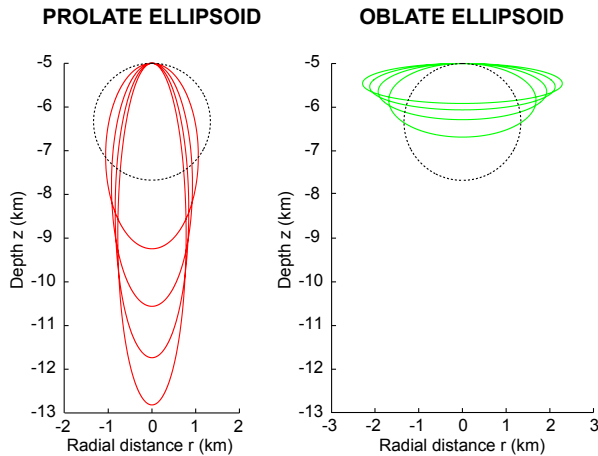


FIG. 1.9 – *Ellipsoidal shapes tested for a magma reservoir. All reservoirs have a constant volume of 10 km^3 and a top depth situated at 5 km below the surface. Two families are distinguished, the vertical ellipsoids : prolate (in red) and the horizontal ellipsoids : oblate (in green). In each case, 4 values of ellipticity, $\frac{a}{b}$, are presented : $[2 ; 3 ; 4 ; 5]$ for oblate ellipsoids and $[\frac{1}{2} ; \frac{1}{3} ; \frac{1}{4} ; \frac{1}{5}]$ for prolate ellipsoids. The sphere, with ellipticity $\frac{a}{b} = 1$ is represented by the dashed black line.*

La Figure 1.10 ci-dessous rappelle brièvement l'influence de la forme du réservoir sur les déplacements de surface. Les calculs ont été réalisés pour les géométries de la Figure 1.9, où tous les réservoirs ont un volume constant et une profondeur fixée pour le sommet du réservoir.

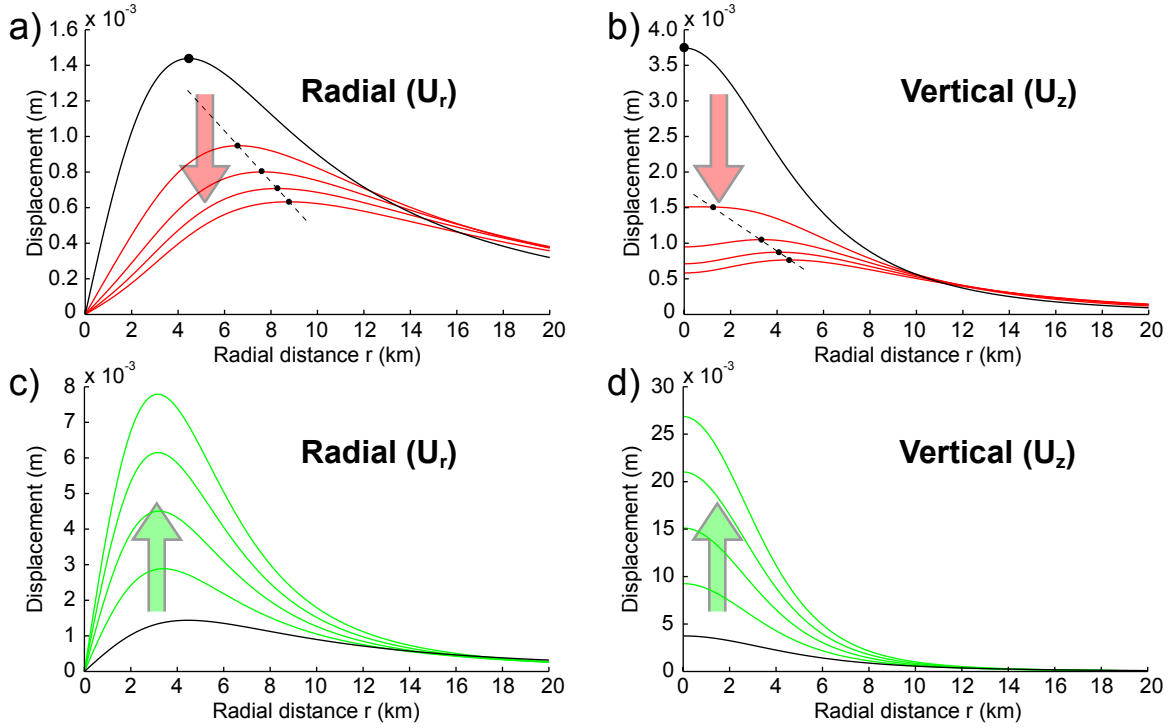


FIG. 1.10 – Displacement at surface for a 1 MPa pressurized magma reservoir having the geometries described in the Fig. 1.9. Displacements are calculated for a homogeneous host rocks characterized by a Young's modulus E of 30 GPa and a Poisson's ratio of 0.25. Panels (a) and (b) correspond to the prolate shapes, respectively for the radial and the vertical ground movement. Red arrows show the decrease of the displacement amplitude and black dashed lines the migration of the maximum of amplitude towards larger radial distances, both relative to an increase of the vertical extension of magma reservoirs (low ellipticity less than 1). Panels (c) and (d) are associated to the oblate shapes, respectively for the radial and the vertical displacements. Green arrows indicate the increase of the displacement amplitude consequent to the increase of the horizontal extension of magma reservoirs (high ellipticity).

Pour les réservoirs prolates, l'amplitude des déplacements diminue, que se soit pour la composante radiale (Fig. 1.10a) ou verticale (Fig. 1.10b), et ce d'autant plus que le réservoir est étiré verticalement (faible ellipticité $\frac{a}{b}$). La diminution de l'ellipticité pour ces réservoirs a aussi pour conséquence de produire une légère migration du maximum d'amplitude des déplacements vers de plus larges distances radiales r . Pour les mouvements verticaux, nous observons même un changement dans l'allure générale des courbes, avec une diminution de l'amplitude proche de l'axe du réservoir. Ainsi, dans le cas de faibles ellipticités, l'inflation maximale ne se produit plus à l'axe du réservoir (comme c'est le cas pour un réservoir sphère) mais en périphérie à quelque kilomètres de l'axe du réservoir.

A l'inverse, l'amplitude augmente pour les déplacements radiaux (Fig. 1.10c) et verticaux (Fig. 1.10d) dans le cas de réservoirs oblates. La plus forte inflation est atteinte pour le réservoir présentant la plus grande ellipticité, c'est à dire $\frac{a}{b} = 5$. Pour ce réservoir, l'amplitude maximale vaut plus de 7 fois celle du réservoir sphérique pour la composante radiale et plus de 5 fois pour la composante verticale.

Ainsi, l'interprétation des déplacements de surface par la modélisation d'une source sphérique peut conduire à de larges erreurs dans l'évaluation de paramètres tels que le volume, la surpression ou la profondeur du réservoir. Par exemple, dans le cas où les déplacements de surface mesurés sont induits par un réservoir de forme oblate, le volume ou la surpression du réservoir sera surestimé (valeur plus forte) et la profondeur sous-estimée (valeur plus faible) si ces déplacements sont interprétés par des sources sphériques.

1.4.2 Variation de charge en surface

De nombreux phénomènes, décrits en introduction, causent une variation de charge en surface qui entraîne une perturbation du champ de contrainte initial. Tout comme les variations de pression des réservoirs magmatiques, la variation de charge induit des déformations en surface. Pour une variation de charge uniforme d'amplitude $p_0 = \rho gh$ les solutions pour les contraintes et les déplacements de surface résultants peuvent être approchées par l'intégration de charges ponctuelles (fonction de Green - solution du problème de Boussinesq). A l'axe vertical, les contraintes induites par un disque appliqué sur un milieu élastique semi-infini valent :

$$\sigma_{rr} = \sigma_{\phi\phi} = \frac{p_0}{2} \left[(1 + 2\nu) - \frac{2(1 + \nu)z}{\sqrt{(R^2 + z^2)}} + \frac{z^3}{(R^2 + z^2)^{3/2}} \right]$$

$$\sigma_{zz} = p_0 \left[1 - \frac{z^3}{(R^2 + z^2)^{3/2}} \right]$$

La pression P , équivalente à la moyenne des trois composantes du tenseur de contraintes, est donnée par la relation :

$$P = \frac{2}{3} p_0 (1 + \nu) \left[1 - \frac{z}{\sqrt{(R^2 + z^2)}} \right]$$

Les contraintes dans la croûte ainsi que la déformation de surface sont montrées en exemple dans la Figure 1.11. La variation de pression s'atténue progressivement avec la profondeur. Le changement de pression reste cependant égal à 50 % de l'amplitude de la perturbation à 2-3 km sous la surface, profondeurs auxquelles sont situées la plupart des réservoirs magmatiques superficiels.

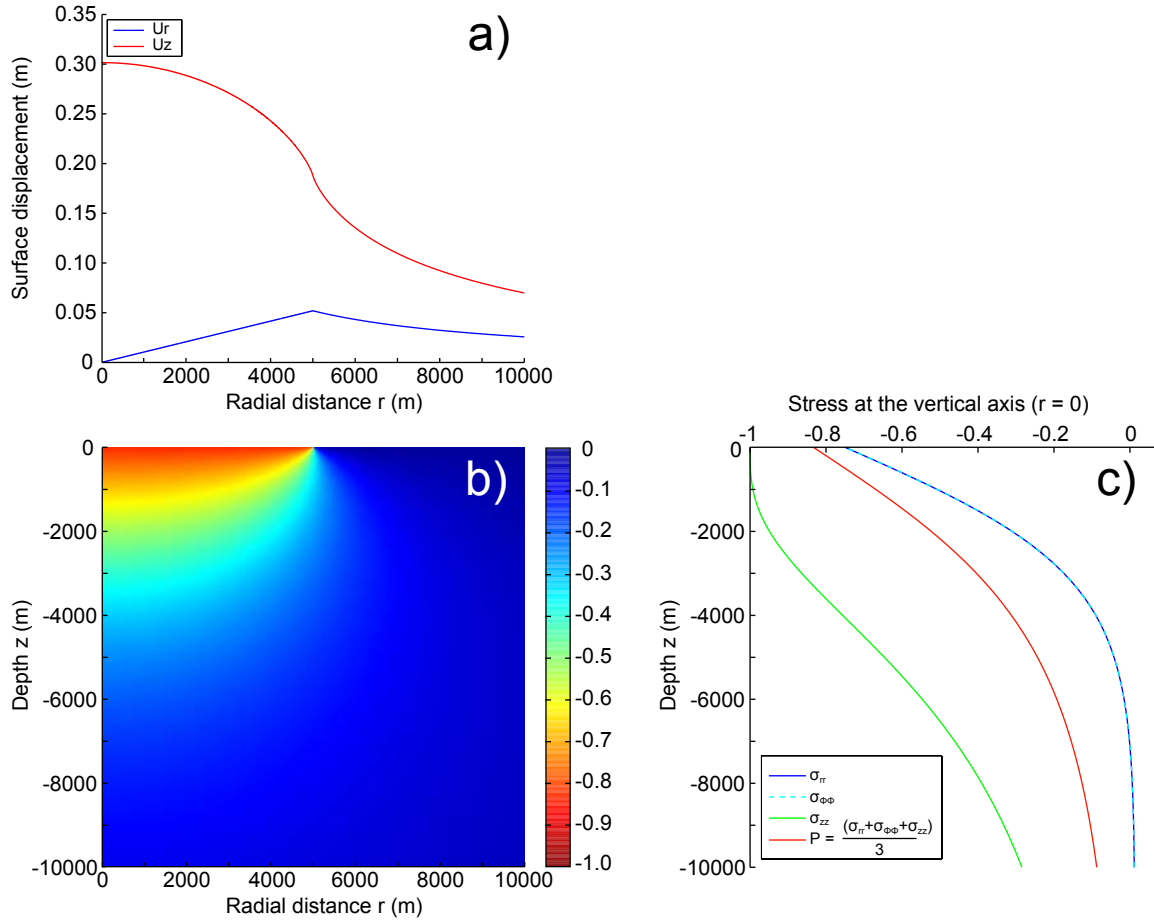


FIG. 1.11 – *Stress and Deformation induced by a stress perturbation at the surface of an elastic axisymmetric medium. The perturbation is a disk unload (negative stress values) with a 5 km radius. For calculation, Poisson's ratio is equal to 0.25 and Young's modulus E to 30 GPa. a) Vertical U_z (red curve) and radial U_r (blue curve) surface displacements caused by the unloading event. b) Map of the pressure change induced by the surface unloading event. Values are normalized by the amplitude of the perturbation p_0 . c) Stresses σ_{rr} , $\sigma_{\phi\phi}$ and σ_{zz} and pressure P under the centre of the disk load, at $r=0$ (see the stress equations given in the text).*

1.4.3 Couplage entre la variation de charge et le réservoir magmatique

En contexte volcanique, les changements de contraintes en profondeur induits par la variation de charge en surface seront modifiés par la présence des réservoirs magmatiques. Dans un premier temps, le réservoir est considéré comme une cavité sphérique remplie d'un fluide incompressible.

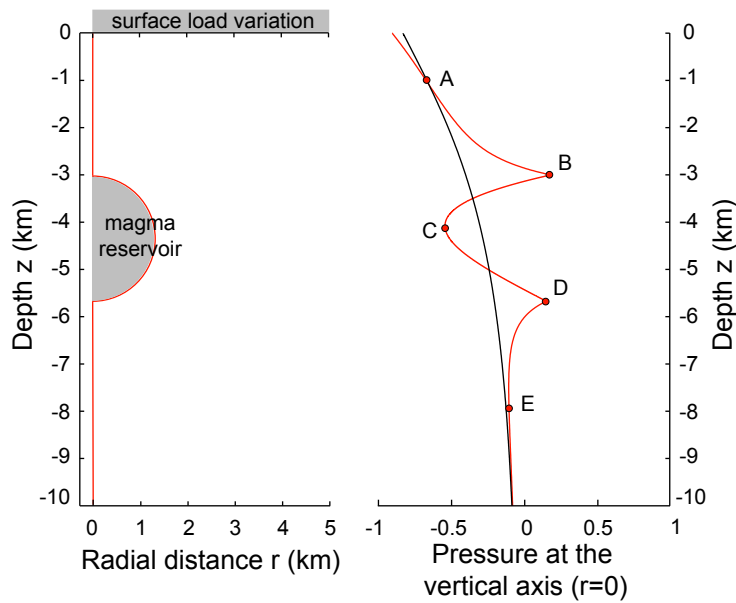


FIG. 1.12 – *left : Geometry of the tested model combining a load variation at the surface and a magma reservoir at depth ; right : In red, pressure changes calculated for the red profil shown in the left panel (at $r=0$, excepted at reservoir depth). For comparison, the depth profile of pressure at the centre of a surface load variation previously calculated for the case without reservoir is plotted in black. All pressure values are normalized by the amplitude of the load event. Letters A, B, C, D and E correspond to change in the pressure behaviour (see in the text).*

Le réservoir magmatique modifie le champ de contraintes en profondeur (Fig. 1.12) :

- entre la surface et le point A (0-1 km), peu d'effet dû à la présence du réservoir.
- entre A et B (1-3 km), le point B correspondant au sommet du réservoir, la présence du réservoir provoque une forte diminution dans l'amplitude de la pression, et même un changement de signe avec des valeurs positives (en B).
- entre B et D, le point D correspondant à la base du réservoir, la pression est calculée à la paroi du réservoir et nous constatons une forte augmentation de la pression, avec des valeurs dépassant même celle du cas de référence "sans réservoir".
- entre D et E, nous observons le même comportement que celui décrit entre A et B.
- pour des profondeurs supérieures à celle du point E (8 km), la pression ne subit plus l'influence du réservoir.

La baisse de pression (valeurs négatives) dans l'encaissant causée par l'évènement de surface est moindre à proximité du réservoir, avec même des augmentations de pression (valeurs positives) au toit et en base du réservoir (point C et D). Par contre, dans la gamme de profondeurs où se situe le réservoir, il existe une forte amplification des valeurs de pression. Pour l'exemple de la Figure 1.12, cette amplification est maximale autour de 4 km (point C). A cette profondeur de 4 km, la variation de pression équivaut celle calculée à une profondeur de seulement 1 km dans le cas de référence sans réservoir (point A). Autrement dit, des variations de charge en surface peuvent engendrer des changements de contraintes plus importants en profondeur, dans le cas où un réservoir superficiel est présent. Nous verrons par la suite si ces variations de contraintes en profondeur agissent sur le champ de déformation en surface.

La forme du réservoir a une influence sur ces changements de pression. Un réservoir allongé horizontalement, type "oblate", ou verticalement, type "prolate", ne produira pas le même effet qu'un réservoir sphérique. Ainsi, dans la Figure 1.13, nous testons en plus de la sphère ces deux formes, en gardant toujours constant le volume du réservoir et la profondeur du sommet du réservoir.

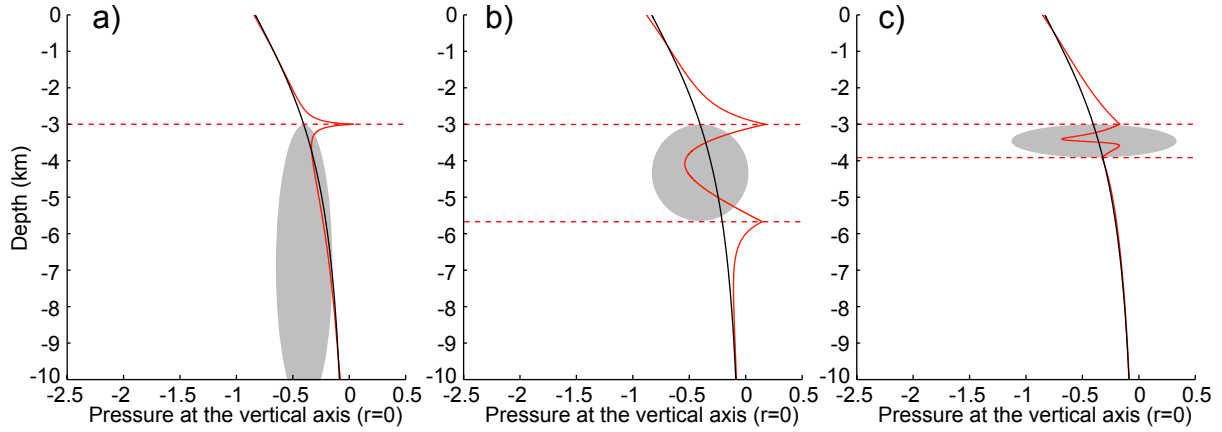


FIG. 1.13 – *Depth profil of the pressure at the centre of the unloading event for three different shapes of incompressible reservoirs : a) a prolate ellipsoid with a ratio $\frac{a}{b}$ equal to 0.2, b) a sphere and c) an oblate ellipsoid with an ellipticity of 5. All reservoirs have a constant volume of 10 km^3 and a top situated at 3 km depth. The position and geometry of the reservoirs are shown by the shaded area (length proportion is respected). In each case, the reference case without reservoir is indicated by the black dashed curve.*

L'ellipticité du réservoir agit de tel sorte qu'un réservoir oblate va amplifier les effets décrits précédemment pour la sphère, alors qu'au contraire le réservoir prolate tend à les diminuer. Ainsi, un réservoir prolate n'aura que peu d'influence sur le profil de pression en profondeur, seules les variations au sommet et à la base du réservoir sont significatives.

Jusque là, nous considérons des réservoirs incompressibles. La Figure 1.14 représente les profils de pression pour différentes valeurs de compressibilité pour le magma. Nous rappelons que dans les cas de fortes compressibilités pour le magma ($K < 1$ GPa), notre modèle reste peu adapté car il ne prend pas en compte les éventuels changements de densité liés au changement de volume du réservoir. Cette fois-ci la pression au niveau du réservoir ne représente plus la valeur à la paroi mais la variation de pression magmatique, ΔP_c , calculée numériquement d'après la méthode décrite dans la section 1.3.2. Les variations de la pression magmatique sont affectées par la compressibilité du magma. Pourtant, la compressibilité du magma a une influence sur le profil de pression dans la croûte uniquement dans le cas d'un réservoir de forme oblate. Pour ces réservoirs, les changements de contraintes dans la croûte seront d'autant plus importants que le magma contenu dans le réservoir est compressible.

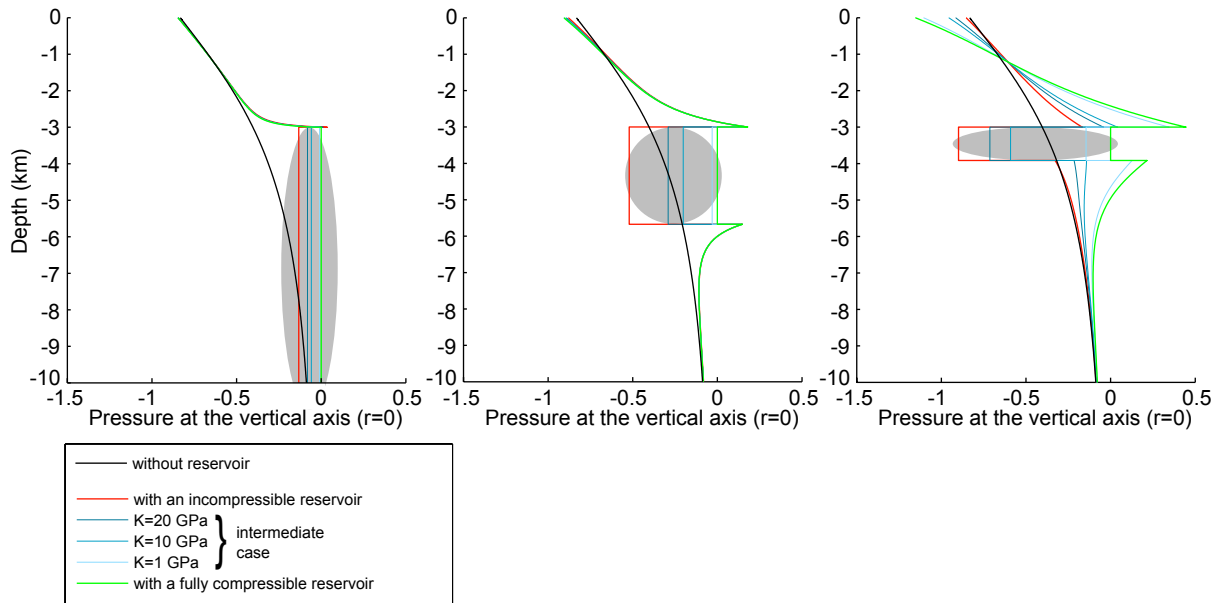


FIG. 1.14 – Same legend as the Figure 1.13, but magma compressibility is now considered. At reservoir depth, values of pressure change inside the reservoir ΔP_c are shown. The different color curves show the different behaviour of the magma : red lines for an incompressible magma and blue lines for compressible magmas : from low compressibility ($K = 20$ GPa) to high compressibility ($K = 1$ GPa). Green curves correspond to the limit case without pressure change.

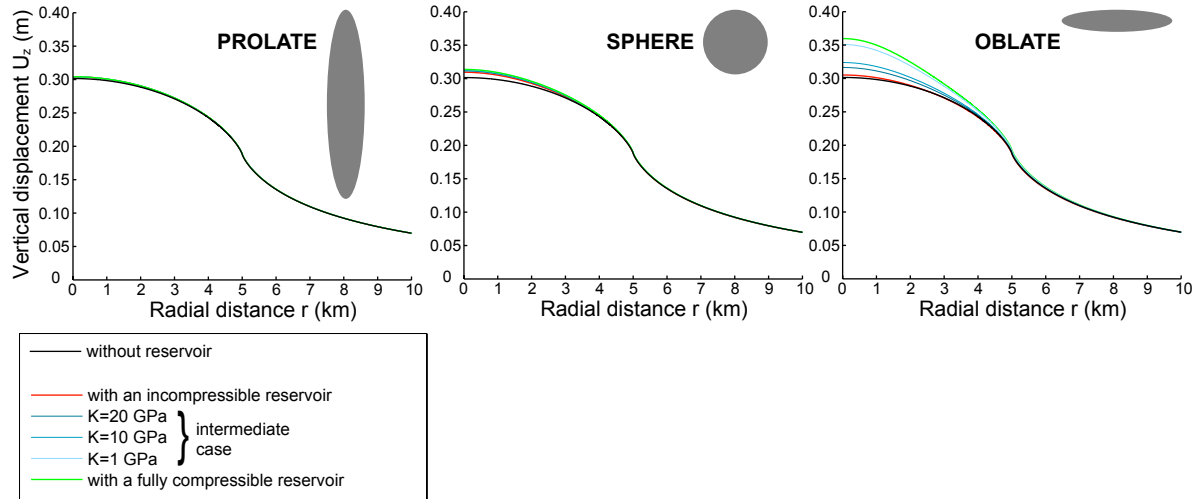


FIG. 1.15 – Vertical displacement associated to the pressure profile shown in Figure 1.14

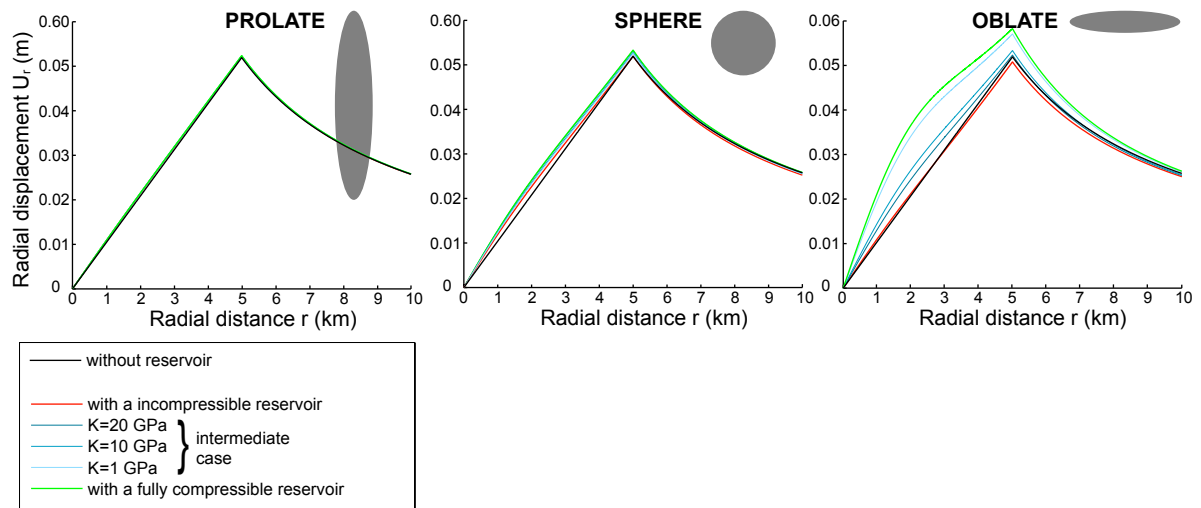


FIG. 1.16 – Radial displacement associated to the pressure profile shown in Figure 1.14

Les Figures 1.15 et 1.16 nous montrent les déplacements de surface associés aux profils de pression précédents (Fig. 1.14). Seule la présence de réservoirs de forme oblate en profondeur provoque des différences dans l'amplitude des déplacements induits par un évènement de surface. Ces différences sont présentes uniquement sur la zone affectée par la perturbation de surface ($0 < r < Re$). De plus, cette augmentation est significative uniquement pour des réservoirs contenant des magmas fortement compressibles, qui connaissent donc une faible variation de pression. La différence sur les déplacements verticaux peut atteindre un peu plus de 15 %. Par contre, pour toute autre forme de réservoir, sphérique ou prolate, la différence est négligeable voire quasi-absente.

Ainsi, nous montrons que le couplage entre la variation de charge en surface et le réservoir magmatique, bien qu'il provoque de fortes perturbations de contraintes en profondeur, n'aura que peu d'effet sur le champ de déplacement en surface et ne sera important que dans le cas de réservoirs de forme oblate contenant des magmas fortement compressibles.

1.5 Effet sur la sismicité

1.5.1 Le critère de rupture de Mohr-Coulomb

De nombreux travaux ont montré que de petites perturbations de contraintes dans la croûte peuvent, sous certaines conditions, provoquer la ré-activation de failles et générer des évènements sismiques (Harris, 1998). Des variations cycliques de la sismicité, observées sur plusieurs sites, sont associées à des phénomènes de charge, comme l'accumulation de neige (Heki, 2003), la mousson (Bollinger et al., 2007), ou la recharge d'aquifère (Saar & Manga, 2003). L'étude de cette cyclicité sismique permet d'apporter de nouvelles contraintes sur le mécanisme de déclenchement de la sismicité. En contexte volcanique, l'activité sismique peut être générée par des perturbations de contraintes comme la propagation d'intrusions magmatiques, l'activité d'un rift ou encore la pressurisation du réservoir magmatique (Sigmundsson et al., 1997; Walter & Amelung, 2004; Roman, 2005; Feuillet et al., 2006). Pour quantifier l'effet de ces perturbations sur le déclenchement de séismes, différentes approches sont possibles, l'une étant le calcul de la contrainte de Coulomb (King et al., 1994; King, 2007). En mécanique des roches, le critère de Mohr-Coulomb est couramment utilisé pour caractériser l'état de rupture d'un matériau soumis à un état de contrainte (Jaeger & Cook, 1969). Ce critère s'écrit :

$$f(\sigma) = |\tau| - \mu\sigma_n - c \leq 0$$

La rupture intervient quand la fonction $f(\sigma)$ est nulle. Sur le diagramme de Mohr (Fig. 1.17a), cette condition est vérifiée lorsque le cercle de diamètre $(\sigma_1 - \sigma_3)$ est tangent à la droite $|\tau| = \mu\sigma_n + c$. La pente de cette droite, $\mu = \tan(\varphi)$, est appelée coefficient de frottement interne, avec φ l'angle de frottement interne. L'ordonnée à l'origine, c , représente la cohésion du matériau. Ce critère permet aussi de prédire l'inclinaison des failles lors de la rupture du matériau. La rupture se produit dans un plan (P) contenant σ_2 , la contrainte principale intermédiaire. Soit θ , l'angle que fait la normale du plan (P) avec la contrainte principale σ_1 , la rupture intervient pour $\theta = \frac{\varphi}{2} + \frac{\pi}{4}$. Il existe, pour tout champ de contrainte donné, une orientation préférentielle de plan de fracture.

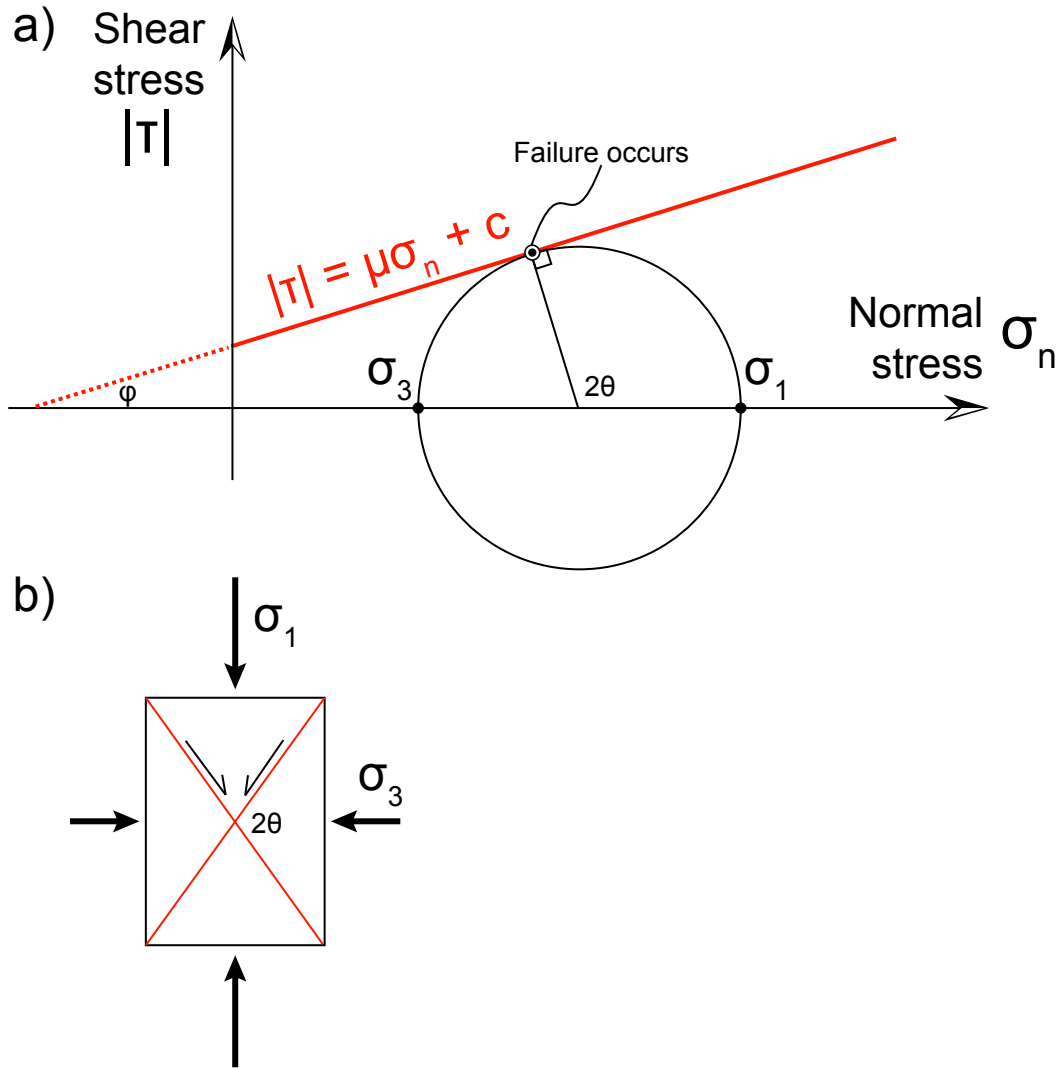


FIG. 1.17 – a) Mohr's diagram related to an arbitrary state of stress. By convention, compression is positive (+) and tension negative (-). Principal components of stress σ_1 (maximal compressive stress) and σ_3 (minimal compressive stress) are two points in the x -axis. Mohr-Coulomb failure envelope is a straight line with a slope equal to the coefficient of internal friction μ . b) Geometry of the failure related to the Mohr's diagram. The red lines are the failure planes. θ is the angle between the orientation of the failure plane and the direction of the minimum compressive stress σ_3 .

En considérant que la cohésion reste constante entre l'état de référence et l'état perturbé, le changement de la contrainte de Coulomb, noté ΔCFF ("Coulomb Failure Function") s'écrit :

$$\Delta CFF = \Delta\tau - \mu\Delta\sigma_n$$

Ce paramètre ΔCFF nous donne l'évolution d'un plan de rupture vers les conditions de rupture. En s'appuyant sur ce critère de Coulomb, il est possible de déterminer l'évolution d'une fracture vers les conditions de rupture, et donc l'occurrence de sismicité (Roman, 2005; Árnadóttir et al., 2003). Une valeur positive de ΔCFF nous indique que la perturbation de contrainte tend à favoriser la rupture et par conséquent le glissement du plan de fracture. En produisant des cartes spatiales de cette variation de contrainte de Coulomb, nous déterminerons les zones potentielles d'activation de la sismicité lors d'un événement de surface. Pour déterminer l'orientation des plans de fractures (P) sur laquelle sera calculée la variation de la contrainte de Coulomb, diverses solutions sont envisageables. L'orientation des plans peut être déduite des données structurales de la zone étudiée, comme la cartographie des failles ou les mécanismes focaux des séismes (Walter et al., 2007; Roman, 2005). Cependant, quand ces informations sont absentes, nous pouvons choisir une orientation associée à un champ de contrainte donné.

1.5.2 Variation de charge en surface des volcans

La Figure 1.18 ci-contre montre les valeurs de changement de contrainte de Coulomb ΔCFF , pour une orientation de plan donnée à travers l'exemple d'une décharge en surface d'amplitude P_e et de rayon R_e de 5 km. Quatre zones géographiques peuvent être identifiées :

- (i) Zone I : zone aux valeurs ΔCFF positives, située à l'aplomb de la décharge seulement à 1-2 km sous la surface
- (ii) Zone II : située sous la Zone I, cette zone admet des valeurs ΔCFF négatives
- (ii) Zone III : petite zone aux valeurs ΔCFF négatives, localisée en sub-surface en périphérie de la décharge
- (iii) Zone IV : zone aux valeurs ΔCFF positives se présentant sous la forme d'un lobe

orienté parallèlement aux plans de fractures

Les zones I et IV sont donc des zones où l'évènement de décharge en surface va favoriser la rupture des plans de faille, et donc l'occurrence de sismicité. Ces résultats sont cependant dépendants des plans de glissement considérés.

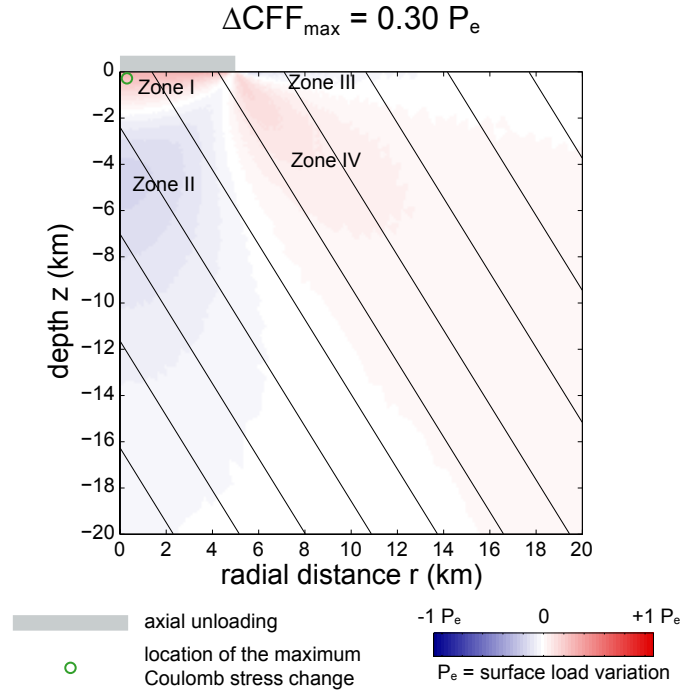


FIG. 1.18 – Coulomb stress change ΔCFF in the crust, during an unloading event with a 5 km radius occurring at the surface (grey area). The load decrease is applied at the surface as a negative normal stress with an amplitude P_e . Elastic parameters of the crust are chosen to be 30 GPa and 0.25 respectively for the Young's modulus and the Poisson's coefficient. Color scale is red for positive values of ΔCFF and blue for negative values. The optimal planes (black lines) are chosen arbitrary as planes induced by a vertical compressive stress and Coulomb coefficient μ equal to 0.5. This condition provides normal faulting with oriented planes dipping around 60° . The green dot corresponds to the location of the maximal positive value of ΔCFF .

1.5.3 Couplage entre la variation de charge et le réservoir magmatique

Comme nous l'avons évoqué dans la section 1.4.3, le réservoir magmatique va modifier à faible profondeur les contraintes causées par la variation de décharge en surface, et donc par la même occasion le changement de Coulomb. Pour la même orientation de plans de rupture, définie précédemment (Fig. 1.18), nous calculons les changements de contrainte de Coulomb causés par la décharge de surface avec la présence en profondeur d'un réservoir magmatique.

Pour des réservoirs magmatiques incompressibles, les variations locales de ΔCFF par rapport au cas sans réservoir sont observables essentiellement à proximité du réservoir (Fig. 1.19a-b-c). Dans le cas sphérique (Fig. 1.19b), la Zone I s'étend vers le toit du réservoir. L'amplitude des changements de Coulomb ΔCFF augmente légèrement en présence de ce réservoir, avec une amplitude maximale de $0.36 P_e$, soit un peu moins de 10% d'augmentation par rapport au cas sans réservoir. Par contre, son maximum local ΔCFF_{max} reste localisé à faible profondeur sous la décharge. Ainsi, la présence d'un réservoir sphérique facilite la rupture sous la décharge et à proximité du réservoir.

Le réservoir prolata n'a que peu d'effet sur le changement de Coulomb (Fig. 1.19a). L'amplitude et la distribution spatiale de ΔCFF restent inchangées par rapport au cas référence. Par contre, le réservoir oblate a lui une forte influence sur les résultats (Fig. 1.19c). Ce réservoir induit une forte augmentation des valeurs positives ΔCFF de la zone I sous la décharge. De plus, le maximum de ce changement, ΔCFF_{max} , n'est plus localisé en sub-surface sous la décharge comme auparavant, mais au coin du réservoir. Il atteint une valeur équivalente à presque 60 % de la décharge en surface. Ainsi, il semblerait que les réservoirs de forme oblate ont un effet déclencheur sur la sismicité plus important que les réservoirs sphériques ou prolates (Fig. 1.20).

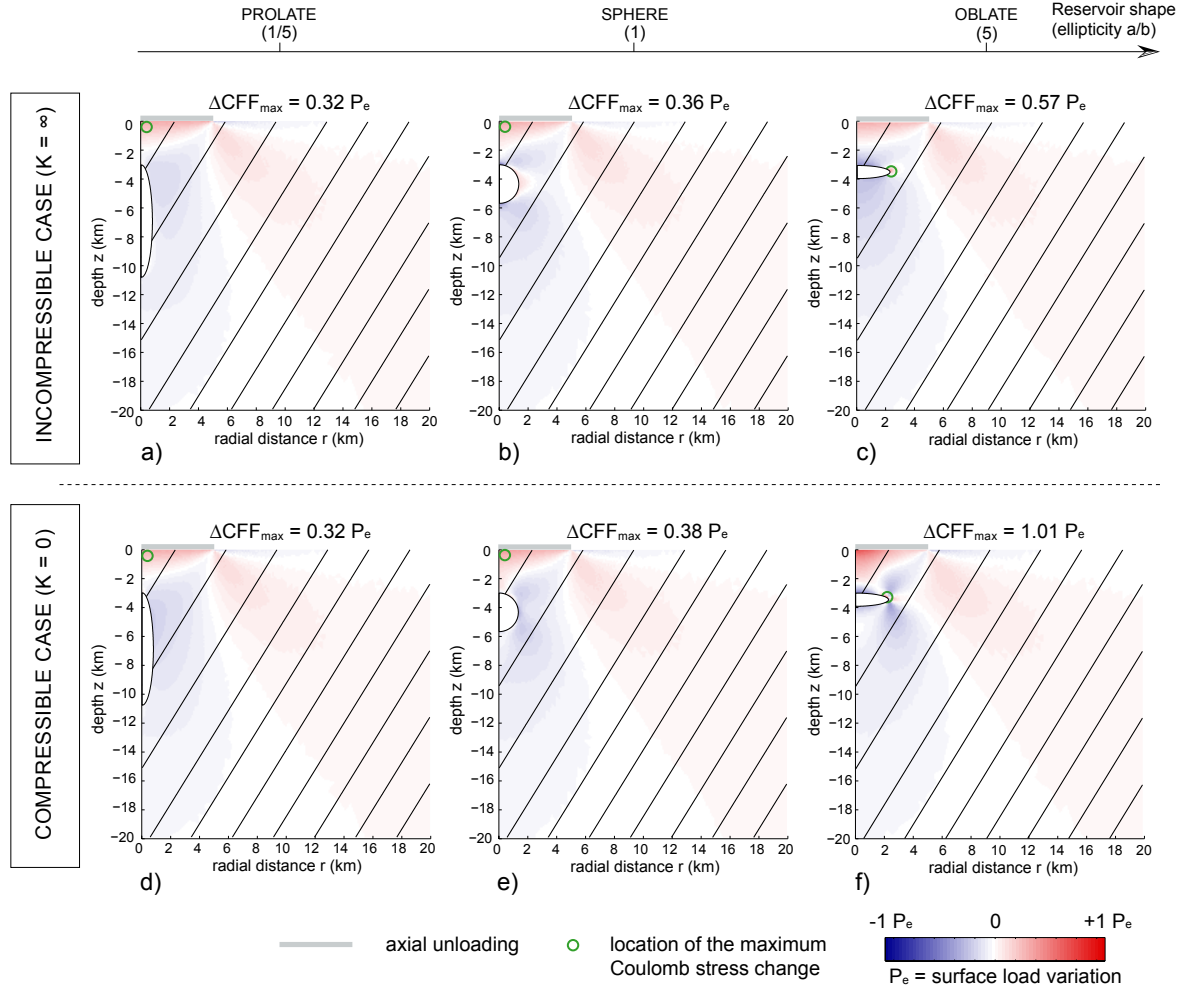


FIG. 1.19 – Coulomb stress change calculated for the same conditions than for the Figure 1.18, excepted there is a magma reservoir at depth. Three shapes are tested : Prolate (a-d), Sphere (b-e) and Oblate (c-f). Volume and top depth of the reservoir are kept constant and respectively equal to 10 km^3 and 3 km. Two end-members for pressure change within the reservoir related to the unloading event are also tested : (i) at the top, the incompressible case (a-b-c) ; (ii) at the bottom, the compressible case, which corresponds to no magma pressure change within the reservoir (d-e-f).

Pour regarder l'influence de la compressibilité du magma, nous montrons également le changement de Coulomb pour un cas compressible ($K=0$), impliquant aucun changement de pression à l'intérieur du réservoir (Fig. 1.19d-e-f). Tester ces deux cas limites, incompressible et compressible ($K=0$), permet d'obtenir l'intervalle de valeurs du changement de Coulomb attendu pour l'ensemble des compressibilités. Pour des réservoirs de forme prolate, la compressibilité n'a aucune influence. Pour les deux autres réservoirs, la variation de pression dans le réservoir associé à des magmas fortement compressibles va causer quelques changements dans la répartition spatiale de la contrainte de Coulomb, notamment en étendant les zones favorables à la rupture autour du réservoir. De plus, le changement de contrainte de Coulomb ΔCFF_{max} augmente (Fig. 1.20), surtout pour le réservoir oblate, où le maximum de ΔCFF peut atteindre l'amplitude de la décharge. La localisation de ce maximum reste elle par contre inchangée, quelque soit la forme du réservoir.

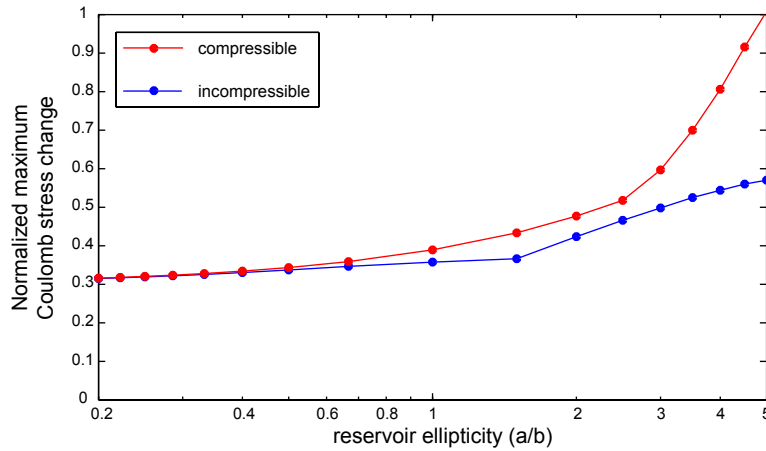


FIG. 1.20 – Maximal Coulomb stress change (ΔCFF_{max}) induced by a central unloading event as a function of the reservoir shape. Conditions for initial stress field are those described in Figure 1.19. All the stress change values are normalized by the surface unload amplitude P_e . The two curves corresponds to the two end-members values for the magma compressibility : incompressible and compressible ($K=0$).

De même qu'il modifie la distribution spatiale et l'amplitude de la contrainte de Coulomb, le réservoir magmatique pressurisé peut aussi engendrer de la fracturation à proximité. Pour un réservoir proche de la rupture en régime lithostatique, des fractures radiales depuis la paroi du réservoir se forment en réponse aux changements de contraintes. Ainsi, si le régime tectonique de la région n'est pas connu, les calculs de changement de Coulomb peuvent être effectués sur cette orientation de fracture, issue de la suppression du réservoir magmatique.

Nous réalisons le calcul du changement de Coulomb ΔCFF sur ces nouveaux plans de rupture pour tous les cas étudiés précédemment (Fig. 1.21). Comme auparavant, le réservoir de forme prolata n'a que peu d'effet sur le changement de Coulomb (Fig. 1.21a-d) : la localisation du maximum est en sub-surface sous la décharge et son amplitude est proche du cas référence sans réservoir. Les valeurs maximales du changement de Coulomb ΔCFF_{max} augmentent toujours avec l'ellipticité ($\frac{a}{b}$) et la compressibilité (K) du réservoir (Fig. 1.22). Elle atteint plus de 4 fois l'amplitude de la décharge en surface P_e pour le cas d'un réservoir oblate compressible (Fig. 1.21f).

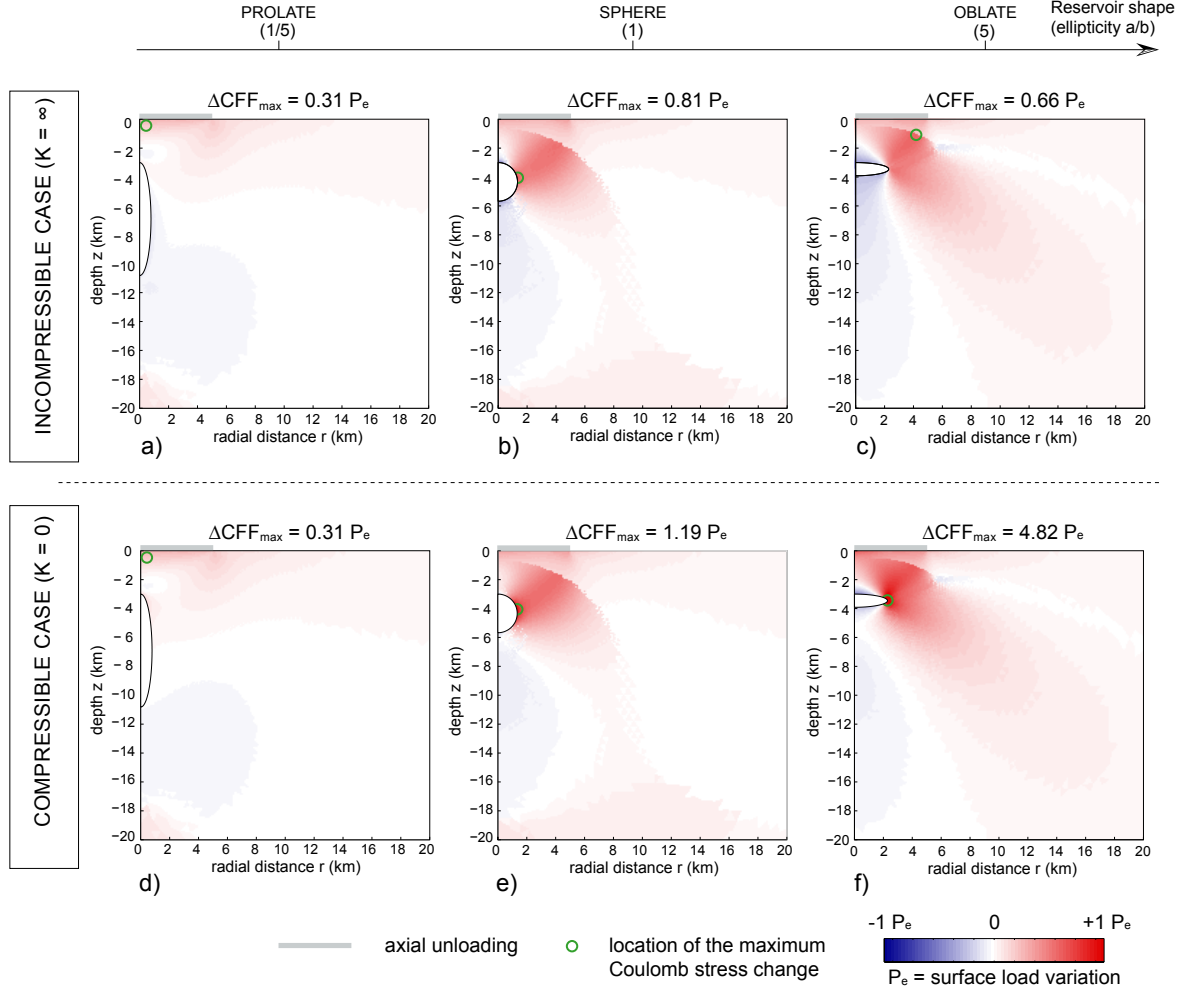


FIG. 1.21 – Same legend as the Figure 1.19, excepted that the optimal planes are now induced by an overpressurized reservoir. This stress field produces fault planes with a variable orientation in the space, which is essentially radial from the magma reservoir.

Les points communs avec les résultats de la Figure 1.19 s'arrêtent là. Pour les réservoirs sphériques et oblates, les zones positives et négatives de ΔCFF sont totalement redistribuées et atteignent des valeurs dépassant l'amplitude de la décharge de surface (Fig. 1.21e-f). Une des particularités est la présence d'une large zone aux fortes valeurs ΔCFF positives sous la décharge en périphérie des réservoirs. Dans le cas de réservoirs sphériques, le maximum ΔCFF_{max} n'est plus localisé en sub-surface mais plus en profondeur à proximité de la paroi du réservoir.

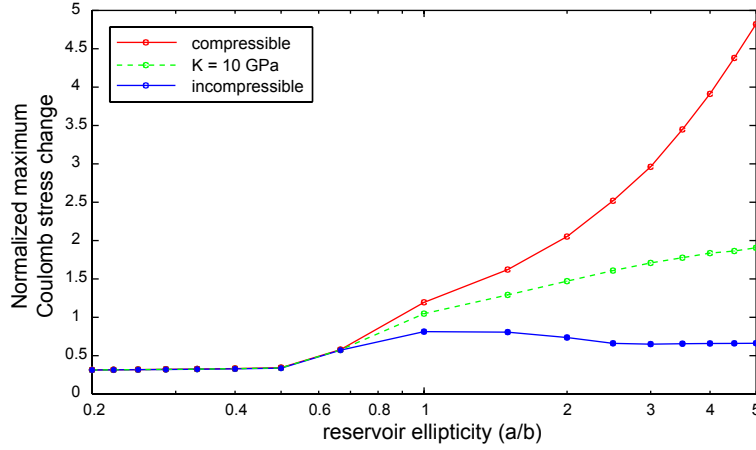


FIG. 1.22 – Maximal Coulomb stress change (ΔCFF_{max}) induced by a central unloading event as a function of the reservoir shape. Conditions for initial stress field are those described in Figure 1.21. All the stress change values are normalized by the surface unload amplitude P_e . The three curves corresponds to different values of compressibility : fully compressible with $K=0$, intermediate with $K = 10$ GPa and incompressible.

En conclusion, nous avons montré qu'une décharge en surface peut, en déclenchant la rupture de matériel crustal, engendrer de la sismicité en profondeur. L'effet de la perturbation, essentiellement en sub-surface, est seulement égale à 30 % de l'amplitude de l'évènement en surface. Notre étude a montré que la présence de réservoirs magmatiques proches de la surface va avoir pour conséquences :

- (i) d'amplifier l'occurrence de sismicité à travers l'augmentation des variations de la contrainte de Coulomb
- (ii) d'induire une sismicité plus profonde, proche ou en périphérie du réservoir

Il semble donc primordial, en domaine volcanique, de prendre en considération les réservoirs magmatiques et leur dynamique dans les études relatives aux variations de contrainte de Coulomb.

1.6 Application au volcan islandais Katla

1.6.1 Contexte volcanique

L'Islande (Fig. 1.23) est une île volcanique comptant plus de 30 systèmes volcaniques, dont la majorité est située sous d'épaisses calottes glaciaires. Le volcanisme en surface est la manifestation d'une situation géodynamique unique avec l'interaction d'un magmatisme issu de la dorsale médio-atlantique avec celui d'un point chaud mantellique. Structuellement, l'île compte trois zones de rifts principales : la "Northern Volcanic Zone" (NVZ), la "Western Volcanic Zone" (WVZ) et la "Eastern Volcanic Zone" (EVZ). Les éruptions, essentiellement basaltiques, se concentrent au niveau de ces zones de rift, avec 80 % des éruptions provenant de la EVZ. L'activité volcanique sur l'île est intense avec environ 20-25 éruptions par siècle, la dernière en date ayant eu lieu au Eyjafjallajökull entre Mars et Juin 2010 (Gudmundsson et al., 2010).

Le volcan Katla ($63,63^{\circ}$ N - $19,05^{\circ}$ W) est situé au Sud de l'Islande à l'extrémité Sud de la EVZ. C'est l'un des volcans les plus actifs en Islande, avec 20 éruptions documentées, la dernière ayant lieu en 1918 (Larsen, 2000). L'édifice volcanique est une caldera d'une dizaine de kilomètres de diamètre, située entièrement sous le glacier Mýrdalsjökull (Fig. 1.24). Ce glacier a une superficie d'environ 600 km^2 et l'épaisseur de glace atteint à des endroits plusieurs centaines de mètres (Björnsson et al., 2000).

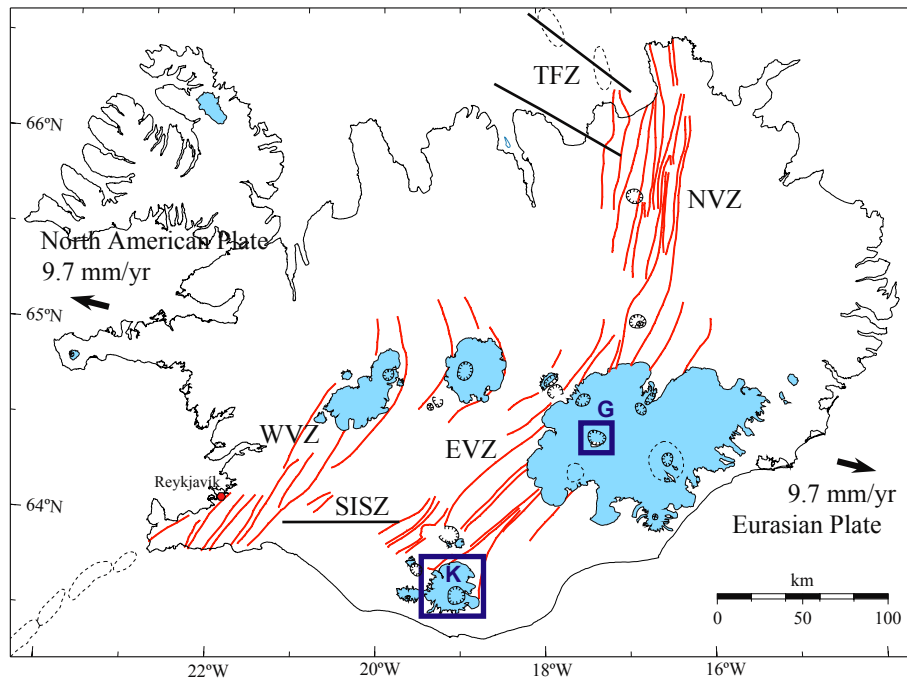


FIG. 1.23 – Map of Iceland showing the main rift zones : WVZ, EVZ and NVZ (red lines) and also the two transform zones : South Iceland Seismic Zone (SISZ) and Tjornes Fracture Zone (black lines). Black circles indicate the main volcanic centers. Most of them are situated under icecap (blue area). Blue boxes indicate two active subglacial volcanoes : Katla (K) and Grímsvötn (G).

L'étude des déformations de surface a permis de proposer un modèle de source lié à un réservoir magmatique superficiel. Sturkell et al. (2006, 2008) ont estimé la profondeur de ce réservoir autour de 5 km. En complément, une expérience de tir sismique a mis en évidence des anomalies du temps de trajet des ondes quelques kilomètres sous la surface (Gudmundsson et al., 1994), qui pourrait être la signature d'un réservoir magmatique. Cette zone à faible vitesse sismique, située autour de 2-3 km sous la surface de la caldera, possède une extension latérale d'environ 5 km de large.

Une des particularités de ce site est la dynamique du glacier Mýrdalsjökull. Dès 1999, des mesures radar de l'altitude du Mýrdalsjökull ont permis de mettre en évidence une forte variation annuelle de son épaisseur dans sa partie centrale, ainsi qu'un amincissement progressif en périphérie (Gudmundsson et al., 2007). Le premier cycle est lié à l'action des saisons, avec une accumulation de neige durant la période hivernale puis une fonte

importante pendant la période plus chaude. Ainsi, sur quelques mois, il se produit une variation de plus de 5 m de l'épaisseur du glacier sur une superficie d'environ 200 km². L'amincissement en périphérie du glacier est lui issu de la fonte de la glace, avec un taux moyen de 4m/an. Ce processus irréversible, constaté depuis plusieurs années, est une conséquence directe du réchauffement climatique mondial, à l'origine du recul croissant de nombreux glaciers sur le globe.

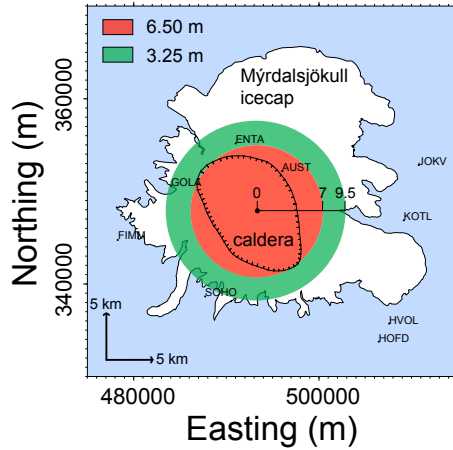


FIG. 1.24 – Model used to describe the seasonal surface load change occurring at the Mýrdalsjökull icecap due to accumulation/melt of snow. Location and name of the GPS stations are shown.

Dans cette étude, nous nous focaliserons sur les variations de charge saisonnières du glacier Mýrdalsjökull. Pour la modélisation, la variation de charge sera représentée par un disque d'un rayon de 7 km associé à une variation d'épaisseur de 6.5 m auquel s'ajoute en périphérie une zone de 2.5 km de large pour une variation d'épaisseur deux fois plus faible, soit 3.25 m (Pinel et al., 2007) (Fig. 1.24). Pour une densité prise à 650 kg.m⁻³ pour la neige, la variation de charge en surface atteint un maximum de 0.042 MPa au centre de la caldera. Les paramètres utilisés pour la géométrie du réservoir magmatique du Katla, déduits des études de déformation et de sismicité précédemment citées, sont reportés dans la Table 1.1.

TAB. 1.1 – Numerical values to model the Katla magma reservoir.

<i>Parameter</i>	<i>Unit</i>	<i>Symbol</i>	<i>Value</i>
Horizontal axis	km	a	2.5
Vertical axis	km	b	0.5
Top Depth	km	H_c	2.5
Volume	km ³	V_c	13.09

1.6.2 Caractérisation de la déformation

Au Katla, Pinel et al. (2007) ont clairement montré, à travers l'étude des déplacements mesurés en surface à plusieurs stations GPS, que l'origine de la déformation sur la période 1999-2004 n'est pas unique mais la somme de deux contributions : l'une associée à la dynamique du glacier, l'autre à l'accumulation de magma en profondeur. Lors de cette étude, chacune des composantes du champ de déplacement total a été calculée à l'aide de modèle traitant de manière indépendante la variation de charge en surface et la variation de pression liée à l'accumulation de magma en profondeur.

Cependant, comme nous l'avons démontré, la variation de charge par le changement de contraintes qu'elle produit dans la croûte va perturber la pression interne du réservoir magmatique. Dans le cas d'un exemple théorique, nous avons déduit que l'influence de ce couplage sur la déformation est très faible et uniquement significatif dans le cas de réservoirs de forme oblate contenant des magmas fortement compressibles. Qu'en est il pour le Katla? Pour répondre à cette question, nous allons calculé les déformations pour un modèle couplant la fonte annuelle du glacier (Fig. 1.24) et le rééquilibrage en pression du réservoir (Table 1.1). La croûte, considérée comme homogène et élastique, sera caractérisée par un module de Young E de 30 GPa, adapté pour le Katla (Pinel et al., 2007) et un coefficient de Poisson ν égal à 0.25.

Les déplacements causés par les variations saisonnières de la charge glaciaire du Mýrdalsjökull sont très peu influencés par la présence du réservoir magmatique du Katla (Fig. 1.25). Sur les 4 stations GPS présentes, seule la station la plus proche (AUST), située sur les bords de la caldera, pourrait éventuellement détecter l'effet du couplage entre la variation de charge et la variation de pression du réservoir. Mais le gap de déplacement avec un modèle "sans réservoir" (courbe noire) reste inférieur à 10 %, avec, au maximum, une augmentation de seulement quelques millimètres (Fig. 1.25b).

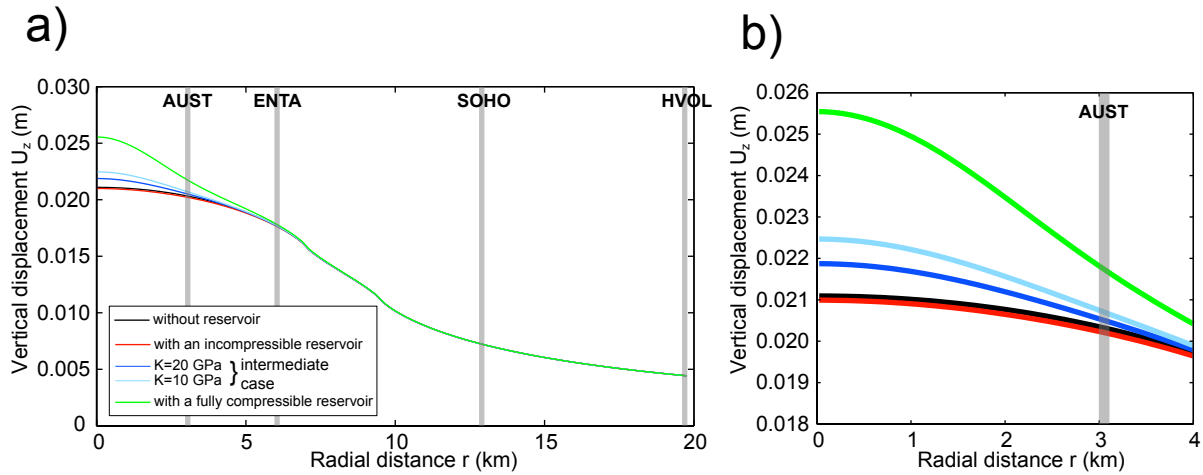


FIG. 1.25 – a) Vertical surface displacement induced by the seasonal melt of the Mýrdalsjökull icecap, considering a magma reservoir at depth. Different color curves correspond to different values of compressibility for the magma. The black curve shows the reference case without reservoir at depth. Grey bars indicate the location of 4 GPS stations. b) Zoom on the panel (a), showing in detail the displacement changes due to the magma chamber and the magma compressibility, occurring in the first 4 km from the center of the load perturbation.

Dans la discrimination des processus à l'origine des déplacements mesurés, une sous-estimation des déplacements issus de la variation de charge peut conduire à la surestimation de ceux causés par l'accumulation de magma en profondeur, et donc à une interprétation biaisée de l'état de pressurisation du système magmatique. Cependant, au Katla, la différence calculée est inférieure au millimètre à 3 km du centre de la caldera, ce

qui implique une faible influence du couplage entre l'évènement de surface et le réservoir magmatique sur le champ de déformation. Dans ce cas, la prise en compte du réservoir magmatique dans les modèles de déformation liés aux évènements de surface ne sera pas nécessaire.

1.6.3 Caractérisation de la sismicité

Le volcan Katla connaît une activité sismique persistante depuis sa surveillance, débutée dans les années 1960 (Einarsson & Brandsdóttir, 2000). Cette activité se répartit principalement en 2 clusters : l'un situé sous la caldera, l'autre localisé quelques kilomètres à l'ouest de la caldera sur le site de Goðabunga (Fig. 1.26).

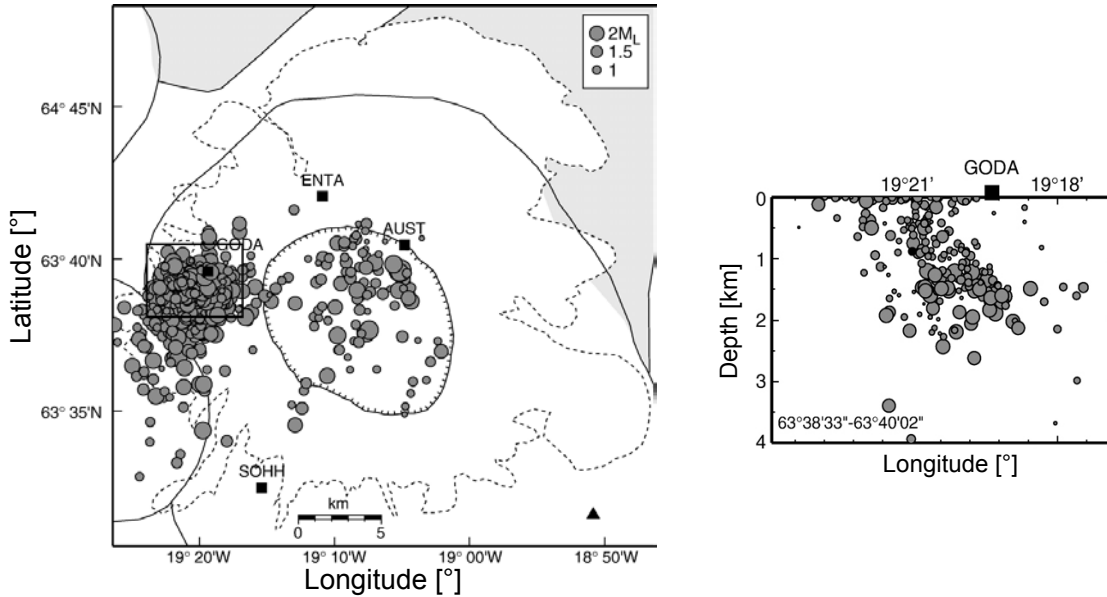


FIG. 1.26 – *Earthquakes distribution in the Katla region during 2003, from Soosalu et al. (2006). Left : Epicentral map of earthquakes, showing the two distinct clusters. The map is constructed using the data gathered by the Icelandic Meteorological Office and the temporary Katla network, when it was available. The local magnitude scale is given in the inset. Right : Vertical cross-section of the western earthquakes cluster, Goðabunga, seen from the south. We see that the seismicity is mainly situated at shallow level from 0 to 2 km.*

L'étude temporelle des événements sismiques semble mettre en évidence une cyclicité de l'activité, avec un nombre plus important de séismes durant l'automne (Fig. 1.27). L'évolution générale annuelle de l'activité sismique est la suivante : peu ou pas de séismes au début de l'année, puis une augmentation de l'activité sismique en été jusqu'à atteindre un pic d'amplitude en Octobre et enfin, une diminution de l'activité en fin d'année.

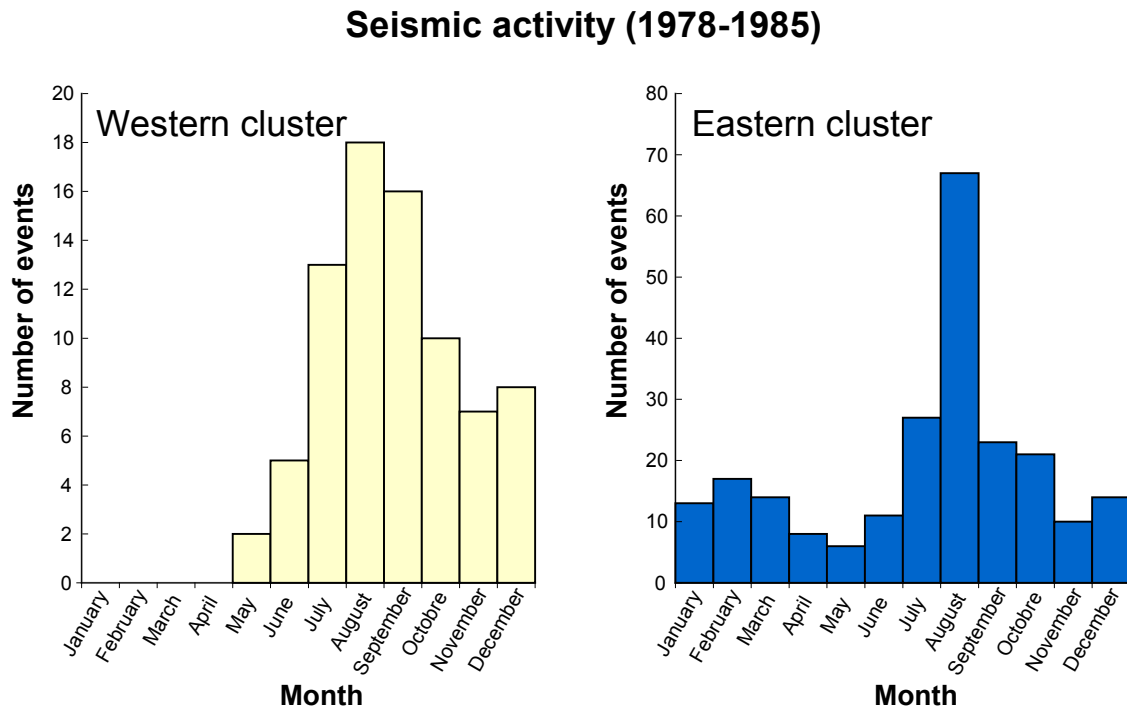


FIG. 1.27 – Cumulative monthly number of earthquakes during the 1978-1985 period, in Goðabunga (Western cluster) and inside the Katla caldera (Eastern cluster). Only events located with an accuracy of 2 km or less are represented (modified from Einarsson & Brandsdóttir (2000)).

Cette évolution de la sismicité semble être corrélée avec la dynamique du glacier Mýrdalsjökull. La saisonnalité de l'activité sismique liée à la variation de la charge neigeuse a déjà été observée sur d'autres sites, comme par exemple au Japon (Heki, 2003). Durant la fonte du glacier, deux effets combinés vont se produire dans la croûte : (1) un changement de contrainte directement dû à la perte de charge en surface et (2) une augmentation de la pression des pores dans la roche après percolation de l'eau.

Lors de leurs travaux, Einarsson & Brandsdóttir (2000) avaient déjà évoqué pour le Katla cette possible corrélation entre sismicité et phénomène de fonte du glacier. Par le calcul, ces auteurs privilégiaient le second mécanisme avec une amplitude estimée à 0.03 MPa, contre seulement 0.003 pour le premier. Mais, il paraît très probable que les deux mécanismes soient associés dans le déclenchement de la sismicité.

A l'aide de nos modèles de Coulomb, nous nous proposons de quantifier l'effet de la réduction de charge glaciaire au Katla sur le mécanisme de rupture de failles. Nous identifierons les zones pour lesquelles le déclenchement de séismes sera favorisé. Aussi, nous essayerons d'apporter des contraintes sur le fait qu'une partie de la sismicité n'est pas située sous la décharge glaciaire mais en périphérie de la caldera (Goðabunga). Les variations de la couverture neigeuse atteignent jusqu'à 6 mètres dans la partie centrale de la caldera, ce qui induit une variation de pression d'environ 0.04 MPa en surface. Les changements de contrainte de Coulomb, ΔCFF , sont calculés pour différentes conditions initiales (Fig. 1.28) :

- (i) un régime de contrainte extensif, avec des plans optimaux orientés autour de 60°
- (ii) un régime de contrainte associé à un réservoir pressurisé, donnant des plans optimaux orientés radialement

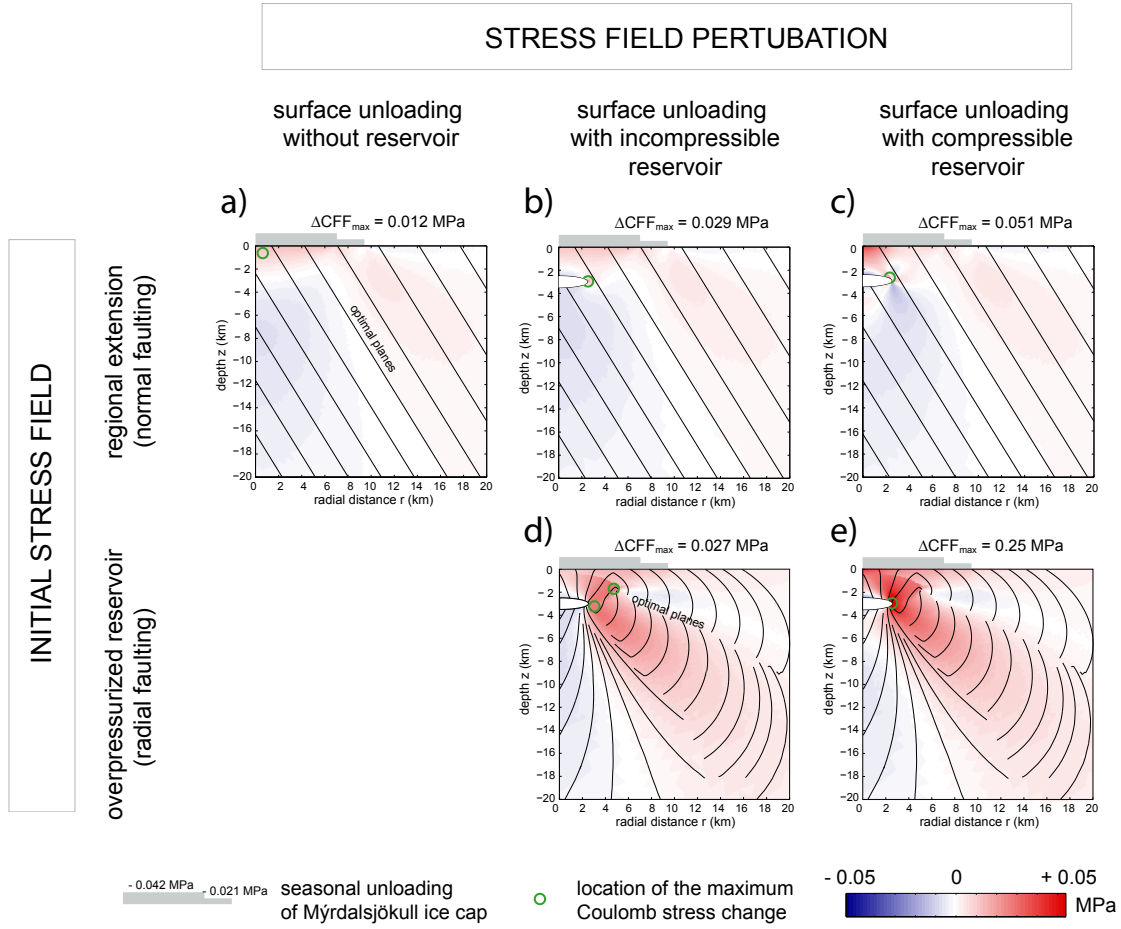


FIG. 1.28 – Coulomb stress change ΔCFF with $\mu = 0.5$ induced by the seasonal melt of Mýrdalsjökull icecap, situated above the Katla. ΔCFF is calculated with an oblate reservoir at depth, for two different geometries of failure planes : at the top panels, oriented faults with a 60° dip, characteristics of a regional extension ; at the bottom panels, radial faults related to overpressurized reservoir. In the top left panel, Coulomb stress change calculated without any reservoir for the extensional regime is shown as a "reference" case.

Pour le modèle sans réservoir (Fig. 1.28a), la variation de contrainte de Coulomb maximale est obtenue en surface, directement sous le glacier. Sa valeur est de 0.012 MPa, ce qui correspond à environ 30 % de l'amplitude de la charge. Pour la même orientation de plans (failles normales), la présence du réservoir magmatique en profondeur provoque une large augmentation des variations de la contrainte de Coulomb (Fig. 1.28b-c). La valeur maximale de ΔCFF est localisée à proximité du réservoir, et atteint 0.03 MPa et 0.05 MPa respectivement pour le cas incompressible et compressible. Ces changements de Coulomb sont considérés comme suffisants pour déclencher une sismicité (Árnadóttir et al., 2003).

Dans les cas de plans optimaux associés à un réservoir pressurisé (failles radiales), les changements de contrainte de Coulomb sont encore plus importants et se situent dans une gamme entre 0.03 et 0.25 MPa (Fig. 1.28d-e). Pour des magma faiblement compressible, le maximum de ΔCFF n'est plus localisé à la paroi du réservoir, mais plutôt en périphérie à 5 km du centre de la caldera.

Ainsi, la décharge glaciaire favorise le glissement de plans de rupture, particulièrement dans les deux premiers kilomètres sous le glacier. Cet effet aura comme conséquence de déclencher une sismicité saisonnière, mais uniquement si cette modulation de contrainte saisonnière est du même ordre de grandeur que la variation de contrainte régionale (Heki, 2003). La présence du réservoir magmatique du Katla va augmenter largement cet effet, d'autant plus que le magma contenu dans le réservoir sera compressible. De plus, le réservoir permet le déclenchement d'une sismicité plus profonde (2-4 km), se localisant même à la périphérie de la caldera.

Cette sismicité en périphérie pourrait être à l'origine du cluster de Goðabunga. Cependant, la localisation du cluster étant située à 8-10 km depuis le centre de la caldera, une autre origine est possible, comme la présence d'une forte hétérogénéité crustale. Cette hétérogénéité pourrait être un second réservoir magmatique ou un crypto-dôme comme le suppose Soosalu et al. (2006).

1.7 Conclusion

Les variations de charge à la surface des volcans produisent une déformation en surface et une sismicité en profondeur. Pour la déformation, la prise en compte du couplage entre la perturbation de surface et le réservoir magmatique n'a que peu d'effet et n'est donc pas nécessaire dans les modèles de charge . Par contre, le réservoir a une forte influence sur les changements de contraintes dans la croûte, ce qui va impliquer de larges modifications de la contrainte de Coulomb et donc potentiellement de la répartition spatiale des évènements sismiques. Une telle sismicité cyclique comme au Katla, induite par des phénomènes récurrents, pourrait même être utilisée indirectement pour caractériser la géométrie et la profondeur des réservoirs ou les propriétés du magma stocké.

1.8 Annexe : "Consequences of local surface load variations for volcano monitoring : Application to Katla subglacial volcano, Iceland"

L'article qui suit est une contribution réalisée dans le cadre de la publication d'un livre compilant tous les travaux scientifiques associés au projet européen VOLUME (VOLcanoes Understanding mass moveMEnts). Ce papier présente les conséquences de variations de charges en surface sur la surveillance des volcans, à travers l'exemple du volcan Katla (Islande), situé sous le glacier Mýrdalsjökull. Il présente d'une part les travaux décrits dans la section 1.6, et d'autre part détaille les méthodes utilisées par (Pinel et al., 2007) pour discriminer les déformations induites par la dynamique du glacier de celles causées par l'accumulation de magma en profondeur.

Consequences of local surface load variations for volcano monitoring: Application to Katla subglacial volcano, Iceland

*V. Pinel¹, F. Albino¹, F. Sigmundsson², E. Sturkell³, H. Geirsson⁴, P. Einarsson⁵, M. T. Gudmundsson⁵

¹ Laboratoire de Géophysique Interne et Tectonophysique, IRD: R157, CNRS, Université de Savoie, Campus Scientifique, 73376 Le Bourget-du-Lac Cedex, France.

² Nordic Volcanological Center, Institute of Earth Sciences, Askja, University of Iceland, Sturlugata 7, IS-101 Reykjavik, Iceland.

³ Department of Earth Sciences, University of Gothenburg, 405 30 Gothenburg, Sweden

⁴ Icelandic Meteorological Office, Reykjavik, Iceland.

⁵ Institute of Earth Sciences, Askja, University of Iceland, Sturlugata 7, IS-101 Reykjavik, Iceland.

* Corresponding author

Abstract

Surface load variations occur frequently in the vicinity of volcanoes inducing deformation and stress field perturbations that can be recorded by geophysical monitoring. It is thus necessary to discriminate these perturbations from those caused by shallow magma movement and to understand their potential influence on the magmatic plumbing system. Discrimination can be performed by modelling the deformation induced by surface load variations using integration of Green's function. This method was applied to the Katla volcano located beneath the Mýrdalsjökull ice cap, Iceland, where an annual cycle in ice load occurs as well as a gradual ice retreat. We also estimated pressure changes induced by the seasonal ice load variation within a magma reservoir, and calculated the deformation field and the Coulomb stress changes induced by the combined effect of the ice load variation and the magma pressure re-equilibration. Seismicity rate response to the seasonal perturbation strongly depends on the shape and state of the magma reservoir. Finally, introducing a rupture criterion, we conclude that, in the case of spherical or horizontally elongated reservoir and a slow magma inflow, eruptions at Katla volcano are more likely during the summer period, which is consistent with historical observations.

Introduction

Surface load variations occur frequently around volcanoes. Some of these events, such as edifice partial destruction (Siebert et al., 1984, Pinel et al. 2005), or emplacement of eruptive products (Grapenthin et al., 2008, Briole et al., 1997), are direct consequences of magma injection inside the volcanic edifice or emission at the surface, whereas others such as water level changes (Björnsson 2002) or glacial unloading (Jellinek et al., 2004) might be due to external phenomena. Such mass load variations induce deformation as well as stress field perturbations that might be recorded by geodetic or seismic measurements. One of the main limitations of risk assessment from continuous monitoring of volcanoes, is our ability to establish whether or not a given perturbation of the signal is a precursor to an eruptive event. To obtain maximum benefits from the geophysical monitoring of volcanoes, it is therefore of prime importance to discriminate between the perturbations induced by surface load variations and those caused by shallow magma movement, which is often the sign of a forthcoming eruption (Sparks, 2003). Contrary to sources of deformation located at depth, variations of the surface load are usually well-known, such that the resulting deformation can be modelled by the integration of Green's function assuming a given rheology for the crust (Pinel et al., 2007, Grapenthin et al., 2006).

However the story is more complicated than the separation of two different and independent sources. The state of the magmatic plumbing system might be modified by surface load changes, which in turn induces deformation and stress field perturbations recorded by monitoring networks and which might also change the likelihood of an eruption. Thus it is essential to understand the influence of surface perturbations on the shallow plumbing system behaviour. Pinel and Jaupart (2005), considered the 2-D deformation of a cylindrical liquid-filled magma chamber, and showed that a sudden edifice partial destruction always induces a pressure decrease within the magma, and might either prevent or promote an eruption depending on the magma reservoir size and depth. In this study, using numerical models performed in an axisymmetrical

half-space, we estimate the combined effect of surface load variations and the consecutive magma pressure re-equilibration. We calculate both the surface deformation as well as the Coulomb stress changes expected.

An eruption occurs when magma leaves the reservoir where it was previously stored by formation of a dyke at the reservoir wall (Tait et al., 1989, Jellinek & DePaolo, 2003). Following Pinel and Jaupart (2005), we use a tensile rupture criterion in order to estimate how surface load perturbations might affect the likelihood of an eruption. Methods developed are herein applied to the study of Katla subglacial volcano in South Iceland where important surface load variations occur.

Katla is one of three most active volcanoes in Iceland, with 20 documented eruptions in the last 1,100 years (Larsen, 2000). It is located under the Mýrdalsjökull ice cap and has a caldera filled with ice over 600 m thick (Björnsson et al., 2000). Katla eruptions are phreatomagmatic, associated with major ice melting and jökulhlaups (sudden glacial outburst floods), and are therefore particularly hazardous. Ice surface elevation is monitored by airplane radar measurements at least twice a year since 1999 (absolute uncertainty 1-2 m, relative uncertainty < 1 m). Two types of load variations, with different temporal and spatial scales, have been described (Pinel et al., 2007; Gudmundsson et al. 2007); an annual variation of the snow cover in the central part with an amplitude around 5 meters, as well as a long-term decrease of the ice thickness (around 4 m/y) at the periphery due to the global climate warming (Pinel et al., 2007, Gudmundsson et al., 2007). This seasonal snow load is partly responsible for the annual cycle in coordinate values observed on continuous GPS measurements around Katla volcano (Geirsson et al., 2005; Pinel et al., 2007; Grapenthin et al., 2006). Einarsson & Brandsdóttir (2000) have observed seasonal seismic activity with more events during the second half of the year. According to historical eruptions, seasonality in eruptive activity may also have occurred; all of the nine last Katla eruptions took place from May to November (Larsen 2000, Eliasson et al., 2006). Thus observations show a relationship between ice cap surface variations, deformation, seismicity rates and eruptive events at Katla volcano.

Discriminating origins of deformation around Katla volcano; evidence of magma inflow during the period 1999-2004

At Katla volcano, a surface uplift and expansion was measured during GPS campaigns from 1999 to 2004 (Fig. 1a) (Sturkell et al., 2003, Sturkell et al., 2006). At the same time, the Mýrdalsjökull ice cap was retreating (Fig. 1b), therefore, a key question was; how much uplift could be attributed to ice load variation? Pinel et al. (2007) showed that surface displacements induced by ice load variation through time can be calculated using a combination of Green's functions for two end-members: an elastic half-space and a thick elastic plate overlying an inviscid medium. This method has been implemented by Grapenthin (2007) in the CrusDe free software. As emphasised by Pinel et al. (2007), the wavelength of the displacement field, as well as the ratio between horizontal and vertical displacements, are useful guidelines to discriminate between displacements induced by surface load variations and motion due to magma accumulation at depth. The spatial wavelength of the displacement induced by surface load variations is directly related to the emplacement of this surface load evolution which is usually well-known, whereas the spatial extension of the displacement induced by accumulation of magma in a shallow reservoir mainly depends on the reservoir depth and size.

At Katla, the uplift induced by a spherical chamber shallower than 5 km, at a lateral distance of 10 km, would be at least 10 times smaller than the maximum uplift observed above the chamber. The long term ice thinning mostly occurs at the edge of the glacier (Fig. 1b) such that the uplift induced around the caldera is expected to be almost uniform. Ice unloading usually induces much larger vertical displacement than horizontal (usually 3 times larger), whereas the ratio between lateral and vertical displacement for a spherical magma source (Mogi model) is given by r/H where r is the lateral distance and H the depth of the source. At Katla, the chamber is thought to be at around 3 km depth (Gudmundsson et al., 1994) which means that at a lateral distance larger than 5 km, the ratio between lateral and vertical displacement is larger than 0.5. From these general considerations, the displacement observed

around Katla volcano from 1999 to 2004 was obviously not solely due to ice thinning. A more detailed calculation was therefore performed.

The value of the Young's modulus E around Katla was estimated around 29 ± 5 GPa by comparing the displacement expected from seasonal load effect and the cycle in position of two continuous GPS stations located at the edge of Mýrdalsjökull ice cap (Pinel et al., 2007). This estimation was then used to calculate the displacement of the long term ice thinning. Results are presented in Figure 1, which clearly show that the horizontal displacement, as well as the

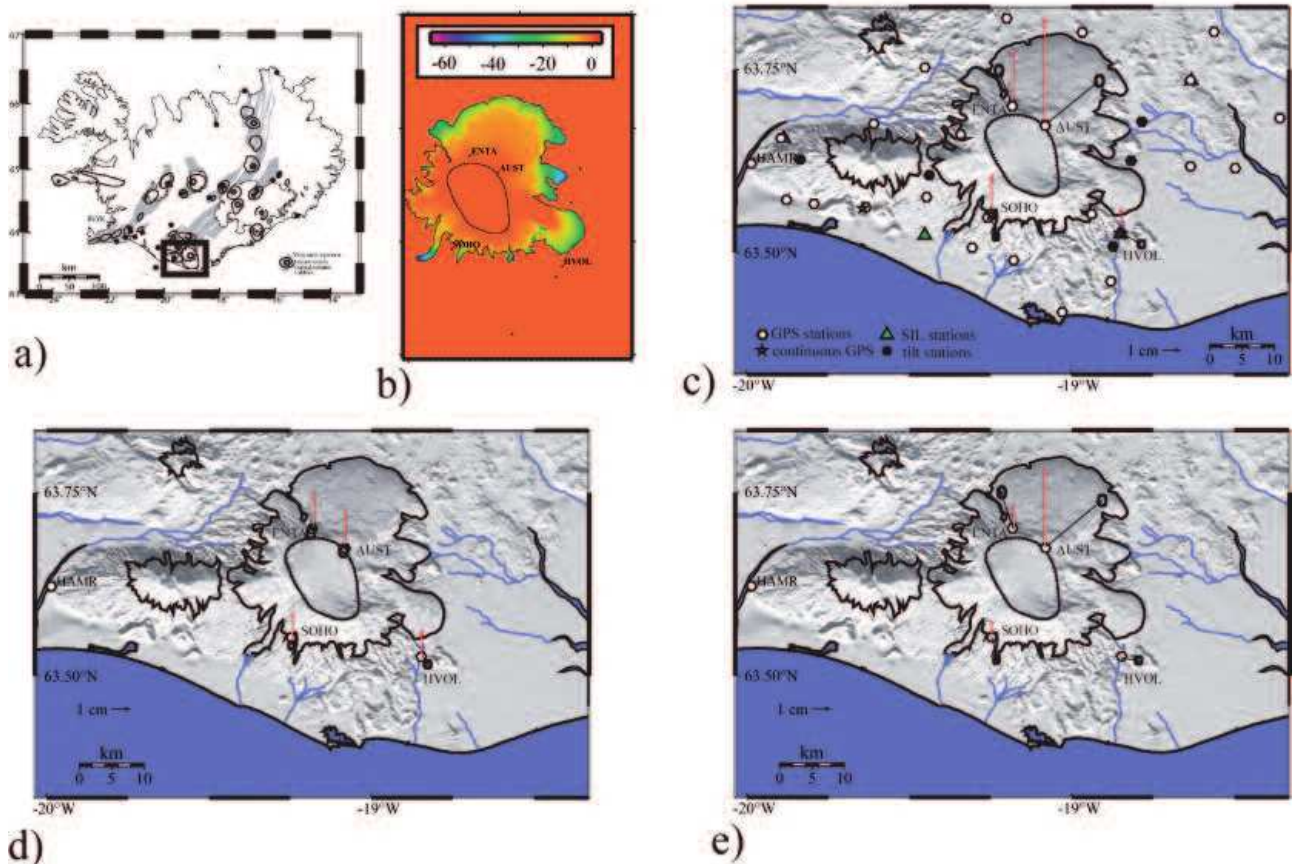


Figure 1. Displacements induced by ice unloading around Katla from June 2001 to June 2004 (modified from Pinel et al. 2007). a) General map of Iceland with continuous GPS stations (dots) and volcanic zones reported. The studied area is outlined. b) Ice elevation variation (m) between October 1999 and October 2004. c) Displacements relative to HAMR measured around Katla, June 2001 to June 2004. Black and red arrows represent horizontal and vertical motion, respectively. d) Model of the displacement induced by the long-term ice thinning as measured in b). The thinning rate is assumed to be constant over the last 115 years, crustal thickness is set to 5 km, Young's modulus and Poisson's ratio for the crust are 29 GPa and 0.25, respectively. Density and viscosity of the underlying mantle are 3,100 kg/m³ and $2.5 \cdot 10^{20}$ Pa s, respectively. e) Residual displacements.

strong gradient of the vertical displacement, cannot be solely explained by the ice load effect. Magma inflow is required to explain the uplift observed, as concluded by Pinel et al. (2007) and Sturkell et al. (2008).

Seasonal load effects on a magma reservoir and geophysical signals at Katla volcano

In the previous section, displacements induced by surface load variations, or deep magma sources, were estimated independently considering the crust as a homogeneous half-space. However, in reality, surface load variations above volcanoes might deform a heterogeneous crust; this crust usually contains a magma reservoir with internal pressure that evolves as a consequence of surface load variations. At Katla volcano, a magma storage zone has been inferred by seismic survey (Gudmundsson, 1994) as well as geodetic surveys (Sturkell et al., 2006). To take this interaction into consideration, we performed

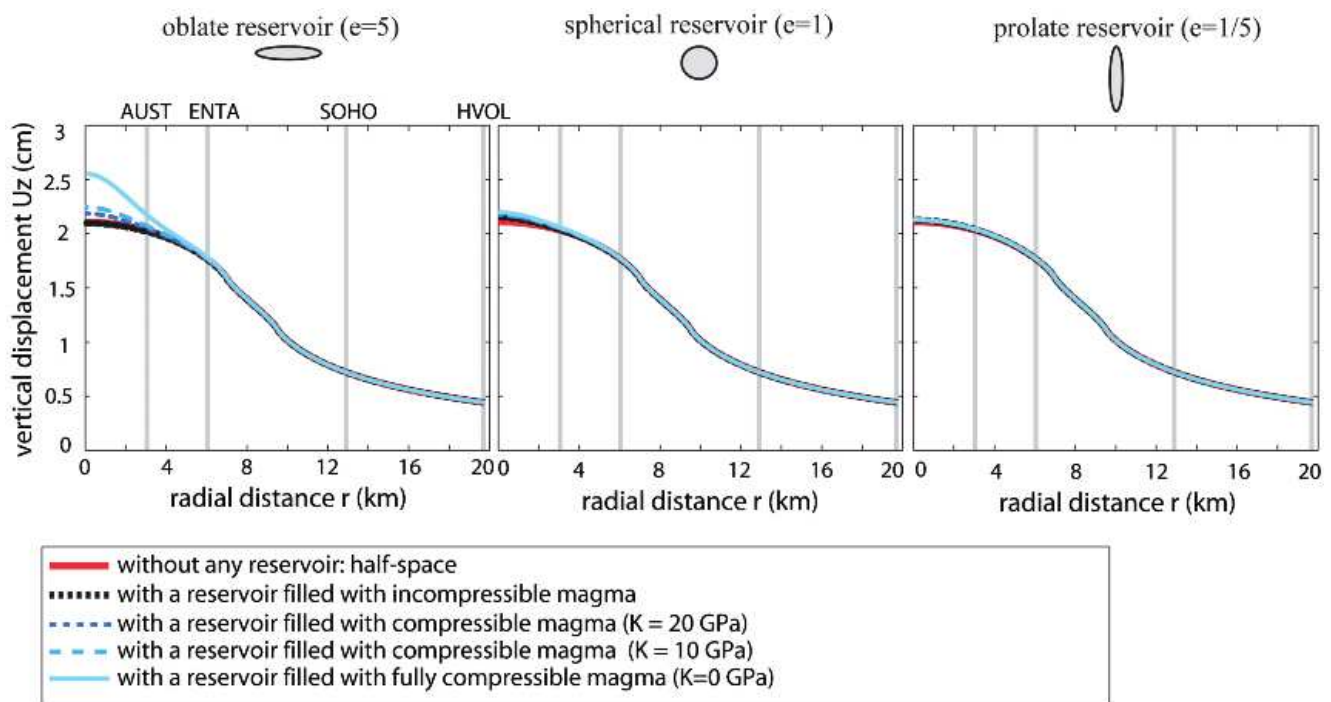


Figure 2. Vertical displacement induced by the seasonal melt of the snow at Mýrdalsjökull ice cap. The snow load removed is a uniform disc centered on the caldera, with radius 7.2 km and thickness 6.5 m surrounded by a 2.4 km wide zone with thickness 3.25 m. The magma reservoir is a 13 km^3 ellipsoid with a vertical axis of symmetry and a top at 2.5 km depth. Various reservoir shape and magma compressibility are considered. Values of Young's modulus and Poisson's ratio are 30 GPa and 0.25, respectively.

numerical models in an axisymmetrical geometry. The crust is considered to be an elastic medium characterized by its Young's modulus E and Poisson's ratio ν . The magma reservoir is a cavity filled with a liquid of the same density

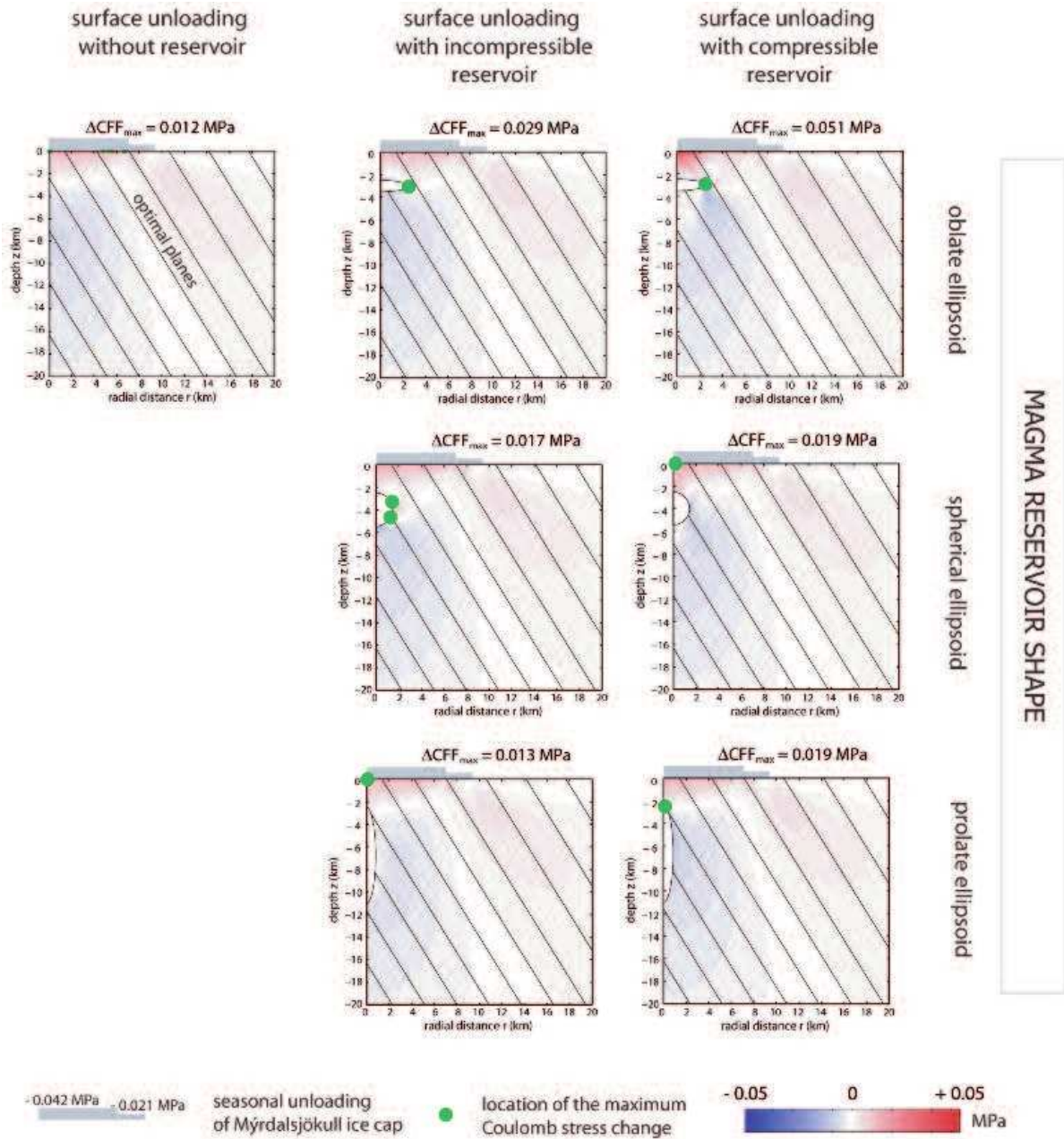


Figure 3. Coulomb stress change (ΔCFF) induced by the seasonal melt of the snow at Mýrdalsjökull ice cap for various magma reservoir shapes and calculated on planes optimum for shear failure in extensive regime (represented in black). The snow load removed is a uniform disc centered on the caldera, with radius 7.2 km and thickness 6.5 m surrounded by a 2.4 km wide zone with thickness 3.25 m. The magma reservoir is a 13 km^3 ellipsoid with a vertical axis of symmetry and a top at 2.5 km depth. Various reservoir shapes (ellipticity equal to 5, 1 and $1/5$ from top to bottom) and magma compressibility are considered. The effective internal friction coefficient is 0.5. Eventual pore pressure changes due to the melt water are not considered.

as the crust and characterized by its bulk modulus K . The state of reference is considered to be lithostatic. The pressure variations inside the chamber induced by the surface load changes are estimated following Pinel & Jaupart (2005). A more detailed description of the model is given in Albino et al. (submitted).

We calculated the surface displacement induced by melting of the snow cover, starting in approximately May every year. Following Pinel et al. (2007) and Albino et al. (submitted), we considered the removal of a uniform disc load centered on the caldera, with radius 7.2 km and thickness 6.5 m surrounded by a 2.4 km wide zone with thickness 3.25 m. Figure 2 shows the vertical displacement obtained for various magma reservoirs shape and magma compressibility.

Displacements are not influenced by the presence of the reservoir at a lateral distance larger than the lateral extent of the reservoir. At smaller distances, that is to say above the magma chamber, displacements are influenced by the reservoir only when the reservoir is laterally elongated and the magma is highly compressible. It follows that the displacement field recorded at SOHO or HVOL GPS stations (locations indicated in Figure 1) can correctly be modelled using an elastic half-space as presented in the previous section. For deformation data interpretation, both sources can be considered independently as long as measurements are not recorded directly above the reservoir or when the magma is not highly compressible. We then calculated the Coulomb stress change associated with the melt of the snow cover. It is given by the following formula:

$$\Delta CFF = \Delta\tau - \mu' \Delta\sigma_n$$

with $\Delta\tau$ being the variation of the tangential stress component, $\Delta\sigma_n$ the variation of the normal stress component and μ' the effective internal friction coefficient (King et al., 1994). Coulomb stress changes are highly dependant on the geometry of the fault planes chosen for the calculation. In most cases, these planes are chosen based on geological data (fractures and faults mapped) of the studied area, or based on focal mechanism of earthquakes triggered (Walter et al., 2007; Roman et al., 2005). However this information is not always available,

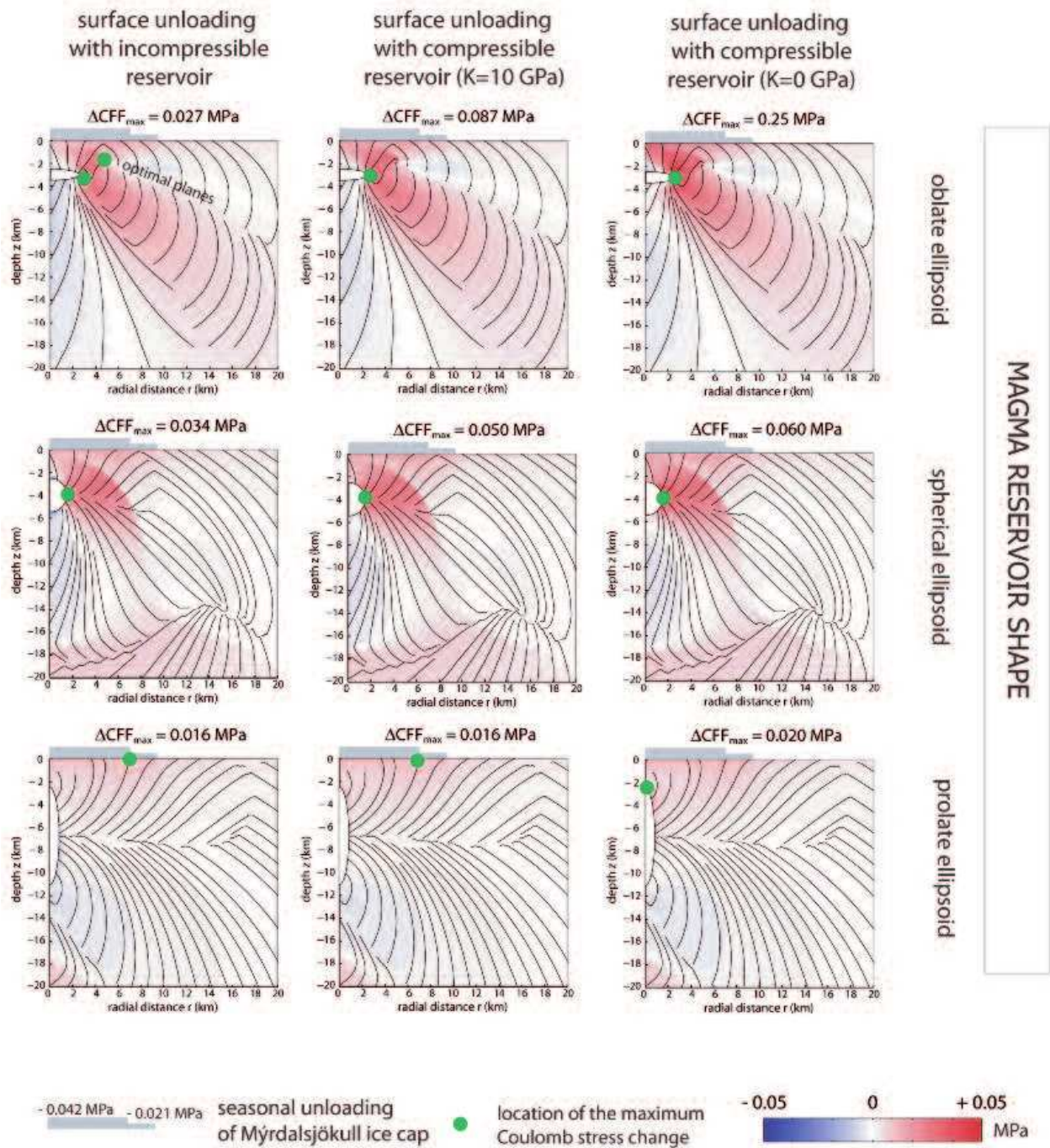


Figure 4. Coulomb stress change (ΔCFF) induced by the seasonal melt of the snow at Mýrdalsjökull ice cap for various magma reservoir shapes and calculated on optimum planes for shear failure when the reservoir is pressurized, the surrounding stress field is lithostatic (represented in black). The snow load removed is a uniform disc centered on the caldera, with radius 7.2 km and thickness 6.5 m surrounded by a 2.4 km wide zone with thickness 3.25 m. The magma reservoir is a 13 km³ ellipsoid with a vertical axis of symmetry and an upper boundary at 2.5 km depth. Various reservoir shape (ellipticity equal to 5, 1 and 1/5 from top to bottom) and magma compressibility are considered. Values of Young's modulus, Poisson's ratio and effective internal friction coefficient are 30 GPa, 0.25 and 0.5, respectively. Eventual pore pressure changes due to the melt water are not considered.

so it is necessary to choose fictional planes (called optimal planes) associated with an initial stress field often related to the tectonic context.

Figures 3 and 4 show the Coulomb stress change induced by the seasonal melt of the snow cover calculated on optimum planes for shear failure considering, (a) a crust in extension and (b) a crust at lithostatic equilibrium, where the magma reservoir is pressurised by magma accumulation. In cases where the fault plane distribution is not the result of the presence of a magma reservoir (Figure 3), the Coulomb stress change distribution is not strongly influenced by the reservoir. As for the amplitude of the Coulomb stress change, it is always larger in cases where there is a reservoir; maximum effect (increase by a factor of 5) is observed for an oblate reservoir filled with compressible magma. However, if the fault plane distribution is the result of the reservoir pressurisation (Figure 4), the distribution and amplitude of the Coulomb stress change becomes strongly dependent on the reservoir shape. An increase of the seismicity rate is expected at the periphery in cases where the reservoir is laterally elongated and, once again, the amplitude of the effect is larger (by a factor 20 compared to the half-space case) for an oblate reservoir filled with a compressible magma. At Katla, a large part of the seismicity is clustered outside the caldera (Soosalu et al., 2006; Einarsson & Brandsdóttir, 2000) which may be evidence of an oblate magma chamber. An oblate magma chamber is consistent with the seismic studies of Gudmundsson et al. (1994) as well as the presence of a caldera. However, the highly clustered nature of the activity, and the geographic position of the cluster with respect to the caldera, led Soosalu et al. (2006) to suggest that the seismicity is the expression of an unstable cryptodome.

By taking into account the shape of the reservoir, we show that the ice load effect can be much larger than previously assumed. It should also be emphasised that Einarsson and Brandsdóttir (2000) suggest that pore pressure changes by the melt water may have a greater influence than the load changes of the ice (considering a uniform half-space) on the Coulomb stress variation. The effects of the pore pressure are not considered in the present paper.

Effect of seasonal ice load modulation on eruption likelihood at Katla Volcano

As shown by Pinel & Jaupart (2005), changes of pressure within the chamber as well as the stress field around the magma reservoir can either favour, or prevent, tensile rupture at the chamber wall; such a rupture can lead to dyke initiation and magma propagation towards the surface. Using a rupture criterion for tensile failure in 3D (Albino et al., submitted), we can estimate how melting of the snow during the summer might influence the likelihood of an eruption. Considering an oblate magma reservoir with an upper boundary at 2.5 km depth, a horizontal semi-axis of 2.5 km, a vertical semi-axis of 0.5 km, and with magma more compressible than the surrounding crust, the seasonal snow unloading favors dyke initiation at the reservoir walls and increases eruption likelihood. The effect is rather small (around 0.1 bar) for a magma bulk modulus of 10 GPa. However, the amplitude of the resulting pressure change increases when the ellipticity of the reservoir decreases. Eruptions are therefore expected to be more likely during the summer period when the snow cover is the smallest, which is consistent with the last eruptions at Katla volcano (historical eruptions all occurred from May to November (Larsen, 2000; Eliasson et al., 2006)). As the amplitude of the seasonal snow load effect is around 0.1 bar, it can only influence the timing of an eruption when magma reservoir pressurisation rate is smaller than 0.1 bar per year. When the geometry is considered, this amount would induce a surface displacement above the centre of the reservoir smaller than 1 mm/y. If the occurrence of Katla historical eruptions (only 9 recorded events) during the summer months is statistically significant, this is an indication that magma inflow rate before an eruption at Katla is very small and consequently difficult to identify in geophysical measurements. Figure 1 (e) shows that, during the period 1999-2004, 1.4 cm/y of vertical displacement observed at AUST (3 km from the caldera centre) was due to magma inflow. Considering the same reservoir geometry as previously, this displacement corresponds to an increase of pressure inside the reservoir of 4 bars/yr. This is much larger than the maximum rate of pressurisation

allowed for in an effective modulation of the eruptive activity by surface load seasonal variations.

Conclusion

Local surface load variations on volcanoes influence both deformation and seismicity. The presence of a magma chamber under a volcano with variable surface load has a relatively small effect on induced deformation, except when directly above the chamber. Laterally uniform crust can be applied for modelling and discriminating displacement induced by surface load variations and magma movement. On the contrary, seismicity changes induced by surface load variations are expected to be strongly dependent on the presence of a magma reservoir, its shape and the compressibility of the magma emplaced. Variations of recorded seismic activity can help constrain the shape and state of a magma reservoir. Strong seasonality of the seismicity at Katla volcano, in particular of the earthquake cluster west of the caldera, may be taken as evidence for the presence of a horizontally elongated reservoir filled with highly compressible magma. This argument holds even if the seismicity cluster is the expression of a cryptodome, as suggested by Soosalu et al. (2006). If statistically significant, the absence of historical eruptions during the winter period at Katla can be the result of a modulation of eruptive activity by the seasonal snow load variation, implying low magma inflow rates prior to eruptions, otherwise the load effect would be insignificant relative to stresses induced by magma inflow.

References

- Albino, F., Pinel, V., Sigmundsson, F., Influence of surface load variations on eruption likelihood: Application to two active Icelandic subglacial volcanoes, Grímsvötn and Katla., submitted to *Geophys. J. Int.*
- Björnsson, H., Pálsson, F., Gudmundsson, M. T., 2000, Surface and bedrock topography of Mýrdalsjökull, South Iceland :The Katla caldera, eruption sites and routes of jökulhlaups, *Jökull*, 49, 29-46.
- Björnsson, H., 2002, Subglacial lakes and jökulhlaups in Iceland, *Glob. Planet. Change*, 35, 255-271.
- Briole P., Massonnet D., Delacourt, C., 1997, Post-eruptive deformation associated with the 1986-87 and 1989 lava flows of Etna detected by radar interferometry, *Geophys. Res. Lett.*, 24, 37-40.
- Eliasson J., Larsen G., Gudmundsson M. T., Sigmundsson, F., 2006, Probabilistic model for eruptions and associated flood events in the Katla caldera, Iceland, *Computational Geosciences*, DOI:10.1007/s10596-005-9018-y.
- Einarsson, P., Brandsdóttir, B., 2000, Earthquakes in the Mýrdalsjökull area, Iceland, 1978-1985: Seasonal correlation and connection with volcanoes, *Jökull*, 49, 59-73.
- Geirsson, H., Arnadóttir, T., Völksen, C., Jiang, W., Sturkell, E., Villemin, T., Einarsson, P., Sigmundsson, F., Stefansson, R., 2006, Current plate movements across the Mid-Atlantic ridge determined from 5 years of continuous GPS measurements in Iceland, *J. Geophys. Res.*, 111, B09407, doi:10.1029/2005JB003717.
- Grapenthin R., Sigmundsson, F., Geirsson H., Árnadóttir Þ., Pinel, V., 2006, Iceland rhythmicity: annual modulation of land elevation and plate spreading by snow load, *Geophys. Res. Lett.*, 33, L24305, doi:10.1029/2006GL028081.
- Grapenthin, R., 2007, CrusDe: A plug-in based simulation framework for composable CRUSTal DEformation simulations using Green's functions, *Diploma thesis*.
- Grapenthin, R., F. Sigmundsson, E. Sturkell, B.G. Ofeigsson, 2008, Pressure sources vs. surface loads: Analyzing deformation signal composition at volcanoes - a case study at Hekla volcano, Iceland, IAVCEI 2008 General Assembly, Reykjavik, Iceland.
- Gudmundsson O., Brandsdóttir B., Menke W., Sigvaldson E., 1994, The crustal magma chamber of the Katla volcano in south Iceland revealed by 2-D seismic undershooting, *Geophys. J. Int.*, 119, 277—296.

- Guðmundsson, M. T.; Höganadóttir, P.; Kristinsson, A. B.; Guðbjörnsson, S., 2007, Geothermal activity in the subglacial Katla caldera, Iceland, 1999-2005, studied with radar altimetry, *Annals of Glaciology*, 45, 66-72.
- Jellinek, A. M. and DePaolo, D. J., 2003, A model for the origin of large silicic magma chambers: precursors of caldera-forming eruptions, *Bull. Volcanol.*, 65, 363-381, doi:10.1007/s00444-003-0277-y.
- Jellinek, A. M., Manga, M., Saar, M. O., 2004, Did melting glaciers cause volcanic eruptions in eastern California? Probing the mechanics of dike formation, *J. Geophys. Res.*, 109, B09206, doi:10.1029/2004JB002978.
- King, G. C. P., Stein, R. S., Lin, J., 1994, Static stress changes and the triggering of earthquakes, *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 84, 935-953.
- Larsen, G., 2000, Holocene eruptions within the Katla volcanic system, south Iceland: Characteristics and environmental impact., *Jökull*, 49, 1-28.
- Pinel, V., Jaupart, C., 2005, Some consequences of volcanic edifice destruction for eruption conditions, *J. Volcanol. Geotherm. Res.*, 145, 68-80, doi:10.1016/j.jvolgeores.2005.01.012.
- Pinel, V., Sigmundsson, F., Sturkell, E., Geirsson, H., Einarsson, P., Gudmundsson, M. T., Högnadóttir, T., 2007, Discriminating volcano deformation due to magma movements and variable surface loads: Application to Katla subglacial volcano, Iceland, *Geophys. J. Int.*, 169, 325-338.
- Roman, D. C., 2005, Numerical models of volcanotectonic earthquake triggering on non-ideally oriented faults, *Geophys. Res. Lett.*, 32, doi:10.1029/2004GL021549.
- Siebert, L., 1984, Large volcanic debris avalanches: characteristics of source areas, deposits, and associated eruptions, *J. Volcanol. Geotherm. Res.*, 22, 163-197.
- Sturkell, E., Sigmundsson, F., Einarsson, P., 2003, Recent unrest and magma movements at Eyjafjallajkull and Katla volcanoes, Iceland, *J. Geophys. Res.*, 108, (B8) 2369, doi:10.1029/2001JB000917.
- Sturkell E., Einarsson P., Sigmundsson F., Geirsson H., Olafsson H., Pedersen R., de Zeeuw-van Dalfsen E., Linde A. T., Sacks S. I., Stefansson, R., 2006, Volcano geodesy and magma dynamics in Iceland, *J. Volcanol. Geotherm. Res.*, 150, 14-34.
- Sturkell, E., Einarsson, P., Roberts, M. J., Geirsson, H., Gudmundsson, M. T., Sigmundsson, F., Pinel, V., Gudmundsson, G. B., Olafsson, H., Stefansson, R., 2008, Seismic and geodetic insights into magma accumulation at Katla subglacial volcano, Iceland: 1999 to 2005, *J. Geophys. Res.*, 113, B03212, doi:10.1029/2006JB004851.

- Soosalu H., Jónsdóttir K., Einarsson P., 2006, Seismicity crisis at the Katla volcano, Iceland-signs of a cryptodome?, *J. Volcanol. Geotherm. Res.*, 153, 177-186.
- Sparks, S. R. J., Forecasting volcanic eruptions, *Earth Planet. Sci. Lett.*, 210, 1-15.
- Tait, S. and Jaupart, C. and Vergnolle, S., 1989, Pressure, gas content and eruption periodicity of a shallow, crystallising magma chamber, *Earth Planet. Sci. Lett.*, 92, 107-123
- Walter, T. R., Wang, R., Zimmer, M., Grosser, H., Luhr, B., Radomopurbo, A., 2007, Volcanic activity influenced by tectonic earthquakes: Static and dynamic stress triggering at Mt. Merapi, *Geophys. Res. Lett.*, 34, L05304, doi:10.1029/2006GL028710.

Chapitre 2

INFLUENCE DE PERTURBATIONS DE L'ETAT DE CONTRAINTE SUR LA RUPTURE DES RESERVOIRS MAGMATIQUES

2.1 Introduction

La pression magmatique dans le réservoir conditionne le départ d’une éruption, notamment en causant l’initiation d’intrusions magmatiques par la rupture du réservoir magmatique. La caractérisation de l’état de rupture et de son évolution est donc primordiale pour affiner la prédiction des éruptions. Dans la littérature, de nombreux auteurs se sont déjà intéressés à caractériser ce mécanisme de rupture pour des réservoirs magmatiques sphériques (Roberts, 1970; Blake, 1981; Sammis & Julian, 1987; Gudmundsson, 1988; Sartoris et al., 1990). Ils ont démontré, à travers des travaux analytiques ou numériques, qu’il existe une surpression critique au delà de laquelle le milieu encaissant va se fracturer, permettant ainsi la migration du magma depuis le réservoir. L’état de rupture du réservoir est contrôlé par le champ de contrainte à proximité du réservoir, les propriétés mécaniques de l’encaissant ou encore le volume et la profondeur du réservoir magmatique (Parfitt et al., 1993). Ainsi, toute variation de contraintes à proximité du réservoir magmatique est susceptible de modifier les conditions de rupture de la zone de stockage.

Notre étude consistera donc ici à caractériser l’effet de variations de charge en surface des volcans, décrites dans le Chapitre 1, sur les conditions de rupture des réservoirs magmatiques. Pour cela, nous quantifierons, à travers nos modèles numériques, l’évolution du champ de contraintes à la paroi du réservoir afin de déduire les changements de la pression de rupture, pression critique nécessaire à la fracturation du milieu encaissant. Parallèlement, comme nous l’avons démontré dans le Chapitre 1, la pression interne du réservoir magmatique est elle aussi modifiée lors de la perturbation de contrainte. Il sera donc nécessaire d’étudier conjointement ces deux changements de pressions, pression de rupture et pression magmatique, pour connaître la réponse finale du réservoir magmatique. Le but sera de répondre à la question : le système magmatique se rapproche-t-il ou au contraire s’éloigne-t-il des conditions de rupture et donc de l’initiation d’une éruption ?

En premier lieu, des modèles purement théoriques seront réalisés afin de comprendre l'influence des divers paramètres, tels que par exemple la géométrie du réservoir ou l'amplitude de la perturbation. Puis, nous appliquerons notre méthodologie à deux volcans sous-glaciaires Islandais : le Grímsvötn et le Katla, qui connaissent fréquemment des perturbations de contraintes associées pour le premier à la vidange d'un lac sous-glaciaire et à des variations de charge d'un glacier pour le second. Nous discuterons de la potentialité de ces évènements de surface sur le déclenchement d'une éruption. Pour finir, nous présenterons des travaux sur la rupture des réservoirs relatifs à des perturbations de contraintes liées à la construction d'un édifice volcanique.

2.2 Changement de la pression de rupture du réservoir

2.2.1 Conditions de rupture des chambres magmatiques

Soit P_r , la pression de rupture, pression nécessaire pour initier la rupture du réservoir, et P_c la pression du réservoir magmatique. Tant que $P_c < P_r$, le magma reste stocké dans le réservoir : le système magmatique est «au repos» ; dès lors que $P_c = P_r$, une fracture peut s'initier à la paroi du réservoir : le système magmatique peut entrer en éruption, sous condition que la fracture se propage jusqu'en surface. Pour calculer cette pression, il convient de définir en premier lieu un mode de rupture et un critère de rupture qui prennent en compte le champ de contrainte du milieu. La rupture permettant l'initiation de dyke en paroi de réservoirs se fait essentiellement en tension (mode I) (Anderson, 1951; Pollard, 1987; Rubin, 1993, 1995) : ouverture dans la direction de la contrainte compressive minimale σ_3 et propagation dans la direction de la contrainte compressive maximale σ_1 (Fig. 2.1).

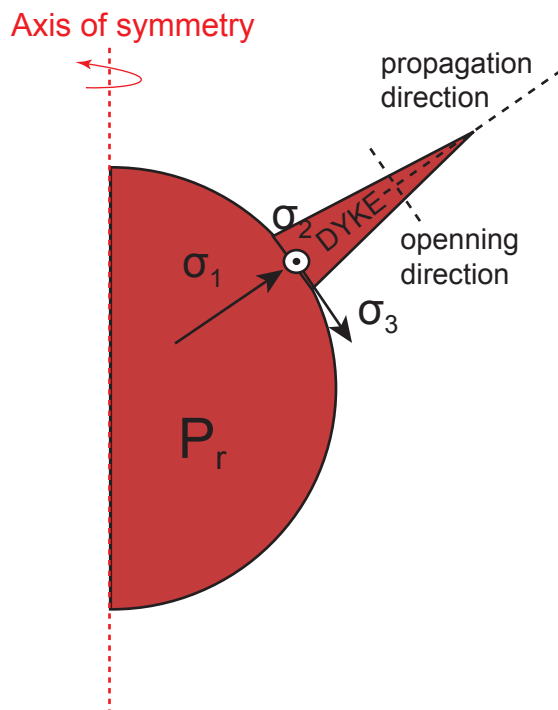


FIG. 2.1 – Direction of the principal stress components during the tensile failure of a spherical magma reservoir, which occurs when $P_c = P_r$.

De nombreuses lois de fracturations plus ou moins empiriques existent. Pour une déformation plane (2D), la rupture en tension survient lorsque la contrainte maximale en tension égale la résistance en tension des roches, soit $\sigma_3 = -T_s$ (Jaeger & Cook, 1969). Dans le cas d'une cavité remplie de fluide, le critère de Griffith-Murrell est plus couramment utilisé. Pour ce critère, la rupture se produit lorsque la pression interne excède la contrainte en tension d'une valeur égale à la résistance en tension des roches, soit $P_r = |\sigma_3| + T_s$ (Roberts, 1970). Pinel & Jaupart (2003) font intervenir pour leur part le déviateur de contrainte dans leur condition de rupture, avec $\frac{\sigma_3 - \sigma_1}{2} = -T_s$.

2.2.2 Rupture de réservoirs 3D

Pour nos modèles axi-symétriques, le tenseur de contraintes principales est le suivant :

$$\sigma_{3D} = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix}$$

Ce tenseur admet une partie lithostatique (P) et une partie déviatorique (D) :

$$P = \begin{bmatrix} \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} \frac{2\sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2\sigma_2 - \sigma_1 - \sigma_3}{3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2\sigma_3 - \sigma_1 - \sigma_2}{3} \end{bmatrix}$$

Poursuivant les travaux de Pinel & Jaupart (2003), mais cette fois-ci pour des réservoirs 3D, nous considérons que la rupture se produira lorsque le déviateur de contrainte associé à la contrainte maximale en tension σ_3 compensera la résistance en tension de l'encaissant, c'est à dire :

$$\frac{2\sigma_3 - \sigma_1 - \sigma_2}{3} = -T_s$$

Ce déviateur, noté R par la suite pour plus de commodité, est fonction des trois composantes du tenseur de contraintes, σ_1 , σ_2 et σ_3 , avec $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$.

Dans le cas particulier d'une pressurisation d'un réservoir sphérique situé dans un milieu élastique infini, l'expression des contraintes à la paroi est connue : $\sigma_3 = \sigma_2 = -\frac{1}{2}\sigma_1$. Notre critère de rupture se simplifie et peut s'écrire ainsi $\sigma_1 = 2T_s$. Nous obtenons ainsi la solution $P_r = 2T_s$, condition de rupture classique des cavités sphériques situées en milieu infini (Tait et al., 1989). Cependant, cette valeur de $2T_s$ est une borne supérieure et va diminuer pour des réservoirs magmatiques proches de la surface (Figure 2.2a). Pour ces réservoirs, le champ de contraintes est influencé par la surface du volcan. Cela conduit à une variation de la valeur de pression de rupture à la paroi, ce qui impliquera une rupture préférentielle là où cette valeur est minimale. Pour un réservoir sphérique, cette localisation de la rupture dépend uniquement de son rayon et de sa profondeur et se déduit de la relation $\theta_r = \arccos(\frac{R_c}{H_c})$ (Jeffery, 1920) (Fig. 2.2b).

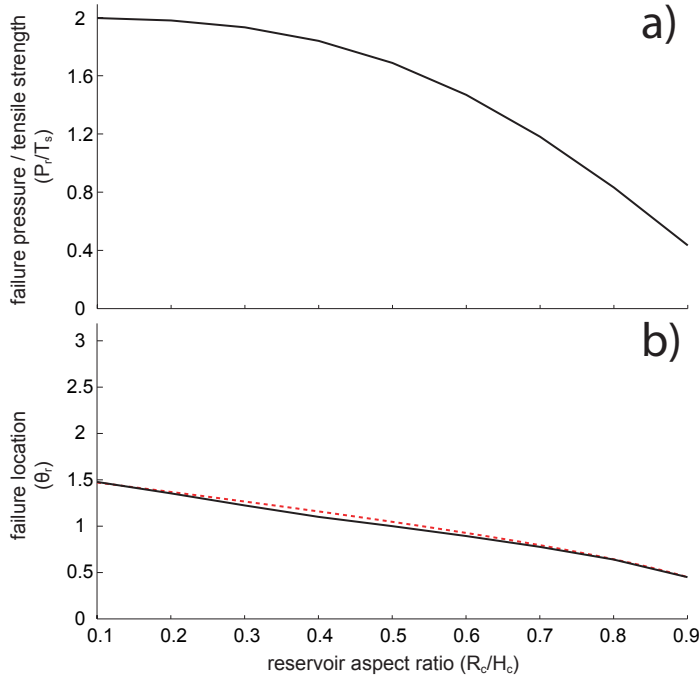


FIG. 2.2 – a) Failure pressure P_r normalized by the tensile strength T_s as a function of the ratio between the radius and the depth of a spherical reservoir $\frac{R_c}{H_c}$; for low values of $\frac{R_c}{H_c}$, P_r is equal to the analytic solution $2T_s$. b) Location of the wall failure, through the polar angle θ_r , as a function of the ratio $\frac{R_c}{H_c}$; this angle is approximated by the function $\arccos(\frac{R_c}{H_c})$ (red dashed line).

Cependant, nous nous intéresserons aussi à la rupture de réservoirs magmatiques non sphériques de forme oblate et prolata. Dans le cas général d'un réservoir en surpression, les contraintes principales s'exerçant sur la paroi sont les suivantes (Fig. 2.7) :

- (i) la contrainte compressive maximale, σ_1 , de direction normale à la paroi, équivaut à la surpression du réservoir P_c ;
- (ii) la contrainte compressive minimale, σ_3 , équivaut à la contrainte normale au plan perpendiculaire à la paroi, appelée contrainte "hoop" $\sigma_{\theta\theta}$;
- (iii) la contrainte intermédiaire σ_2 , de direction normale au plan $(r-z)$ contenant $(\sigma_1 - \sigma_3)$, désignée comme contrainte "hors-plan" σ_ϕ .

Cette distribution de contraintes conduit à l'ouverture d'une fracture dans le plan $(r-z)$, fracture que nous nommerons "hoop", (Fig. 2.3 - cas A). Cependant, pour certains champs de contraintes, une permutation peut se produire entre les directions de σ_2 et σ_3 . La contrainte minimale en compression σ_3 se retrouve dans la direction hors-plan : la fracture "hors-plan" se produit perpendiculairement au plan $(r-z)$ (Fig. 2.3 - cas B).

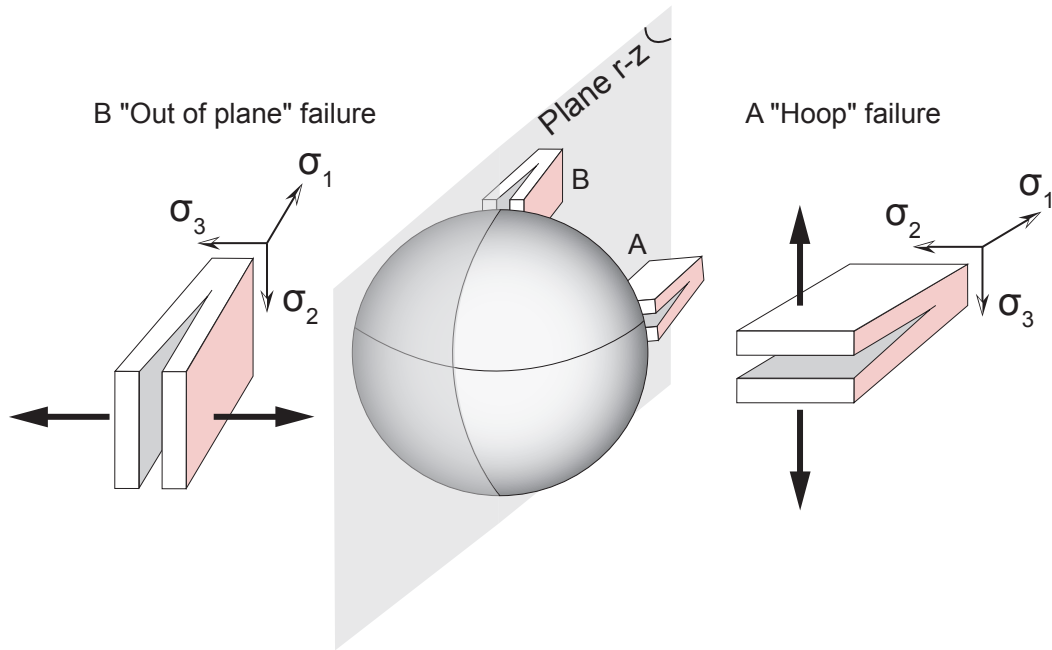


FIG. 2.3 – Failure planes according to the orientation of the principal stresses. In 3D block, the pink area shows the $(r-z)$ plane. In the general case (A), maximal and minimal principal stresses, σ_1 and σ_3 , are in the $(r-z)$ plane, the intermediate principal stress σ_2 is perpendicular to this plane : the failure opening occurs in the $(r-z)$ plane. In (B), there is a permutation between the orientation of the intermediate stress σ_2 and the minimal stress σ_3 : the failure plane is perpendicular to the $(r-z)$ plane.

La géométrie de fractures pourra donc être déduite du tenseur de contraintes en chaque point de la croûte. La Figure 2.4 est un calcul numérique de la pression de rupture à la paroi d'un réservoir sphérique en milieu semi-infini. Cet exemple nous permet de valider notre critère de rupture et la méthodologie employée. En effet, nous retrouvons toutes les caractéristiques énoncées précédemment pour les réservoirs sphériques : pression de rupture proche de $2T_s$, localisation de la rupture à $\theta_r = \arccos(\frac{R_c}{H_c})$ et géométrie de fractures de type "hoop".

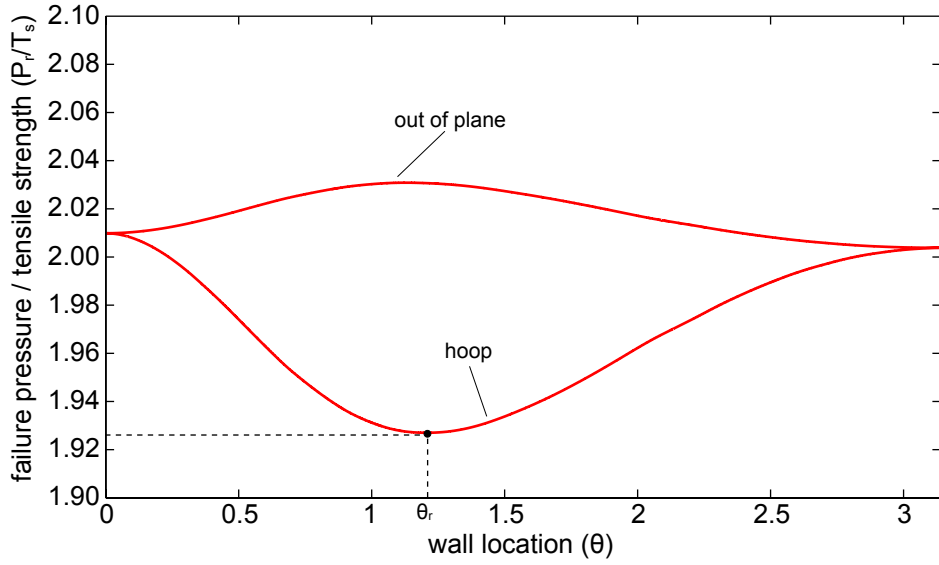


FIG. 2.4 – Failure pressure at the wall of a 10 km^3 spherical reservoir embedded in a lithostatic elastic medium, with its top situated at 3 km below the surface. Location at the wall is defined through the angle θ , with the value 0 corresponding to the top of the reservoir and π to the bottom. The two curves correspond to the two failure geometry previously : "hoop" failure and "out of plane" failure. Black dots indicate the location of the failure θ_r , associated to the minimal value of the failure pressure.

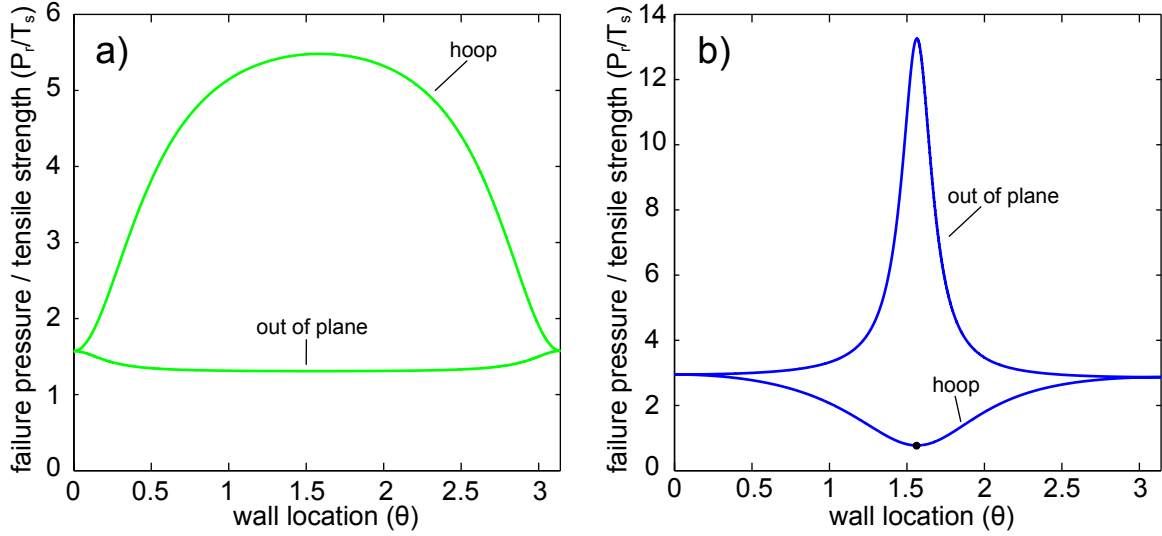


FIG. 2.5 – Failure pressure at the wall of magma reservoirs embedded in a lithostatic elastic medium. Location at the wall is defined through the angle θ , with the value 0 corresponding to the top of the reservoir and π to the bottom. Reservoirs have a volume of 10 km^3 and a top depth situated 3 km under the surface. Two reservoir shapes are tested : a) a prolate ellipsoid with a ratio $\frac{a}{b} = 0.5$ and b) an oblate ellipsoid with a ratio $\frac{a}{b} = 2$. In each case, pressure values for "hoop" failure and "out of plane" failure are calculated.

Les conditions de rupture sont fortement contraintes par la géométrie du réservoir. Pour un réservoir oblate (Fig. 2.5b), la rupture est focalisée au niveau de la courbure maximale, à $\theta = \frac{\pi}{2}$. Comme pour la sphère, des fractures de type "hoop" seront préférentiellement initiées à la paroi, cependant cette rupture se produira pour une pression largement inférieure à $2T_s$. A l'inverse, pour un réservoir prolate (Fig. 2.5a), la géométrie de la rupture change et ce sont des fractures "hors-plan" qui se produisent. La rupture n'est pas focalisée mais initiée sur la partie centrale du réservoir, pour une pression de rupture également inférieure à $2T_s$. Proche des réservoirs, la pressurisation des réservoirs sphériques ou de forme oblate va initier des dykes annulaires (perpendiculaire à r-z) alors que les réservoirs de forme prolate vont être associés à des dykes radiaux (dans le plan r-z) : résultats déjà observés lors de précédents travaux (Chadwick & Dieterich, 1995; Anderson, 1936).

2.2.3 Effet d'une perturbation de contrainte

Maintenant, il s'agit de prendre en compte l'effet de la variation de charge en surface qui, comme le montre l'exemple de la Figure 2.6, va modifier la pression de rupture à la paroi des réservoirs.

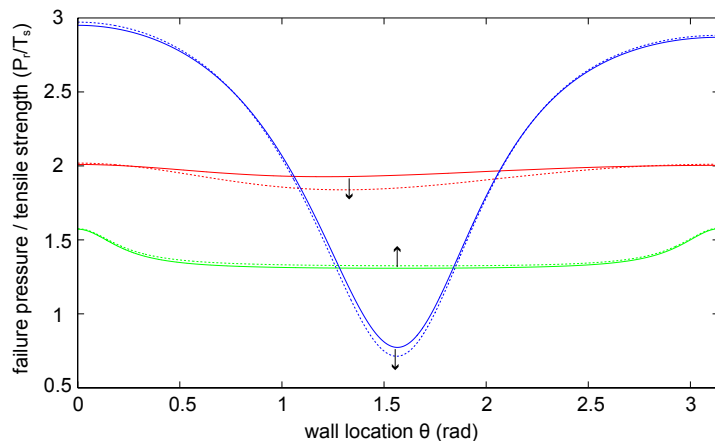


FIG. 2.6 – Failure pressure at the reservoir wall for the same reservoir geometries previously discussed in the Fig. 2.4 et Fig. 2.5. Solid curves show the failure pressure ("hoop" failure for the spherical (red) and the oblate reservoir (blue) and "out of plane" failure for the prolate reservoir (green)). Dashed curves provide results when an unload event of 1 MPa occurs at surface on a 5 km radius. We see that pressure evolves at the reservoir wall, with a global decrease for the spherical and oblate reservoirs whereas a slight increase is expected for the prolate reservoir (see black arrows).

Avec le principe de superposition décrit dans la section 1.3.2, nous allons calculer successivement le tenseur de contraintes associé au modèle 1 (réservoir en surpression) et au modèle 2 (décharge en surface). D'après la Figure 2.7, nous constatons que la surpression d'un réservoir magmatique sphérique produit à proximité de sa paroi une zone de compression de direction normale à la paroi et une zone de tension de direction parallèle à la paroi et d'une amplitude de moitié égale à celle de la surpression. La décharge en surface induit elle une zone de tension en surface mais aussi à proximité du réservoir avec une amplitude qui peut atteindre deux fois l'amplitude de la décharge.

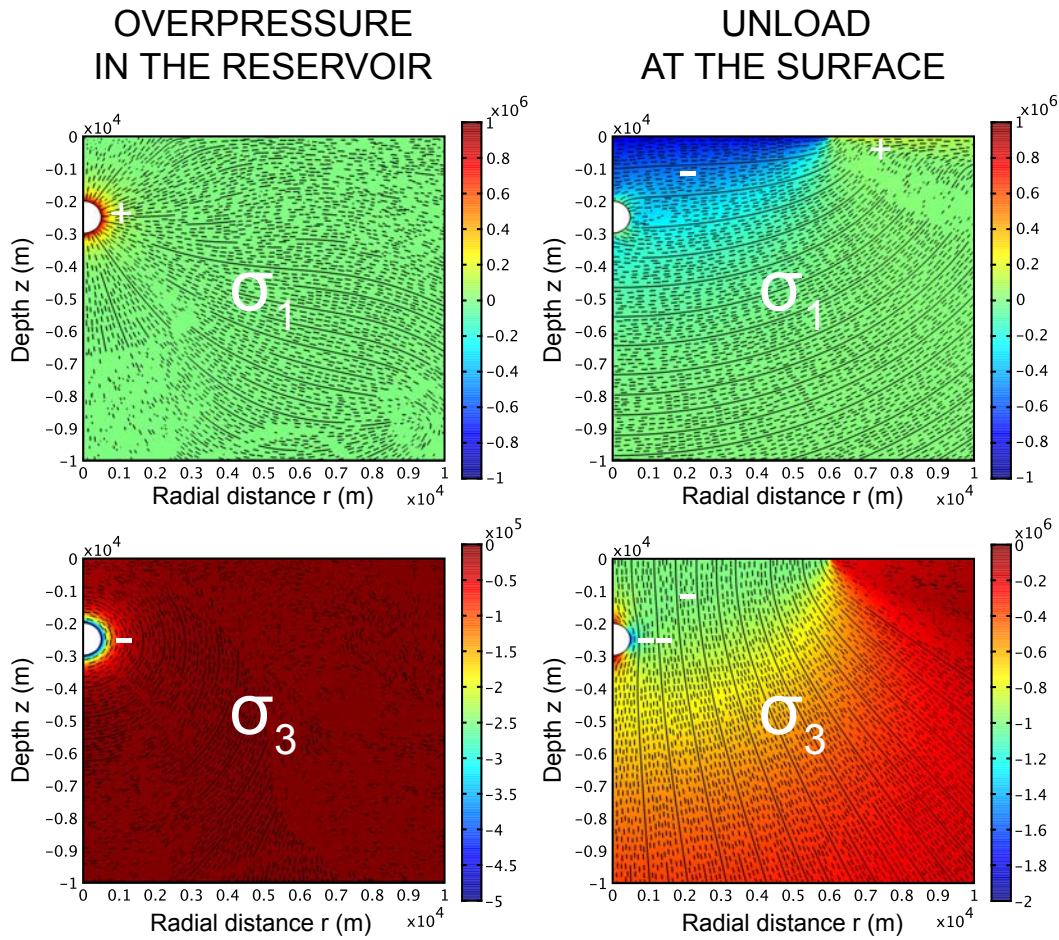


FIG. 2.7 – left : stress field with the maximal σ_1 and the minimal σ_3 principal stresses, related to an overpressure of 1 MPa inside a spherical reservoir. This reservoir has a 500 m radius, with its center situated 2.5 km under the surface. right : stress field with the maximal σ_1 and the minimal σ_3 principal stresses, related to an underpressure of -1 MPa at the surface, situated between 0 and 6 km.

Le déviateur de contraintes total sera la somme des déviateurs des 2 modèles et la rupture de la paroi se produira lorsque :

$$R_1^* P_r + R_2^* P_e = -T_s$$

où R_1^* et R_2^* sont les critères de rupture normalisés respectivement par la surpression P_1 appliquée dans le réservoir (modèle 1) et par la décharge P_2 appliquée en surface (modèle 2). La pression de rupture dans le cas total peut donc s'écrire sous la forme :

$$P_r = \frac{-T_s}{R_1^*} - \frac{R_2^*}{R_1^*} P_e$$

Dans cette expression, le premier terme correspond à la pression de rupture associée à un réservoir en surpression et le second terme est la contribution de la variation de charge en surface. Pour les cas où la localisation de la rupture reste fixe entre l'état initial et l'état perturbé, la valeur R_1^* est une constante et le changement de la pression de rupture ΔP_r s'écrit donc :

$$\Delta P_r = \left(-\frac{R_2^*}{R_1^*}\right) P_e$$

La variation de pression de rupture est, tout comme la variation de pression interne du réservoir, fonction de l'amplitude de la variation de charge en surface mais indépendante de la résistance des roches encaissantes T_s . Le terme $\left(-\frac{R_2^*}{R_1^*}\right)$ sera donc un paramètre nous permettant de quantifier la contribution des variations de charge en surface sur l'évolution de la pression de rupture des réservoirs magmatiques.

2.3 Résultats théoriques

Comme il l'a été énoncé en introduction, la variation de charge va modifier simultanément la pression interne du réservoir magmatique P_c et la pression de rupture P_r . Il convient donc pour chaque évènement de surface de comparer conjointement l'évolution de ces pressions, noté respectivement ΔP_c et ΔP_r (Fig. 2.8). Pour une perte de charge en surface (P_e négative), la pression interne du réservoir va dans tous les cas connaître une diminution, ainsi le terme ΔP_c sera négatif. Par contre, la pression de rupture pourra augmenter ou diminuer, en fonction de la distribution des contraintes autour du réservoir.

Pour que le réservoir magmatique se rapproche des conditions de rupture, il faut que la diminution de la pression de rupture soit plus importante que celle de la pression magmatique, ce qui peut s'écrire : $\Delta P_r - \Delta P_c < 0$ (Fig. 2.8b, case A). Dans les autres cas, où $\Delta P_r - \Delta P_c > 0$, le réservoir magmatique s'éloignera des conditions de rupture (Fig. 2.8b, case B). Pour comprendre l'influence des paramètres du modèle, nous allons faire varier dans un premier temps la forme, la profondeur et le volume du réservoir magmatique puis dans un second temps la distribution et l'amplitude de la variation de charge en surface.

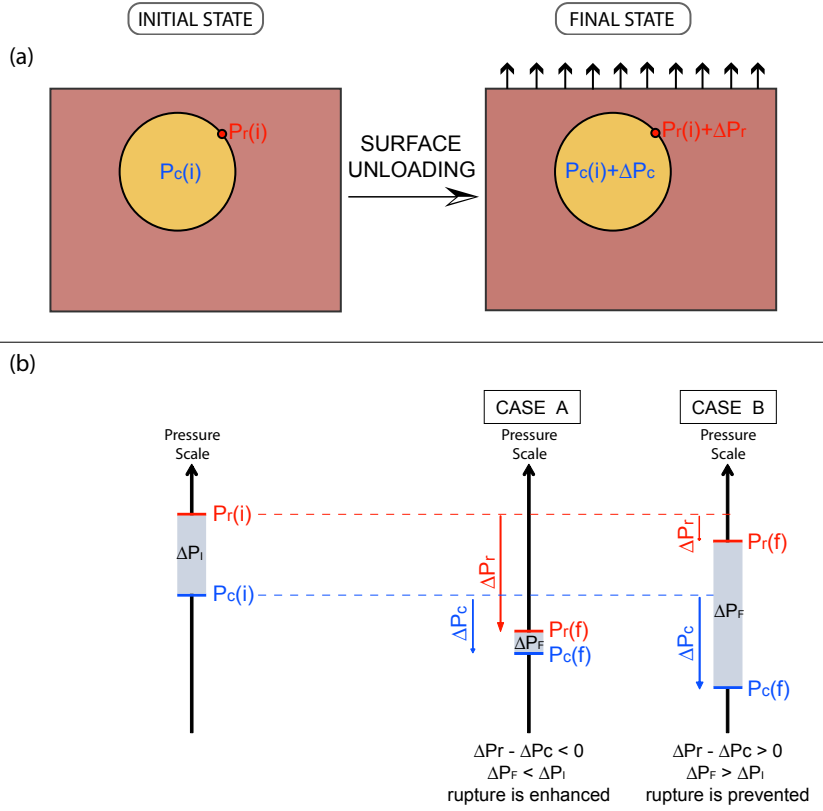


FIG. 2.8 – a) Evolution of the magma pressure P_c and the failure pressure P_r during an unloading event. b) Evolution of the ability of the system to erupt. ΔP_I and ΔP_F represent the "pressure gap" of the system necessary to initiate eruption, respectively before and after an unloading event. The final state depends on the initial state, the magma pressure change and the failure pressure change : $\Delta P_F = \Delta P_I + (\Delta P_r - \Delta P_c)$. When $\Delta P_F < \Delta P_I$ (case A), rupture is enhanced and may occur or not depending on the initial state. In the case $\Delta P_F > \Delta P_I$ (case B), no failure will occur. All pressure values are perturbations compared to a lithostatic state of reference.

2.3.1 Influence de la géométrie du réservoir

Pour une décharge en surface située à l'axe, avec un rayon fixé à 5 km, nous allons regarder en premier lieu l'influence de la forme des réservoirs sur les changements de pression, ΔP_r et ΔP_c , pour différentes valeurs d'ellipticité $\frac{a}{b}$, allant de 0.2 (prolate) à 5 (oblate). La Figure 2.9 montre les résultats obtenus, pour des réservoirs d'un volume V_c égale à 10 km^3 situés à une profondeur H_c fixée à 3 km sous la surface.

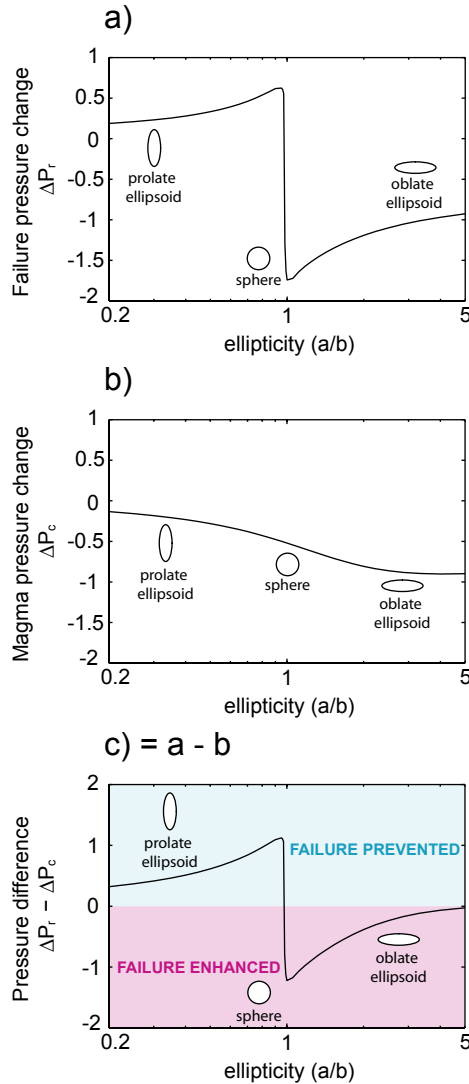


FIG. 2.9 – Pressure changes as a function of the shape of the magma reservoir after a central unloading event of 5 km radius and 0.1 MPa amplitude. Reservoirs have a constant volume, $V_c = 10 \text{ km}^3$, and a constant top depth, $H_c = 3 \text{ km}$. Results are obtained with the following elastic parameters : $\nu = 0.25$, $E = 30 \text{ GPa}$ and $T_s = 20 \text{ MPa}$. Shapes of the reservoir are tested through the ellipticity parameter $\frac{a}{b}$ (the value 1 corresponding to a sphere), from 0.2 (prolate) to 5 (oblate). All the pressure values are normalized by the amplitude of the load removed. a) Failure pressure change ΔP_r . b) Magma pressure change within the reservoir ΔP_c . c) Pressure difference $\Delta P_r - \Delta P_c$. The two color areas separate the positive values (blue) indicating that the unloading event prevents the reservoir failure from the negative values (pink) suggesting, in opposite way, that the unloading event enhances the reservoir failure.

Le premier résultat remarquable sur le changement de pression de rupture ΔP_r (Fig. 2.9a) est la différence de comportement entre les réservoirs de forme prolata ($\frac{a}{b} < 1$) et ceux de forme oblate ($\frac{a}{b} > 1$). Une décharge en surface va avoir tendance à augmenter la pression de rupture (valeur ΔP_r positive) pour des réservoirs prolates alors qu'à l'inverse elle aura tendance à diminuer la pression de rupture (valeur ΔP_r négative) pour des réservoirs oblates. L'ellipticité du réservoir a donc une très forte influence sur l'évolution des conditions de rupture lors d'une perturbation de contraintes en surface. La transition entre ces deux tendances se fait au niveau des réservoirs sphériques, qui présentent les plus fortes valeurs négatives pour ΔP_r . Le réservoir sphérique est donc sujet à la plus forte diminution de la pression de rupture, avec une amplitude pouvant être supérieure à celle de la décharge.

Contrairement à la pression de rupture, la diminution de pression à l'intérieur du réservoir varie progressivement entre les différentes formes de réservoirs. L'amplitude de ΔP_c augmente avec l'ellipticité du réservoir $\frac{a}{b}$ (Fig. 2.9b), les réservoirs oblates présentant la plus forte baisse.

La représentation de la différence entre ces deux quantités, $\Delta P_r - \Delta P_c$, permet de quantifier l'évolution du réservoir magmatique en terme de rupture. La perturbation de contraintes aura pour effet de favoriser la rupture pour les termes négatifs, et inversement d'empêcher la rupture pour les termes positifs. La décharge de surface va favoriser la rupture et l'initiation d'intrusions magmatiques pour des réservoirs de forme sphérique ou oblate ($\frac{a}{b} > 1$). Cet effet est maximal pour les réservoirs sphériques et diminue jusqu'à devenir nul pour des réservoirs oblates fortement elliptiques. Ces premiers résultats montrent l'importance de la géométrie du réservoir magmatique dans l'évolution des conditions de rupture. Cependant, cette géométrie est souvent une donnée difficilement contrainte sur la plupart des sites volcaniques.

2.3.2 Influence de la profondeur du réservoir

Après la géométrie du réservoir, nous allons maintenant explorer l'effet de la profondeur du réservoir sur les conditions de rupture. La plupart des réservoirs magmatiques superficiels se situe entre 1 et 10 km sous la surface du volcan (Sigmundsson, 2006). Ici, nous testons une gamme de profondeur H_c entre 0.5 à 5 km sous la surface (Fig. 2.10).

Pour le changement de pression interne ΔP_c , comme nous pouvions le supposer, plus le réservoir est superficiel, plus la baisse de pression est importante et ce, quelque soit la forme du réservoir (Fig. 2.10 - green curves). Par exemple, pour un réservoir sphérique de même volume, cette variation de pression interne équivaut à $-0.32 P_e$, $-0.55 P_e$ et $-0.88 P_e$ pour les profondeurs H_c respectives de 5, 3 et 1 km.

Pour le changement de pression de rupture ΔP_r , l'action de la profondeur n'est pas aussi linéaire (Fig. 2.10 - red curves). En effet, le réservoir magmatique le plus superficiel ne donne pas les plus grandes amplitudes pour ΔP_r . Les résultats dépendent aussi fortement de la forme du réservoir : (i) pour la forme prolate, les valeurs de ΔP_r sont peu affectées par la profondeur du réservoir, excepté pour les plus superficiels ($H_c < 1.5$ km); (ii) pour la forme sphérique, les valeurs de ΔP_r sont très dépendantes de la profondeur et le maximum d'amplitude est atteint pour des profondeurs intermédiaires; (iii) pour la forme oblate, ΔP_r suit plus ou moins la même évolution que ΔP_c , ce qui induit une différence $\Delta P_r - \Delta P_c$ proche de 0. Pour cet évènement de décharge, le système magmatique évoluera vers la rupture préférentiellement pour des réservoirs sphériques situés à des profondeurs intermédiaires, autour de 3 km (Fig. 2.10 - blue curves). Cette profondeur de réservoir où l'effet est maximal dépend directement du rayon de la charge.

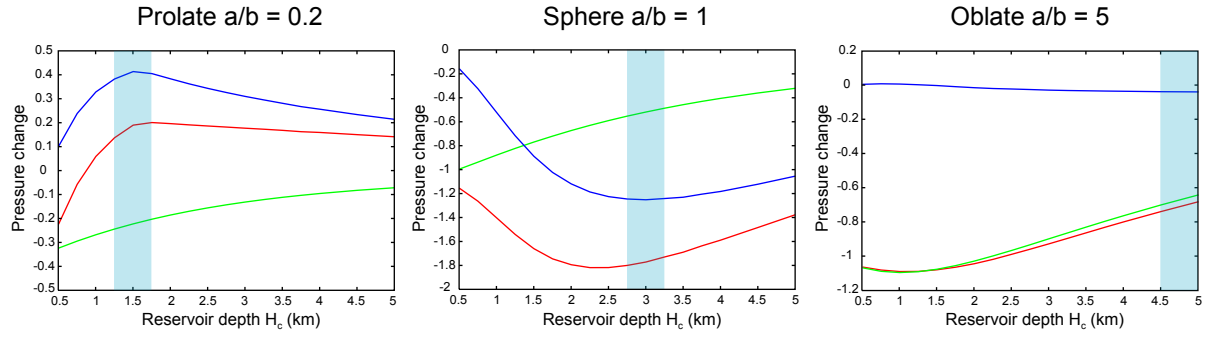


FIG. 2.10 – Evolution of the failure pressure (red curves), the magma pressure (green curves) and the difference between both (blue curves), with the reservoir depth H_c . Pressure values are dimensionless because normalized by the unloading amplitude P_e . The three panels represent different reservoir shapes with a constant volume V_c equal to 10 km^3 . Unloading geometry and elastic parameters are the same as in the Figure 2.9. Blue areas indicate reservoir depths which provide the maximal amplitude for the pressure difference $\Delta P_r - \Delta P_c$.

2.3.3 Influence du volume du réservoir

Le volume du réservoir, V_c , encore plus que la profondeur, est un paramètre difficilement contraint. D'après la littérature le volume de magma stocké en profondeur est extrêmement variable, avec des valeurs inférieures au km^3 et pouvant atteindre plusieurs centaines de km^3 (Marsh, 1989; Sigmundsson, 2006). Afin de quantifier l'effet du volume du réservoir sur les résultats, nous explorons une gamme de volume de 0.01 km^3 à 100 km^3 . Dans l'ensemble, le volume du réservoir a une influence plus limitée que la profondeur. L'augmentation du volume a pour conséquence de diminuer les variations de pression. Pour le réservoir oblate, l'effet du volume sur l'évolution des pressions est peu significatif. Pour les deux autres géométries, l'essentiel des variations se produit pour des réservoirs possédant des volumes supérieurs à 1 km^3 . Les plus grandes amplitudes pour le terme $\Delta P_r - \Delta P_c$ sont obtenues pour les plus petits réservoirs (Fig. 2.11 - blue curves). Ainsi, plus le volume de magma stocké est faible, plus la perturbation de contrainte induite par la décharge en surface a une influence sur les conditions de rupture du réservoir magmatique.

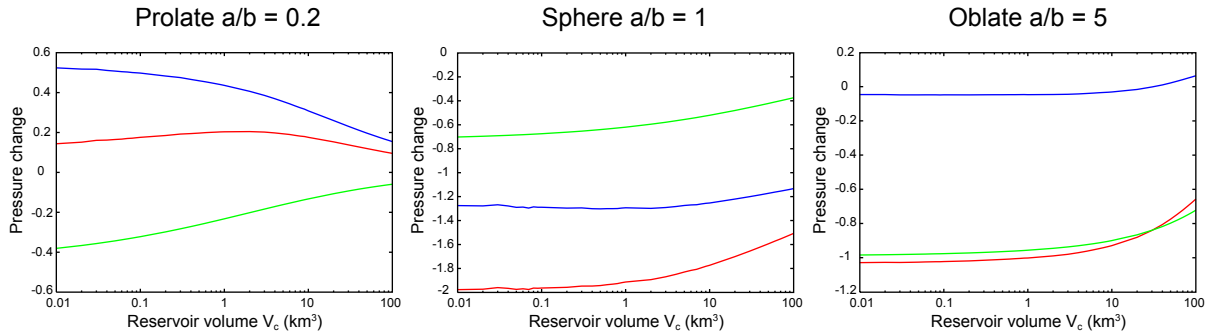


FIG. 2.11 – Evolution of the failure pressure (red curves), the magma pressure (green curves) and the difference between both (blue curves), with the reservoir volume V_c . Pressure values are dimensionless because normalized by the unloading amplitude P_e . The three panels represent different reservoir shapes with a top depth H_c equal to 3 km. Unloading geometry and elastic parameters are the same as in the Figure 2.9.

2.3.4 Influence de la compressibilité du magma

Tous les résultats de changement de pression du réservoir ΔP_c présentés jusqu'ici l'étaient en considérant aucun changement de volume dans le réservoir, $\Delta V_c = 0$. Cela revient à considérer le magma comme un fluide incompressible. Comme nous l'avons évoqué précédemment, le magma est un fluide compressible, dont le changement de volume est relié au changement de pression à travers le module de compressibilité K (voir section 1.3). Nous allons désormais incorporer dans notre étude l'effet de la compressibilité du magma (Fig. 2.12).

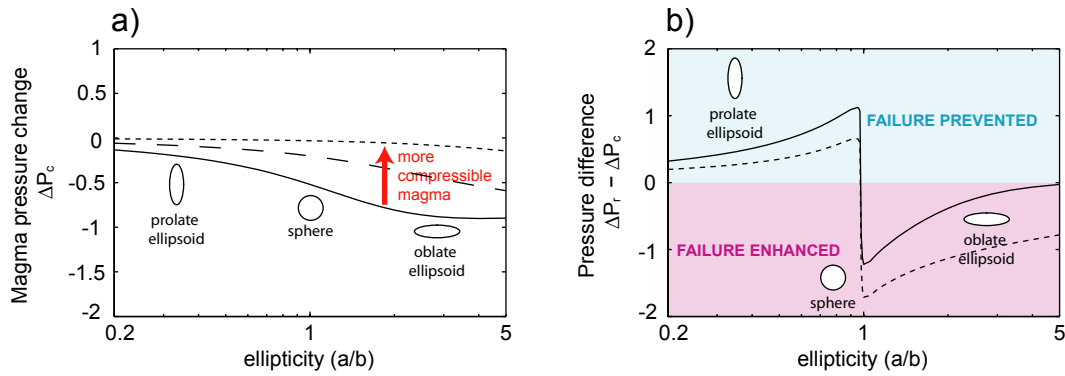


FIG. 2.12 – a) Magma pressure change within the reservoir ΔP_c with the same model as in Figure 2.9, excepted that compressibility of the magma is taken into account. Different curves are for different values of compressibility of magma : the incompressible case (solid line) and two compressible cases with $K = 10$ GPa (long dashed line) and $K = 1$ GPa (short dashed line). b) Pressure difference $\Delta P_r - \Delta P_c$ for incompressible reservoirs (solid line) and compressible reservoirs with $K = 1$ GPa (short dashed line).

Plus le magma contenu dans le réservoir est compressible, plus la variation de pression du réservoir ΔP_c sera faible (Fig. 2.12a), jusqu'à même atteindre une valeur quasi-nulle dans le cas de magmas fortement compressibles ($K = 1$ GPa). Ainsi, la compressibilité du magma a pour conséquence de décaler les termes $\Delta P_r - \Delta P_c$ vers des valeurs négatives (Fig. 2.12b). La rupture de réservoirs sphériques et oblates sera d'autant plus favorisée que le magma contenu est compressible. Pour les réservoirs compressibles de forme prolate, la rupture sera toujours empêchée mais l'effet sera moindre par rapport à des réservoirs

incompressibles. La compressibilité du magma est, avec la géométrie du réservoir, un paramètre qui conditionne fortement l'évolution de la rupture des réservoirs magmatiques lors d'un évènement de surface. Par exemple, pour un réservoir oblate ($\frac{a}{b} = 5$), alors qu'aucune évolution n'est attendue pour des magmas incompressibles ($\Delta P_r - \Delta P_c = 0$), le système magmatique se rapprochera de la rupture d'une amplitude égale à 80 % de celle de la décharge de surface ($\Delta P_r - \Delta P_c = 0.8$).

2.3.5 Influence de l'amplitude de la décharge

Après s'être intéressé aux paramètres associés aux réservoirs magmatiques, nous nous focalisons sur les caractéristiques de la décharge en surface. Jusque là, des variations de charge de faible amplitude, de l'ordre de 0.1 MPa (soit 1 bar), étaient appliquées en surface. Qu'en est-il quand la décharge de surface est de plus grande amplitude? L'effet est-il purement linéaire? Pour cela, nous calculons des modèles où l'amplitude de la décharge en surface varie de 0.01 MPa à 100 MPa, ce qui explore largement la gamme d'amplitude des évènements de surface (Fig. 1.1). La borne supérieure de 100 MPa est cependant peu réaliste, car elle correspondrait à une variation de hauteur de plus de 3 km d'un matériau de densité égale à 3000 kg.m⁻³.

Concernant la variation de la pression interne ΔP_c , sa valeur est multipliée par 2 quand l'amplitude de la décharge P_e est multipliée par 2 : la relation est purement linéaire. Par contre, la variation de pression de rupture ΔP_r n'est pas toujours proportionnelle à l'amplitude de la décharge P_e . Le rapport $\frac{\Delta P_r}{P_e}$ évolue avec l'augmentation de l'amplitude de décharge. Cette variation de ce rapport vient du fait que la localisation de la rupture évolue avec l'amplitude de la décharge (Fig. 2.13a). Dans le cas d'un réservoir sphérique, la rupture localisée autour de $\theta_r = \arccos(\frac{R_c}{H_c})$ pour de faibles décharges va peu à peu migrer vers $\theta_r = \frac{\pi}{2}$ pour des évènements de grandes amplitudes (Fig. 2.13b). La variation de pression de rupture est une fonction linéaire de l'amplitude de la décharge P_e tant que la localisation de la rupture n'est pas influencée par la perturbation de surface. Et dans ce cas, la variation de la pression de rupture est indépendante du paramètre de résistance en tension des roches T_s (section 2.2.3).

Pour des réservoirs de forme prolate, comme pour des réservoirs sphériques, la variation de pression de rupture reste proportionnelle à l'amplitude de la décharge, mais pour tout événement d'amplitude inférieure à 1 MPa. A l'opposé, pour des réservoirs de forme oblate, la rupture est toujours focalisée au coin du réservoir à $\theta_r = \frac{\pi}{2}$, ce qui implique un rapport $\frac{\Delta P_r}{P_e}$ constant, quelque soit l'amplitude de la décharge considérée en surface.

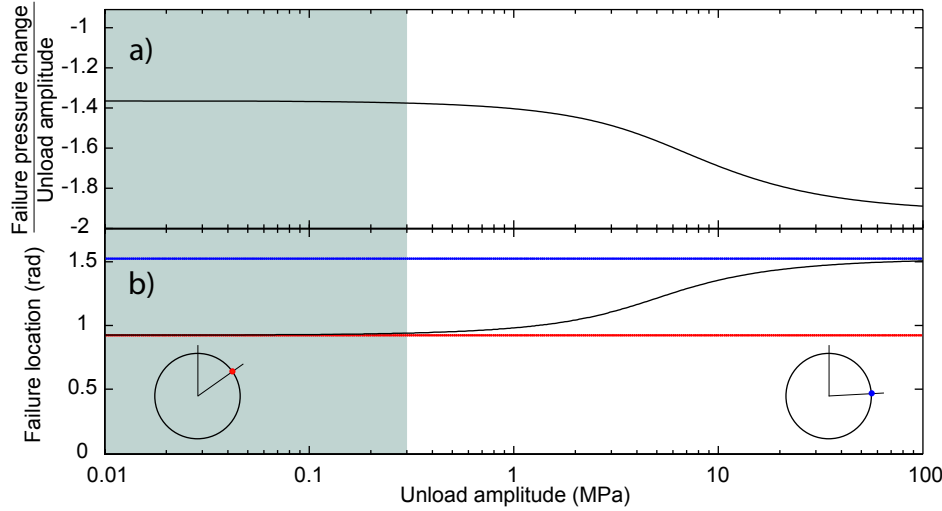


FIG. 2.13 – a) Normalized failure pressure change ($\frac{\Delta P_r}{P_e}$) and b) Failure location (θ_r) as a function of the unload amplitude P_e , for a spherical reservoir (volume $V_c = 10 \text{ km}^3$ and a top depth $H_c = 1 \text{ km}$). Horizontal lines in b) show the value of the failure angle θ_r for an overpressurized reservoir without an unloading event (red) and with an infinite unload (blue) (see failure location in sphere at the two bottom sketches). The grey area underlines the amplitude range for the unload event where failure location is constant.

2.3.6 Influence de la distribution de la décharge

Tous les résultats présentés jusqu'ici étaient pour une géométrie de décharge située à l'aplomb du réservoir (décharge axiale). Etudions maintenant l'effet d'un évènement de surface se produisant en périphérie du système magmatique. De par la symétrie axiale de notre modèle, la distribution de la décharge prend la forme d'un anneau (cylindre troué), avec un rayon interne et externe. La Figure 2.14 montre les résultats des changements de pressions causés par une décharge en périphérie possédant un rayon interne et externe respectivement de 5 et 10 km. Les géométries des réservoirs sont identiques à celles déjà explorées pour la décharge axiale dans la Figure 2.9.

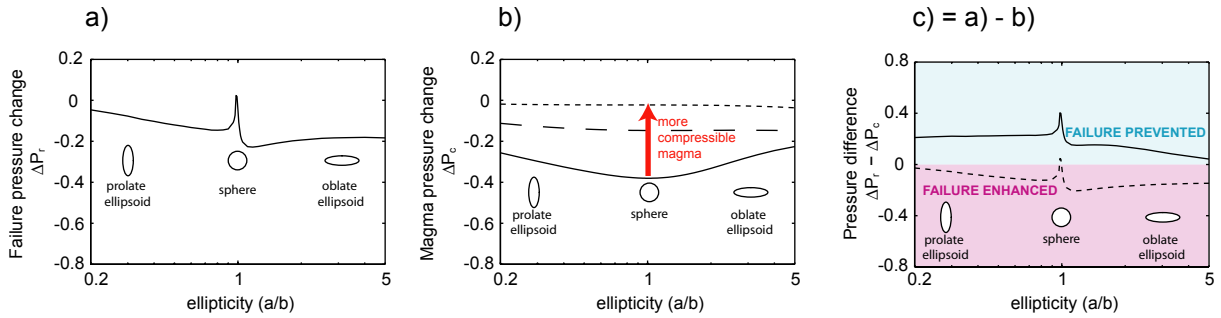


FIG. 2.14 – Pressure changes caused by a peripheral unload : 5 km internal radius and 10 km external radius. Reservoirs have a volume of 10 km^3 and a top depth equal to 3 km. Pressure values are normalized by the amplitude of the load removed. a) Failure pressure change ΔP_r . b) Magma pressure change within the reservoir ΔP_c : solid line is for the incompressible case and dashed lines for two compressible cases, $K = 10 \text{ GPa}$ (long dashed line) and $K = 1 \text{ GPa}$ (short dashed line). c) Pressure difference $\Delta P_r - \Delta P_c$, for the incompressible case (solid line) and the highly compressible case $K = 1 \text{ GPa}$ (short dashed line).

La décharge en périphérie produit sur les réservoirs magmatiques des variations de pressions de plus faibles amplitudes qu'une décharge axiale, avec des valeurs qui ne dépassent pas 50 % de l'amplitude de l'évènement de surface. Quelque soit la forme du réservoir, la décharge induit une baisse de la pression de rupture, $\Delta P_r < 0$. Contrairement au cas axial, il n'y a pas une grande variabilité des valeurs de ΔP_r entre les formes prolates et oblates. La diminution de la pression interne, ΔP_c , est du même ordre de grandeur que ΔP_r , avec une valeur maximale pour les réservoirs sphériques. La différence $\Delta P_r - \Delta P_c$ est donc de faible amplitude. Un évènement de surface en périphérie aura une influence sur les conditions de rupture plus faible qu'une décharge axiale. L'initiation d'une intrusion magmatique sera inhibée dans la plupart des cas et favorisée uniquement si le magma contenu est fortement compressible. Cependant, ces résultats évoluent significativement avec la profondeur du réservoir.

Pour des réservoirs plus profonds ($H_c = 5$ km), l'évolution des pressions rejoint le comportement observé pour une décharge axiale, avec comme seule différence une amplitude plus faible.

A l'opposé, les résultats pour des réservoirs plus superficiels ($H_c = 1$ km) sont totalement différents. La pression de rupture diminue pour les réservoirs de forme prolate (ΔP_r négatif), alors qu'elle augmente pour les réservoirs de forme oblate. La variation de la pression magmatique est maximale pour les réservoirs de forme prolate et diminue avec l'augmentation de l'ellipticité ($\frac{a}{b}$) pour devenir quasi-nulle pour des réservoirs fortement oblates. Dans ce cas de réservoirs superficiels, l'initiation de dykes sera favorisée ($\Delta P_r - \Delta P_c$ négatif) uniquement pour des réservoirs prolates fortement compressibles.

2.4 Discussion à travers l'exemple des volcans sous-glaciaires islandais, Grímsvötn et Katla

Nous allons maintenant utiliser nos modèles de rupture pour l'étude de deux volcans sous-glaciaires Islandais : le Grímsvötn et le Katla. Le contexte général du volcanisme en Islande a déjà été abordé dans la section 1.6.1.

2.4.1 Les jökulhaups : déclencheurs potentiels d'éruptions à Grímsvötn

Le volcan Grímsvötn ($64,42^\circ$ N - $17,33^\circ$ W) est situé à l'Est de l'Islande le long de la EVZ (voir Fig. 1.23 pour localisation), une centaine de mètres sous la plus grande calotte glaciaire d'Islande, le Vatnajökull, qui occupe 8 % de la superficie totale de l'île. Il fait parti des volcans les plus actifs de l'île avec pas moins de 75 éruptions recensées au cours du dernier millénaire (Thordarson & Larsen, 2007).

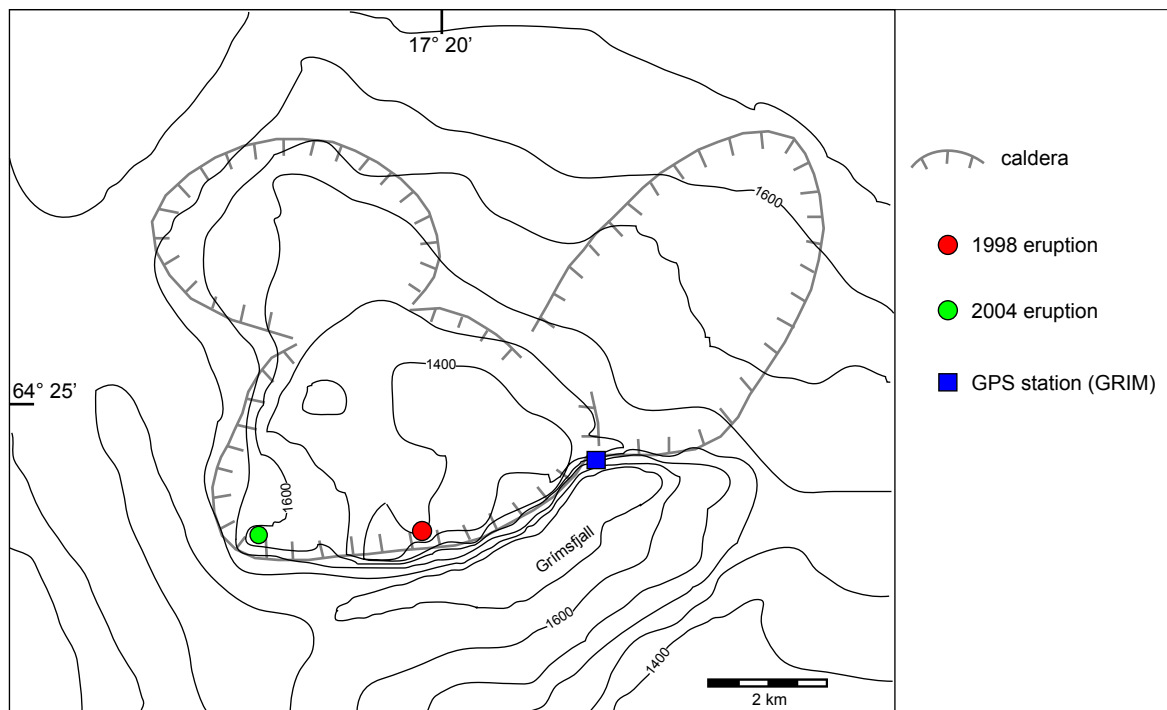


FIG. 2.15 – Level map of the Grímsvötn area. Red lines indicate the caldera rim. Location of the two last eruptions as well as the GPS station (GRIM) are also shown.

Ce système volcanique est une caldera d'environ 7 km de diamètre (Fig. 2.15) présentant la particularité d'être remplie par un lac sous-glaciaire (Björnsson & Einarsson, 1990). L'eau du lac est issue de la fonte progressive de la glace consécutive à l'intense activité géothermale du site (Björnsson & Gudmundsson, 1993). Ainsi, le niveau du lac varie au cours du temps jusqu'à atteindre un seuil critique où se produit une vidange soudaine du lac, appelée "jökulhlaup" en islandais. Ces événements de vidanges sont fréquents au Grímsvötn, avec un temps de récurrence de 1 à 10 ans (Björnsson, 2002) (Fig. 2.16).

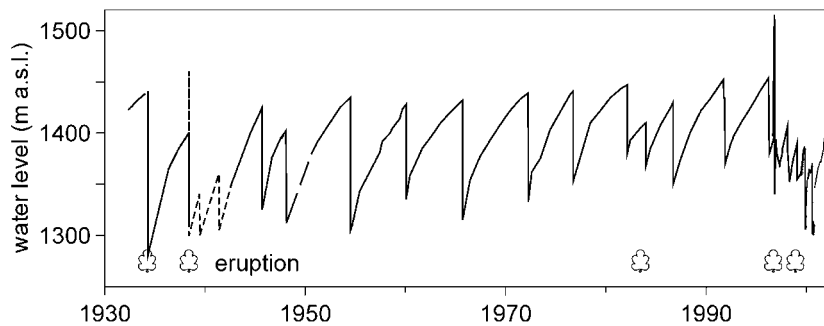


FIG. 2.16 – Water level of the Grímsvötn subglacial lake during the 1930-2000 period. Each level drop corresponds to a jökulhlaup event. At the bottom of the graph, symbols show the five eruptions occurring during this period (from Björnsson (2002)).

Dans l'historique du volcan, les éruptions sont souvent associées aux événements de vidange de lac, comme par exemple en 1938 ou 1996 (Fig. 2.16). Lors de l'éruption, l'activité magmatique et hydrothermale implique une augmentation de l'énergie thermique, ce qui accélère la fonte et par conséquent l'augmentation de la hauteur du lac, jusqu'à provoquer sa vidange. A l'inverse, il se peut que dans certains cas ce soit la vidange du lac qui déclenche l'éruption, comme cela a été suggéré pour l'évènement de 1934 (Thorarinsson, 1974; Gudmundsson et al., 1995) ou plus récemment pour l'éruption de 2004 (Sigmundsson & Gudmundsson, 2004). Cette fois-ci, le mécanisme n'est plus d'origine thermique mais mécanique, du fait que la vidange du lac sous-glaciaire occasionne une perturbation de l'état de contraintes. A travers nos modèles, nous discuterons de l'influence des jökulhlaups sur les conditions d'éruption au Grímsvötn, en quantifiant l'effet des perturbations de contraintes sur le réservoir magmatique.

Nous prendrons l'exemple de l'éruption de 2004, dernière éruption en date au Grímsvötn, qui débuta le 1 Novembre autour de 22h GMT près du bord Sud-Ouest de la caldera (Fig. 2.15). Avant cette éruption, de nombreux signes précurseurs ont été observés à long terme, comme l'augmentation de la sismicité dès 2003 (Vogfjörd et al., 2005) ou encore l'inflation progressive du sol depuis la précédente éruption de 1998 (Sturkell et al., 2003, 2006). L'éruption a été précédée le 28 Octobre par la vidange du lac sous-glaciaire, mise en évidence par des données sismiques et électriques (Vogfjörd et al., 2005). Le volume total de ce jökulhlaup a été estimé à 0.5 km^3 pour une baisse du niveau du lac d'environ 50 m (Oddsson, 2007). La vidange s'est déroulée sur plusieurs jours. Avant le début de l'éruption, seul 0.15 km^3 du lac a été vidangé, soit une baisse de la hauteur du lac d'environ 15 m. Considérant une densité de 1000 kg.m^{-3} pour l'eau du lac, cette baisse a provoqué une variation de pression en surface autour de 0.15 MPa. Au cours de la période 1934-1991, la surface du lac a constamment évolué au cours du temps, variant de 15 à 40 km^2 (Gudmundsson et al., 1995). En 2004, d'après le volume et la hauteur d'eau estimés, la surface moyenne du lac atteignait seulement 10 km^2 (H. Björnsson & F. Pálsson, com. pers.), valeur confortée par une étude satellitale en 2004 qui donne une surface d'environ 10.9 km^2 (Berthier et al., 2006).

Concernant le système magmatique du Grímsvötn, une étude tomographique d'Alfaro et al. (2007) indique la présence sous l'édifice d'une zone où les ondes sismiques se propagent à moindre vitesse. Ce corps d'environ 10-20 km^3 , situé à 3-4 km de profondeur, est interprété comme une zone de stockage de magma. Son extension horizontale est de 4-5 km et 7-8 km respectivement dans la direction N-S et E-O pour une extension verticale de seulement 1 km. Cela indique une structure plutôt allongée horizontalement de type oblate. Conjointement, un modèle de source de type Mogi d'un rayon de 1-2 km situé à 3 km sous la caldera permet d'expliquer les données GPS de déformation de surface mesurées depuis 1998 sur le volcan (Sturkell et al., 2003).

D'après toutes ces données, nous réalisons un modèle pour quantifier l'effet de cette vidange de 2004 sur le réservoir magmatique du Grímsvötn. Les paramètres utilisés dans le modèle sont résumés dans la Table 2.1.

TAB. 2.1 – Numerical values used to model the effect of the 2004 jökulhlaup at Grímsvötn.

	<i>Unit</i>	<i>Symbol</i>	<i>Calculation 1</i>	<i>Calculation 2</i>
			<i>oblate</i>	<i>sphere</i>
Magma reservoir				
Horizontal axis	km	a	2.5	1.5
Vertical axis	km	b	0.5	1.5
Depth	km	H_c	2.5	1.5
Volume	km ³	V_c	13.09	14.14
Load removed				
Lake radius	km	R_e	1.8	1.8
Water level drop	m	H_e	15	15
Pressure change	MPa	P_e	0.15	0.15

Deux géométries sont testées pour le réservoir magmatique : une forme oblate et une forme sphérique. Pour ces deux cas, le centre du réservoir, $(H_c + b)$, est fixé à 3 km de profondeur. Les résultats calculés pour la variation de pression de rupture ΔP_r ainsi que le changement de pression interne ΔP_c pour différentes compressibilités de magma sont indiqués dans la Table 2.2.

TAB. 2.2 – Results for pressure changes due to the 2004 jökulhlaup event, considering magma reservoir and load parameters given in Table 2.1. Calculations are for $E = 30$ GPa and $\nu = 0.25$.

	<i>Symbol</i>	<i>Calculation 1</i>	<i>Calculation 2</i>
		<i>oblate (MPa)</i>	<i>sphere (MPa)</i>
Failure pressure change	ΔP_r	-0.040	-0.168
Magma pressure change	ΔP_c		
incompressible		-0.045	-0.034
$K = 20$ GPa		-0.036	-0.019
$K = 15$ GPa		-0.035	-0.017
$K = 10$ GPa		-0.030	-0.013
Pressure difference	$\Delta P_r - \Delta P_c$		
incompressible		+0.005	-0.134
$K = 20$ GPa		-0.004	-0.149
$K = 15$ GPa		-0.005	-0.151
$K = 10$ GPa		-0.010	-0.155

Dans la plupart des cas, le terme $(\Delta P_r - \Delta P_c)$ est négatif, indiquant que l'initiation d'intrusions magmatiques depuis le réservoir sera favorisée durant un évènement de jökulhlaup, mais l'effet est faible. Pour des magmas compressibles, le système magmatique se rapproche des conditions de rupture d'une amplitude de 0.004-0.01 MPa pour un réservoir oblate. Pour un réservoir sphérique, la variation atteint 0.15 MPa, valeur qui égale la perturbation produite en surface. Cependant, cette vidange de lac en 2004 était relativement de faible volume. Certains jökulhlaups sont accompagnés d'une baisse de 100 m dans le niveau du lac. Pour de tels évènements, l'évolution pourra atteindre 1 MPa pour un réservoir sphérique.

Dans tous les cas, la variation de charge en surface produite par les jökulhlaups peut déclencher une éruption, seulement si le système magmatique est déjà proche de son état de rupture, avec un réservoir fortement pressurisé (ce qui était le cas en 2004 d'après les données de déformation, (Sturkell et al., 2003)). L'évolution vers la rupture causée par le jökulhlaup n'est pas le phénomène majoritaire dans l'initiation d'une éruption mais bien un processus déclencheur qui peut aider au départ du magma depuis le réservoir. La perturbation des jökulhlaups est faible mais bien plus importante, en comparaison à d'autres processus externes : les marées terrestres ou les variations de pression atmosphérique, proposés comme origine possible à la modulation des éruptions (Johnston & Mauk, 1972; Neuberg, 2000).

2.4.2 Les variations de charge glaciaire : vers une modulation de l'activité volcanique au Katla

Le contexte volcanique du Katla a déjà été décrit, lors de l'étude sur les observables géophysiques (section 1.6.1). Pour rappel, comme le Grímsvötn, le Katla est une caldera sous-glaciaire. L'édifice volcanique est situé sous le Mýrdalsjökull, glacier qui connaît une variation saisonnière de son épaisseur dans sa partie centrale ainsi qu'une fonte progressive en périphérie due au réchauffement climatique (Gudmundsson et al., 2007). Ce volcan fait parti des volcans les plus actifs d'Islande, avec une dizaine d'éruptions depuis le XVII^e siècle, la dernière en date ayant eu lieu en 1918 (Larsen, 2000).

TAB. 2.3 – Historical eruptions at the Katla volcano. Eruptions before 1580 are not shown because the precise date (month-day) are unknown. The total time of each eruption as well as the time between two consecutive eruptions are also indicated (from Larsen (2000)).

<i>Year</i>	<i>Beginning day</i>	<i>Length days</i>	<i>Preceding years</i>
1918	October 12	24	58
1860	May 08	20	37
1823	June 26	28	68
1755	October 17	~ 120	34
1721	May 11	>100	61
1660	November 03	>60	35
1625	September 02	13	13
1612	October 12	-	32
1580	August 11	-	80

Dans un premiers temps, nous quantifierons l'effet des variations saisonnières de charge au Mýrdalsjökull sur la rupture du réservoir du Katla, pour un modèle de charge (Fig. 1.24) et une géométrie de réservoir (Table 1.1) précédemment définis dans la section 1.6.1.

Les résultats de la modélisation indiquent une diminution de la pression de rupture de l'ordre de 0.045 MPa, tandis que la pression interne du réservoir connaît une baisse du même ordre de grandeur (0.046 MPa) dans le cas d'un magma incompressible (Table 2.4). Cela indique que, dans ce cas-là, le système magmatique évolue très peu lors de l'évènement de décharge en surface. Mais en considérant un magma compressible, la diminution de la pression interne est plus faible (0.031 MPa) et ainsi le réservoir magmatique évolue vers la rupture d'une amplitude supérieure à 0.01 MPa. Nos modèles semblent donc prédire une plus forte probabilité dans l'initiation d'intrusions magmatiques lors des périodes de fonte du glacier Mýrdalsjökull.

TAB. 2.4 – Results for pressure changes due to the seasonal, considering a magma reservoir described in Table 1.1. Calculations are performed for $E = 30$ GPa and $\nu = 0.25$.

	<i>Unit</i>	<i>Value (MPa)</i>
Failure pressure change	ΔP_r	-0.045
Magma pressure change	ΔP_c	
incompressible		-0.046
$K = 20$ GPa		-0.037
$K = 10$ GPa		-0.031
Pressure difference	$\Delta P_r - \Delta P_c$	
incompressible		+ 0.001
$K = 20$ GPa		- 0.008
$K = 10$ GPa		- 0.014

En analysant l'historique des éruptions du Katla, nous remarquons qu'elles ont toutes débuté dans une période comprise entre Mai et Novembre (Fig. 2.17 ; Table. 2.3), aucune éruption ne s'étant déroulée durant les mois d'hiver de Janvier à Mars (Larsen, 2000). Cette activité volcanique au Katla, concentrée dans la seconde moitié de l'année, rappelle la saisonnalité observée auparavant dans la sismicité (section 1.6.3). Comme pour la sismicité, il peut exister une corrélation temporelle entre les éruptions au Katla et les variations de charge saisonnières du glacier Mýrdalsjokull. Mais, il faut être prudent car ce cycle éventuel dans l'activité volcanique n'est montré que par seulement les neuf dernières éruptions du Katla, ce qui est statistiquement faible.

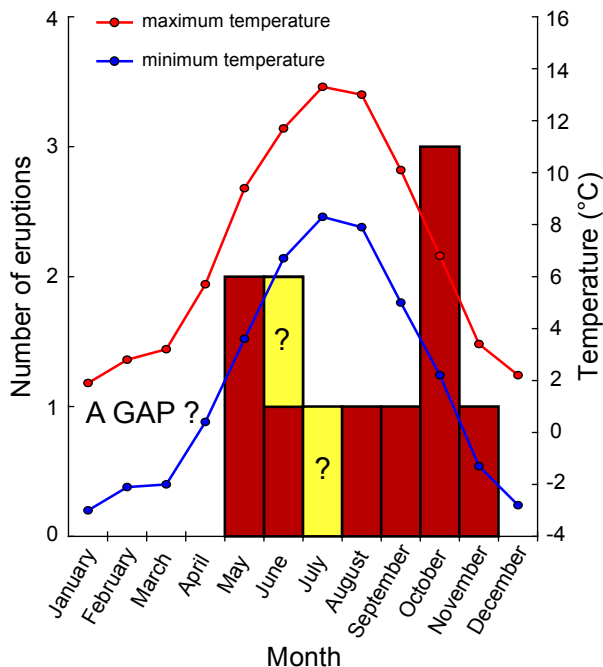


FIG. 2.17 – Diagram with the number of eruptions per month at Katla for the period 1580 - now. Yellow areas are not eruptions but two jökulhlaups, occurring in June 1995 and July 1999, which could be related to small subglacial eruptions. Two curves are the mean values of temperature in Reykjavik for the period 1961-1990 (Source : The World Meteorological Organization).

Nous pouvons cependant essayer d'estimer une certaine probabilité de cette corrélation. Si les éruptions ne sont pas influencées par la charge glaciaire, nous pouvons faire l'hypothèse que l'occurrence des éruptions suit alors une loi binomiale $B(n, \frac{1}{2})$, n étant le nombre d'éruptions et $\frac{1}{2}$ la probabilité qu'une éruption est lieu durant la moitié de l'année. Cela implique qu'il existe autant de chance d'avoir une éruption durant la période Mai-Octobre que durant la période Novembre-Avril. Cette loi est directement celle utilisée pour le jeu du "pile ou face" avec une pièce de monnaie. Montrer que l'occurrence des éruptions au Katla n'est pas due au simple hasard revient à réfuter cette hypothèse. Pour cela, nous utilisons le test du χ^2 d'indépendance qui donne une estimation de la fiabilité de la loi de

probabilité. L'hypothèse selon laquelle les éruptions sont indépendantes des saisons sera considérée comme fausse si la fiabilité de cette loi est inférieure à 5 %, ce qui correspond d'après les tables pour tout $\chi^2 > 3,84$. Pour la loi $B(n, \frac{1}{2})$, $\chi^2 = 0.5 * n + \frac{O_p^2 - nO_p}{0.5n}$, avec n , le nombre d'éruptions, et O_p , le nombre d'occurrence d'avoir une éruption dans la moitié de l'année entre Novembre et Avril. Dans notre cas du Katla, $n = 9$ et $O_p = 0$, ce qui donne $\chi^2 = 4.5$. Notre valeur de 4.5 est supérieure à la valeur critique fixée à 3.84, ce qui indique qu'il y a plus de 95% de chance que l'occurrence des éruptions au Katla soit dépendante de la période de l'année considérée. Ainsi, la relation mécanique entre les évènements de décharge glaciaire du Mýrdalsjökull et les éruptions du Katla, mise en évidence par nos modèles, est une origine possible permettant d'expliquer cette probabilité d'éruptions significativement plus forte lors des mois de fonte du glacier. Cependant, il conviendra de valider cette hypothèse lors des futures éruptions au Katla.

Pour modéliser la déglaciation progressive en périphérie du glacier Mýrdalsjökull induite par le réchauffement climatique, un modèle de charge en forme de "donut" (Pinel et al., 2007), avec un rayon intérieur de 7 km et un rayon extérieur de 17 km, est utilisé (Fig. 2.18). La géométrie du réservoir magmatique est identique au cas précédent (Table 1.1). Notre modèle élastique est limité pour l'étude du retrait glaciaire. Ce processus se produit sur une large échelle de temps, supérieure au siècle, ainsi un modèle élastique avec un taux de décharge moyenné sur un an paraît peu adapté. Pour modéliser des phénomènes à grande échelle de temps comme la déglaciation, un modèle visco-élastique serait plus judicieux. En effet, dès lors que la durée de l'évènement de décharge devient important, il convient de prendre en compte la relaxation de la croûte inférieure et du manteau sous l'action de contraintes.

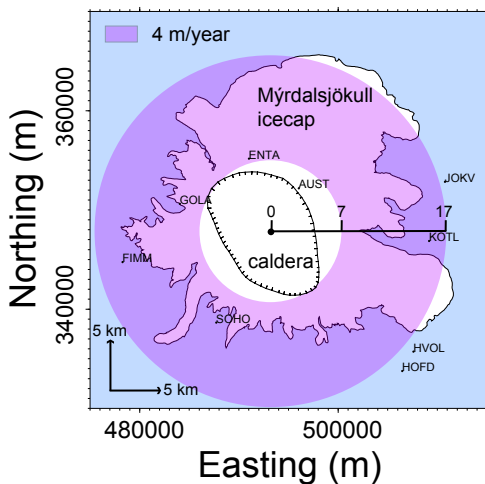


FIG. 2.18 – Model used to describe the Mýrdalsjökull icecap retreat due to the global warming.

Annuellement, la variation de pression causée par ce processus en surface atteint 0.035 MPa. Pourtant, les changements de pression à proximité du réservoir sont faibles : la pression de rupture connaît une diminution inférieure au kPa, alors que la baisse de la pression interne ΔP_c atteint au maximum 0.0035 MPa, soit seulement 10 % de la variation de charge en surface. La différence, $\Delta P_r - \Delta P_c$, est toujours positive quelque soit la compressibilité du magma, ce qui indique que cet évènement de décharge au Katla va avoir tendance à inhiber la rupture du réservoir, et donc l'initiation d'intrusions magmatiques.

Pourtant, la corrélation généralement observée entre taux d'éruptions et périodes climatiques montre un nombre d'éruptions plus important durant les périodes interglaciaires, c'est à dire lors d'une réduction de la charge glaciaire en surface (Huybers & Langmuir, 2009). Des auteurs ont aussi montré que le retrait glaciaire par la décompression causée dans la croûte a un effet sur la production de magma en profondeur en augmentant le taux de fusion (Sigvaldason et al., 1992; Jull & McKenzie, 1996; Pagli & Sigmundsson, 2008; Sigmundsson et al., 2010). Ainsi, la modulation du volcanisme à l'échelle des périodes climatiques s'explique plutôt par des changements dans le taux de production de magma en profondeur, ce mécanisme semblant dominer celui de la rupture des réservoirs magmatiques superficiels (Gudmundsson, 1986; Jellinek et al., 2004).

2.4.3 Annexe : "Influence of surface load variations on eruption likelihood : application to two Icelandic subglacial volcanoes, Grímsvötn and Katla"

Le papier suivant, publié dans Geophysical Journal International en Juin 2010, présente les travaux développés au cours de ce Chapitre.

Influence of surface load variations on eruption likelihood: application to two Icelandic subglacial volcanoes, Grímsvötn and Katla

F. Albino,¹ V. Pinel¹ and F. Sigmundsson²

¹Laboratoire de Géophysique Interne et Tectonophysique, CNRS, IRD, Université de Savoie, Campus Scientifique, 73376 Le Bourget du Lac Cedex, France.
E-mail: Fabien.Albino@univ-savoie.fr

²Nordic Volcanological Center, Institute of Earth Sciences, Askja, University of Iceland Sturluga 7, IS-101 Reykjavik, Iceland

Accepted 2010 March 15. Received 2010 January 26; in original form 2009 January 27

SUMMARY

We investigate how surface load variations around volcanoes act on shallow magma chambers. Numerical calculations are carried out in axisymmetric geometry for an elliptical chamber embedded in an elastic medium. Magma compressibility is taken into account. For variable chamber shape, size and depth, we quantify how unloading events induce magmatic pressure change as well as variation of the threshold pressure required for dyke initiation at the chamber wall. We evaluate the triggering effect of these surface events on onset of eruptions and find it depends strongly on the surface load location and the magma chamber shape. We apply this model to two active Icelandic subglacial volcanoes: Grímsvötn and Katla. The 2004 eruption of Grímsvötn was immediately preceded by a jökulhlaup, a glacial outburst flood of 0.5 km³. We show that this event may have triggered the eruption only if the system was very close to failure conditions. Katla volcano is covered by the Mýrdalsjökull ice cap. An annual cycle, with up to 6 m change in snow thickness, occurs from winter to summer. As the seasonal snow load is reduced, a pressure decrease of the same order of magnitude as the load is induced within the magma storage zone. Our model predicts that, in the case of a spherical or horizontally elongated magma chamber, eruptions are more likely when the snow cover is smallest, which appears consistent with the fact that all the last nine major historical eruptions at Katla occurred during the summer period. The model predicts an increase in Coulomb stress around the caldera, up to 7 km from its centre, during unloading periods, enough to trigger earthquakes. Stress due to snow load variations, with focusing of it in weak zones near the caldera boundary, is considered a contributing factor to seasonal seismicity observed beneath Mýrdalsjökull.

Key words: Numerical solutions; Mechanics, theory, and modelling; Magma chamber processes; Volcano/climate interactions.

1 INTRODUCTION

Surface load redistribution events occur frequently in the vicinity of volcanoes. Some of these events, such as partial destruction of volcanic edifices (Siebert 1984; Pinel & Jaupart 2005) or flank destabilization (Tibaldi 2001; Manconi *et al.* 2009) are a direct consequence of eruptive product emplacement and stability, whereas other events such as water level changes (McGuire *et al.* 1997; Björnsson 2002; Carrivick *et al.* 2009) or ice loading variations (Sigvaldason *et al.* 1992; Jellinek *et al.* 2004) are due to external phenomena. Whatever their origin, such events can cause sudden perturbations in the stress field around a magmatic system, as well as changes in pressure within the stored magma. Such changes can be of the same order of magnitude as variations induced by seismic

events (few kPa to few MPa), but occur over larger timescales (1 h to few years, according to the event). Previous work considering 2-D deformation of a cylindrical liquid-filled magma chamber (Pinel & Jaupart 2005) demonstrated that the sudden partial destruction of a volcanic edifice always induces a pressure decrease within the magma. It may either prevent or promote an eruption, depending on the magma chamber size and depth. Here we evaluate in detail how the shape of magma storage zone influences both magma pressure changes and stress field variations induced by surface load variations. Numerical calculations in an axisymmetrical half-space quantify these perturbations. The magma is modelled as a fluid embedded in a homogeneous, isotropic elastic medium. Both media are treated in the simplest way, but the coupling between magma pressure and host rock stress field is fully considered. The

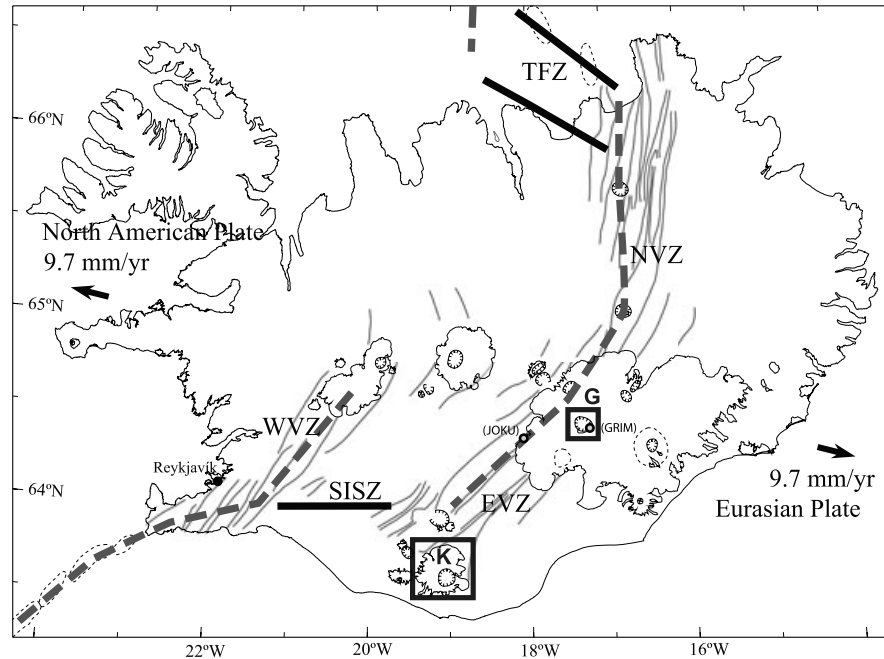


Figure 1. Map of Iceland showing the outline of fissure swarms along the central axis at the plate boundary (dashed grey line). Two transform zones, the South Iceland Seismic Zone (SISZ) and the Tjornes Fracture Zone (TFZ) are also indicated (black lines). Black boxes show the two study areas: G = Grímsvötn (64.42°N–17.33°W) under the Vatnajökull ice cap (8000 km²) and K = Katla (63.63°N–19.05°W) under the Mýrdalsjökull ice cap (600 km²). Two GPS stations GRIM and JOKU are located (modified from Sturkell *et al.* 2006).

influence of the depth, size and shape of a magma chamber, and also the distribution and extension of a surface load are systematically investigated.

The method developed is applied to two subglacial Icelandic volcanoes: Grímsvötn, where sudden glacial outburst floods (called jökulhlaups) originate, and Katla volcano, covered by an icecap of varying thickness (see Fig. 1 for location). Grímsvötn volcano has a caldera filled by a permanent subglacial lake where jökulhlaups occur typically at a frequency of 1–10 yr (Björnsson 2002). The eruption triggering effect of jökulhlaups at Grímsvötn was first proposed by Thorarinnsson (1953) to explain an eruption in 1934. A jökulhlaup did also initiate before an eruption in November 2004 at Grímsvötn (Vogfjörð *et al.* 2005). However, in most cases, a jökulhlaup has not been followed by an eruptive event. In this study, we evaluate the ability of a jökulhlaup event to trigger an eruption. The other volcano studied here, Katla, is located beneath the Mýrdalsjökull ice cap whose load varies with time. Two types of load variations, with different temporal and spatial scales, have been described in a previous study (Pinel *et al.* 2007): an annual variation of the snow cover in the central part with an amplitude around 5 m, and a long-term decrease of the ice thickness, around 4 m yr⁻¹, at the periphery, due to the climate warming. A seasonality in seismic activity, with more events during the second half of the year, has also been demonstrated by Einarsson & Brandsdóttir (2000). Several cases of earthquake seasonality and ice cap/water loading have been studied previously (Heki 2003; Saar & Manga 2003; Bollinguer *et al.* 2007). However, none of these studies takes into account the presence of a magma chamber. Here we estimate the Coulomb stress change induced by the combined effect of surface load perturbation and consequent magma pressure re-equilibration, to evaluate seismicity rate variations. We consider the influence of the magma chamber shape, as well as the compressibility of the magma. At Katla, not only is there a relationship between ice load

variations and seismicity, but also the onset of eruptions suggests a seasonal pattern; all nine large Katla eruptions since 1580 occurred in the period from May to November (Larsen 2000) when the ice load is reduced. In other areas, relationship between ice cap retreat and volcanic activity has been evaluated considering unloading effects on either the deep melt generation zone (Jull & McKenzie 1996; Pagli & Sigmundsson 2008), or the shallow magma storage zone (Gudmundsson 1986; Sigvaldason *et al.* 1992; Jellinek *et al.* 2004). Here we detail the effects of ice retreat on shallow magma chambers, considering the role of their variable depth, size and shape.

2 MODEL DESCRIPTION

2.1 General description, numerical method and main limitations

Host rock is treated as a homogeneous elastic medium characterized by its Young's modulus E , Poisson's ratio ν and tensile strength T_s . Based on the principle of superposition, we calculate stresses and displacement perturbations relative to a reference state which is considered to be lithostatic ($\sigma_{rr} = \sigma_{\theta\theta} = \sigma_{zz}$) (McGarr 1988). The sign convention used is such that tensile (compressive) stress is negative (positive). Magma modelled within the crust has a bulk modulus K and initial density equal to that of the crust (the magma chamber being at a level of neutral buoyancy). We model the magma as an inviscid liquid, considering that, given viscosity of magma ranging from 10 to 10¹⁰ Pa s (Spera 2000), the time delay required to reach a static equilibrium can be neglected for the load variations studied in this paper. No deviatoric stress is considered within the modelled magma chamber (Pinel & Jaupart 2003, 2005). Magma overpressure is therefore imposed by stress conditions applied to the

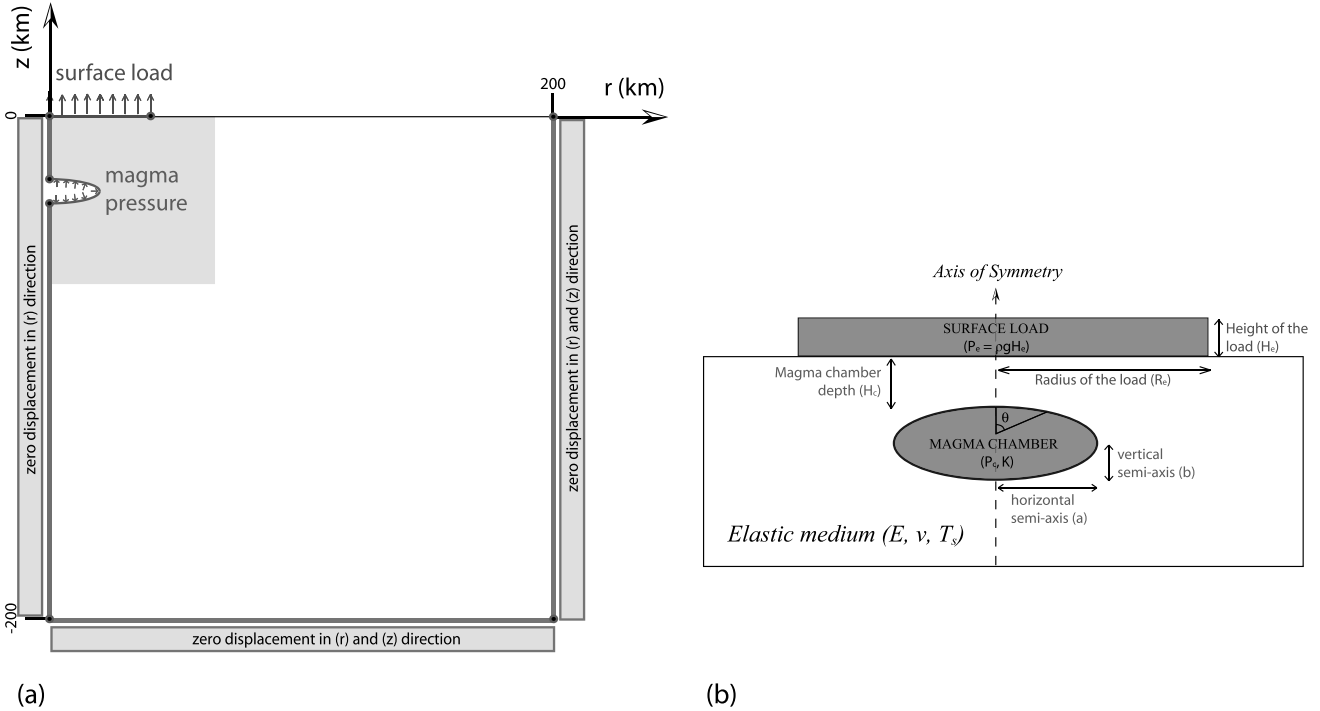


Figure 2. (a) Schematic view of the numerical model (a 200×200 km box in axisymmetrical geometry). Boundary conditions are the following: zero radial displacement on the axis of symmetry ($r = 0$), zero displacement at the edges of the box at $r = 200$ km and $z = -200$ km, a magma pressure P_c applied on the chamber wall, a normal stress P_e (negative for unloading) applied on a given area of the upper surface ($z = 0$), which otherwise is characterized by stress-free conditions. (b) Zoom of the zone of interest (grey area): magma chamber and surface load variation, showing all variable parameters.

solid at the chamber boundary, with a uniform normal stress, P_c , and no tangential stress. The so-called magma pressure, P_c , (subscript c for chamber) is actually an overpressure compared to the lithostatic state of reference. In the following, for a matter of simplicity, we will always use the term ‘pressure’ for the overpressure compared to the lithostatic state.

We use a ‘Finite Element Method’ (FEM) in axisymmetrical geometry considering the magma chamber as an elliptical volume. Load variation is modelled by a normal stress, negative value in the case of unloading, applied to a given area of the upper free surface. The following parameters are varied: (i) the chamber depth, H_c , measured from the chamber roof, (ii) the chamber size V_c , (iii) the chamber ellipticity ($\frac{a}{b}$), (iv) the load size (R_e) and (v) the load amplitude ($P_e = \rho g H_e$) (Fig. 2). Model dimensions are 200×200 km, with nearly 100 000 triangular elements. The relatively large model size compared to actual volcano size minimizes the influence of boundary conditions (zero displacement at infinity) applied at the edge of the model. Numerical results were validated by comparison with various existing analytical solutions (Mogi 1958; Fialko *et al.* 2001; Tsuchida *et al.* 1982).

The model presented here has some limitations due to the simplifying assumptions used. The medium is purely elastic, so viscoelastic behaviour is not taken into account. This is a limitation, but only for surface load variations occurring over a long period, such as sustained ice retreat (Jellinek *et al.* 2004; Pagli & Sigmundsson 2008). In the elastic solid, we consider only constant material properties, corresponding to an isotropic and homogeneous medium. In nature, there are heterogeneities in lithology and crustal structure which affect the magma path to the surface. For the magma inside a magma chamber, following Pinel & Jaupart (2005), we consider it as a homogeneous inviscid fluid with a constant internal overpres-

sure and a given bulk modulus. We neglect viscosity and density change as well as processes related to gas accumulation and magma crystallization. These magma properties play an important role in eruption behaviour, but are not considered important for the load changes studied here. We thus assume that the amount of crystallization remains too small to describe the magma as an elastic solid softer than the encasing medium, as proposed by Manconi *et al.* (2009). Even though we make these simplifying assumption for the fluid phase, our model gives a good estimate of the magma pressure change inside the chamber induced by surface load perturbation, taking into account the compressibility of magma through its bulk modulus K .

2.2 Pressure variation within the magma chamber

Any given stress field change around a volcanic system results in magma pressure variation ΔP_c within the chamber. Following Pinel & Jaupart (2005), we calculate this pressure change using the superposition principle, estimating the volume change of the chamber for two distinct cases: (1) a chamber with an internal pressure change and no surface load change (ΔV_1); (2) a chamber with zero pressure change inside and a surface load change (ΔV_2). For each case, volume change is calculated numerically by integration of the normal displacement for each point of the mesh. The total volume change of the chamber, $\Delta V_c = \Delta V_1 + \Delta V_2$, is directly related to ΔP_c through the equation of state for the magma. In the incompressible case, the chamber volume is constant and $\Delta V_c = 0$. In the compressible case, the chamber volume change is related to the magma pressure change through the following relation:

$$\Delta V_c = -\frac{\Delta P_c V_c}{K} \quad (1)$$

with K being the magma bulk modulus (compressibility equals $\frac{1}{K}$). For magma with no exsolved gas, the bulk modulus K is estimated to be 10–40 GPa (Tait *et al.* 1989), with the smaller values for the more compressible magmas. However, if magma has exsolved gas, the compressibility may be much higher with values for K around 0.1–1 GPa (Huppert & Woods 2002).

2.3 Variation of the threshold pressure needed for dyke initiation

Before propagating towards the surface, dykes are initiated at the magma chamber wall by brittle failure of the crust. Rupture in mode I (tensile failure) is often used in studies of dyke propagation (Rubin 1993, 1995). Here we study the conditions required to cause such failure, focusing on tensile failure mechanism. Following Pinel & Jaupart (2003), we consider the deviatoric component, R , of the minimum compressive stress:

$$R = \sigma_3 - \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} = \frac{2\sigma_3 - \sigma_1 - \sigma_2}{3}, \quad (2)$$

where $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ are the three principal stress components. Failure occurs when R , calculated at the chamber wall, compensates the tensile strength of the host rocks: $R = -T_s$. With this failure criteria, we determine the value of σ_1 corresponding to the minimum

overpressure required inside the magma chamber to cause tensile failure. This pressure is here called threshold pressure for rupture, P_r (subscript r standing for rupture). As an example, a pressurized spherical chamber in an infinite medium has $\sigma_2 = \sigma_3 = -\frac{1}{2}\sigma_1$. The failure criteria simplifies to $-\frac{1}{2}\sigma_1 = -T_s$ and the classic rupture criteria for a sphere in an infinite medium, $P_r = 2T_s$, is obtained (Tait *et al.* 1989). Any surface load variations will perturb the subsurface stress field and thus modify the rupture conditions by inducing a change ΔP_r of the threshold pressure required to initiate dykes. The sign of ΔP_r can be either negative or positive, so surface load perturbation can either enhance or prevent initiation of dykes. However, as we said before, the load variation also affects magma pressure. Therefore, an exact estimation of the potential effect of a surface load event on dyke initiation requires a comparison between the two pressure changes: magma pressure change ΔP_c and threshold pressure change ΔP_r (Fig. 3).

2.4 Influence of surface load changes on eruption likelihood

Before a surface load change, the chamber is characterized by an initial state with a given pressure $P_c(i)$ and a threshold pressure required to initiate a dyke $P_r(i)$. The initial pressure difference $\Delta P_i = P_r(i) - P_c(i)$ is an indicator of the state of the magmatic

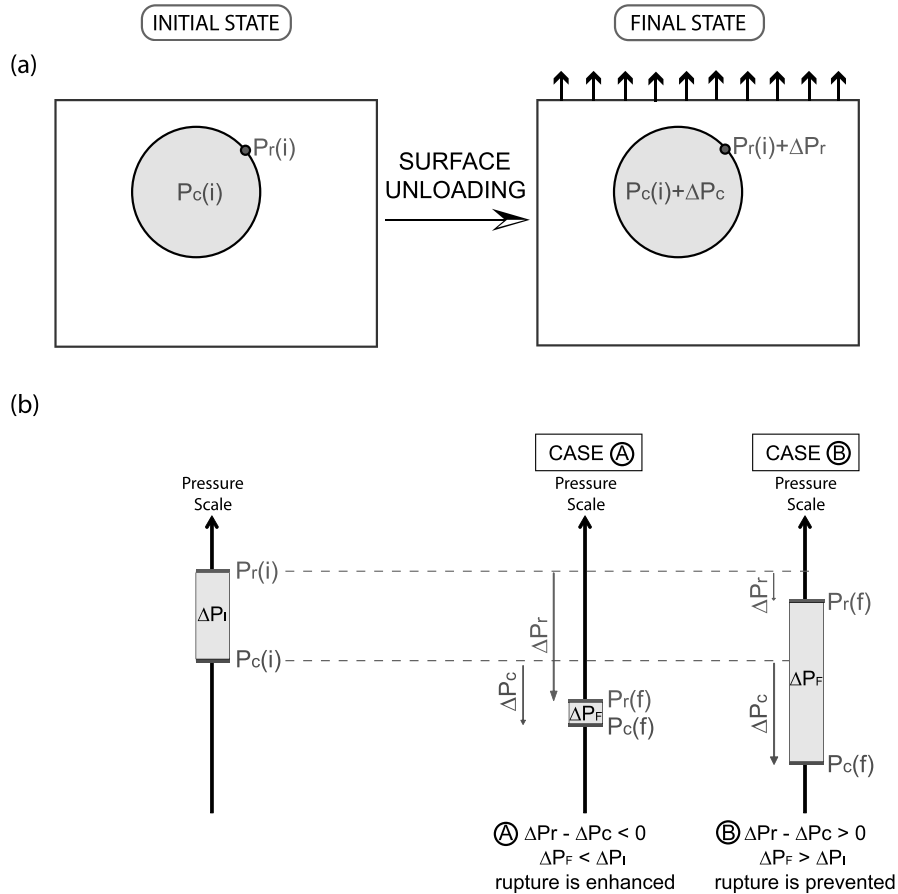


Figure 3. (a) Evolution of the magma pressure P_c and threshold pressure for failure P_r during an unloading event. (b) Evolution of the ability of the system to erupt. ΔP_i and ΔP_f represent the ‘pressure gap’ of the system necessary to initiate eruption, respectively before and after an unloading event. The final state depends on the initial state, the magma pressure change and the rupture threshold pressure change: $\Delta P_f = \Delta P_i + (\Delta P_r - \Delta P_c)$. When $\Delta P_f < \Delta P_i$ (case A), rupture is enhanced and may occur or not depending on the initial state. In the case $\Delta P_f > \Delta P_i$ (case B), no eruption will occur. All pressure values are perturbations compared to a lithostatic state of reference.

system. The smaller ΔP_i is, the closer to failure the system is. If a surface unloading event occurs, the pressure inside the chamber will decrease $P_c(f) = P_c(i) + \Delta P_c$ (with ΔP_c always negative). The threshold pressure for rupture will also change: $P_r(f) = P_r(i) + \Delta P_r$. The final pressure difference ΔP_F can be written as follows:

$$\begin{aligned}\Delta P_F &= P_r(f) - P_c(f) \\ &= \Delta P_i + (\Delta P_r - \Delta P_c).\end{aligned}\quad (3)$$

The failure of the magma chamber occurs and a dyke can be initiated when ΔP_F is equal to 0. The difference $(\Delta P_r - \Delta P_c)$ provides the relative evolution of a magmatic system after an unloading event, characterizing the effect of this surface perturbation on dyke initiation at the chamber wall (Fig. 3b). Positive values indicate that the magma chamber moves away from failure conditions and dyke initiation is inhibited. Inversely, for negative values, the magma chamber approaches failure conditions and dyke initiation is favoured. Failure initiation at the chamber wall is a required condition for eruptions but does not necessarily mean that an eruptive event will follow. An eruption occurs only if magma can propagate towards the surface which depends on the reservoir pressure as well as the stress field (Pinel & Jaupart 2004). However, here, we restrict our study to the effect on dyke initiation and consider that when dyke initiation is favoured, eruption likelihood increases.

2.5 Parameters investigated

The effect of a surface load change above a magma chamber was evaluated in a series of models, considering various parameters such as the chamber shape and the load distribution. Due to the axisymmetric geometry, effects of asymmetrical unloading events or dipping magma sources are beyond the scope of this study. Future 3-D models might take such parameters into consideration. For the surface load variation, we considered two classes of load change: a central load (a cylinder with a 5 km radius) and a peripheral load (a 'toroid' shaped with a cylinder of 10 km radius and a 5 km internal hole). The magma chamber is an ellipsoid, with ellipticity ($\frac{a}{b}$), volume ($V_c = \frac{4}{3}\pi a^2 b$) and top depth (H_c). We explored a likely depth range for shallow chambers in Icelandic volcanoes, from 2 to 7 km beneath the surface (Sigmundsson 2006). Chamber volumes are less well constrained, and we investigated a wide range from 0.5 to 50 km³. Models have been calculated for chamber depths (H_c) of 1, 3 and 5 km, and for chamber volumes (V_c) of 0.5, 10 and 50 km³. The chamber volume affects only the amplitude of the pressure difference ($\Delta P_r - \Delta P_c$), with larger values in the case of smaller chamber volumes, but has otherwise no significant effect on this difference as a function of chamber depth or ellipticity. Therefore, we only present the results for the intermediate volume $V_c = 10$ km³.

3 RESULTS

Results for the failure pressure change ΔP_r , the chamber pressure change ΔP_c and the difference between these two terms are shown in Figs 4 and 5, respectively, for the central and the peripheral model. Both confirm that a surface unloading event always induces a pressure decrease within the chamber, $\Delta P_c < 0$. The failure pressure for a given state, P_r , is a function of the host rock tensile strength T_s . In the case of small amplitude surface load variations (less than 10 MPa), rupture at the chamber walls occurs at the same location before and after the unloading event and the resulting failure pressure variation ΔP_r does not depend on the value of T_s .

For a central load removal with lateral extension comparable to the chamber size, the magma pressure change (ΔP_c) gently increases with chamber ellipticity and is maximum for a horizontally elongated magma chamber (oblate) (Fig. 4b). Moreover, the magma pressure change is also controlled by the chamber depth, with high pressure drop for shallow chambers. The maximum amplitude is of the same order as the loading event. This pressure change decreases with more compressible magmas. The threshold pressure change, (ΔP_r), is slightly positive (less than $\frac{1}{4}$ of the load removed) for prolate ellipsoids, whereas it is negative, reaching larger values than the unloading event, for spherical and oblate ellipsoids (Fig. 4a). The amplitude of the surface unloading is important for shallow prolate and spherical chambers. The pressure change difference, $\Delta P_r - \Delta P_c$ (Fig. 4c), shows that a central unloading event inhibits rupture initiation for a prolate chamber (positive values) and promotes the rupture for a spherical and an oblate chamber (negative values). The enhancement of eruption likelihood is maximum for a spherical magma chamber situated at intermediate depth ($H_c = 3$ km), and decreases with increasing chamber ellipticity. In the case of prolate chambers, the tendency to inhibit an eruption is more important for shallow chambers. Increasing compressibility of magma inside the chamber increases the 'enhancement effect' for spherical and oblate chambers, and reduces the 'inhibition effect' for prolate chambers.

For peripheral unloading, both pressure changes are smaller in amplitude than in the case of a central unloading event, with values always smaller than the surface load removed (Fig. 5). The maximum magma pressure change, ΔP_c , reaches only 40 per cent of the load removed and the amplitude of the difference, $\Delta P_r - \Delta P_c$, is always less than half of the load removed. Magma pressure changes strongly depend on the chamber shape as well as on its depth. As expected, for deep chambers ($H_c = 5$ km) the results are similar to results for a central unloading event. Eruption is favoured for spherical and oblate chambers whereas it is inhibited for prolate chambers. For shallow chambers, magma pressure change ΔP_c is maximum for prolate ellipsoids, but tends to zero for oblate ellipsoids. Threshold pressure changes ΔP_r are negative for prolate shapes and positive for oblate shapes. In this case, an unloading event prevents rupture initiation, except for a prolate ellipsoid chamber filled with compressible magma. For an intermediate depth, magma pressure change ΔP_c is maximum for the spherical shape and the effect on eruption likelihood strongly depends on the amplitude of the load as well as the magma compressibility (Fig. 5c).

4 APPLICATION TO ICELANDIC SUBGLACIAL VOLCANOES

4.1 Lake discharge at Grímsvötn

4.1.1 The 2004 eruption

Grímsvötn volcano, located beneath the Vatnajökull ice cap (Fig. 1), is one of the most active volcanoes of Iceland, with about 70 eruptions in the last millennium (Thordarson & Larsen 2007). The volcano has a composite caldera of 8 km diameter, with a permanent subglacial lake (Fig. 6) (Björnsson & Einarsson 1990). This lake is formed by ice melting in response to the intense heat flux from geothermal and intermittent volcanic activity. The lake level increases to a threshold value above which lake discharge occurs. Such events, called jökulhlaup in Icelandic, are frequent in Iceland at intervals of 1–10 yr. They are sometimes associated

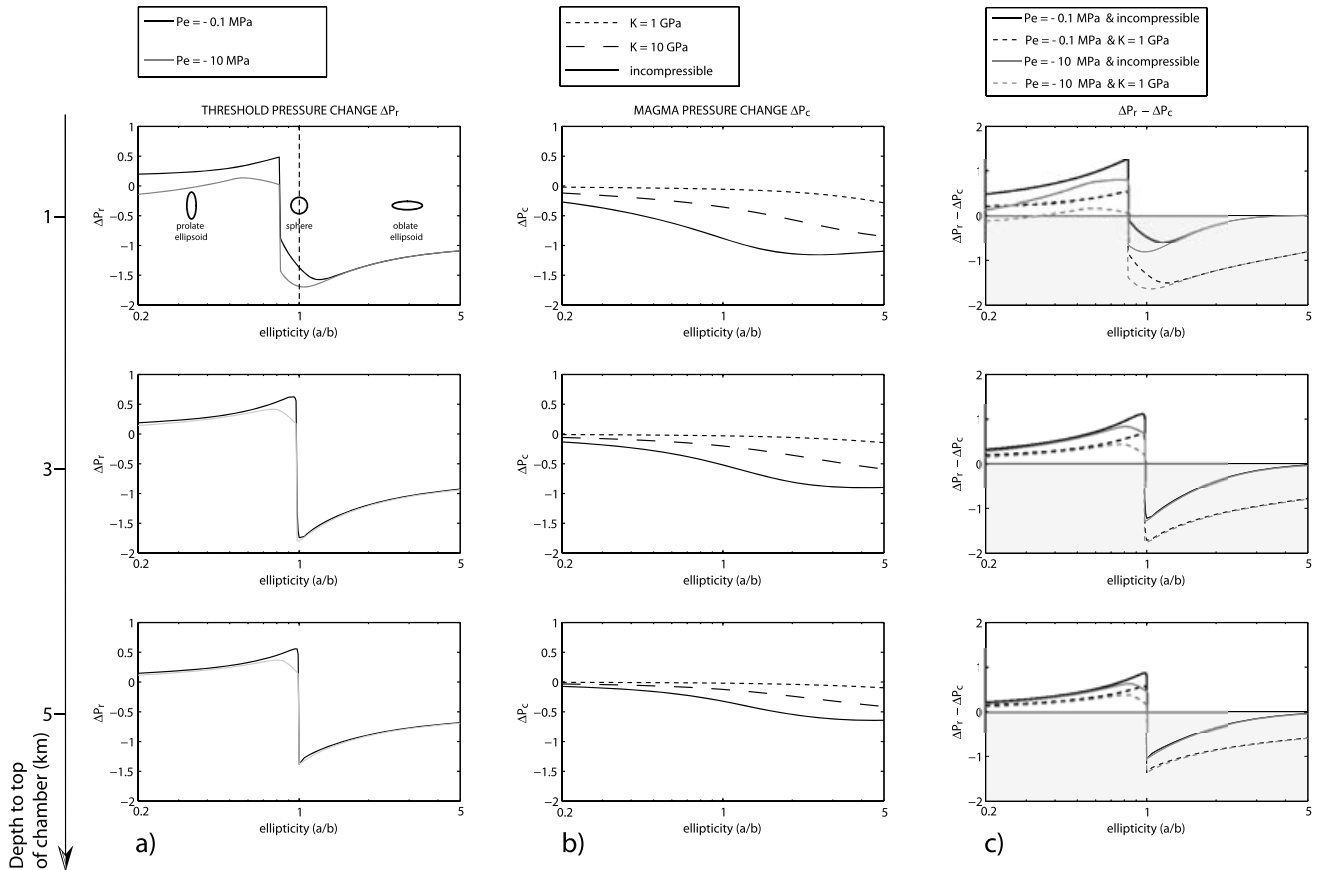


Figure 4. Evolution of pressure and rupture conditions for a magmatic system after a central unloading event. The load removed is a cylinder with 5 km radius. The magma chamber has a constant volume $V_c = 10 \text{ km}^3$. Calculations for three different chamber depths ($H_c = 1, 3$ and 5 km) are shown. All the pressure are normalized by the amplitude of the load removed. Results are obtained with $\nu = 0.25$, $E = 30 \text{ GPa}$ and $T_s = 20 \text{ MPa}$. (a) The threshold pressure change ΔP_T as a function of the chamber ellipticity. The normalized pressure change depends slightly on the amplitude of the removed load, P_c . Results are shown for P_c equal to 0.1 and 10 MPa. (b) The magma pressure change within the chamber ΔP_C as a function of the chamber ellipticity. This change is highly dependent on the magma compressibility. Curves show values for K equal to 1 and 10 GPa as well as for the incompressible case. (c) $\Delta P_T - \Delta P_C$. The sign of this term indicates whether the magmatic system moves closer to or away from rupture conditions. Negative values (shaded area) mean that the unloading event promotes dyke initiation and thus the beginning of an eruption.

with eruptions as in 1934, 1938, 1983 and 2004 (Gudmundsson & Björnsson 1991; Björnsson 2002). An eruption, with high heat transfer, induces large ice melting which may be sufficient to initiate lake discharge if the lake level is close to a critical state. However, it has also been proposed that jökulhlaups and the associated pressure release can trigger volcanic eruptions, as in 1934 and more recently in 2004 (Thorarinsson 1974; Sigmundsson & Gudmundsson 2004).

The 2004 eruption started November 1 around 22 h GMT at the southwest caldera rim of Grímsvötn volcano. Increasing seismicity had been recorded by the Icelandic Meteorological Office's (IMO) monitoring system since the middle of 2003 (Vogfjörð *et al.* 2005) and continuous uplift of the surface had been measured by GPS at the GRIM station (located at 3 km from the caldera centre), since a previous eruption in 1998 (Fig. 7) (Sturkell *et al.* 2003, 2006). From geodetic, seismic and electric data, the chronology of the events for a few days before the eruption is well established (Vogfjörð *et al.* 2005). On October 28, episodes of harmonic tremor were recorded at seismic station KAL, situated 50 km south of Grímsvötn, indicating increased water flow under the Vatnajökull icecap covering Grímsvötn. The following day, electrical conductivity measurements in the Skeidará river, operated by

the Icelandic Hydrological Service, revealed an increase of geothermal melt water and confirmed the beginning of a jökulhlaup. On October 30, icequakes were also detected in association with the jökulhlaup. The chronology of events shows the jökulhlaup began 3 days before the eruption. The discharge of Grímsvötn lake may therefore have triggered the eruption. Total lake discharge was estimated around 0.5 km^3 (Icelandic Hydrological Service), with a lake area evaluated around $10\text{--}11 \text{ km}^2$ (Berthier *et al.* 2006). *In situ* measurements at the subglacial lake with water-level gauges show that only 30 per cent of the total lake discharge occurred before the eruption, corresponding to a 15 m drop in lake level (H. Björnsson & F. Pálsson, personal communication, Oddsson 2007), equivalent to a pressure release at the caldera surface of 0.15 MPa. The geometry and the depth of a magma chamber under the Grímsvötn caldera are difficult to constrain. A seismic tomography survey (Alfaro *et al.* 2007) suggests a low velocity body under Grímsvötn, which can be interpreted as a magma chamber. A sill shaped geometry is suggested ($2\text{--}2.5 \text{ km}$ horizontal major axis and 0.5 km vertical minor axis) with a volume around 10 km^3 and top about 2.5 km under the caldera surface. This depth is consistent with the value of about 3 km (centre depth) estimated from deformation studies (Sturkell *et al.* 2003).

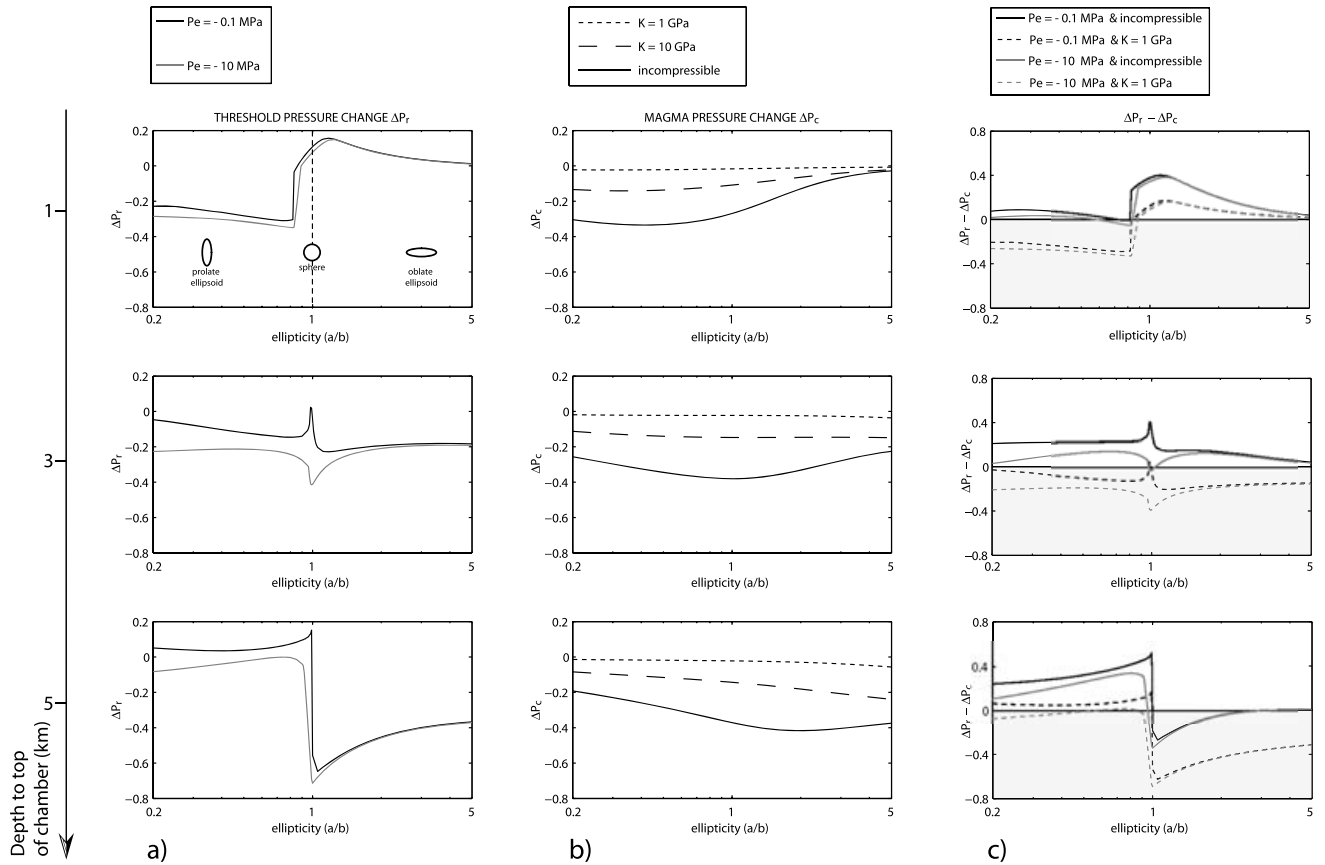


Figure 5. Evolution of pressure and rupture conditions for a magmatic system after a peripheral unloading event. Panels are the same as in Fig. 4, except the load removed has a toroid shaped with a 5 km internal radius and a 10 km external radius.

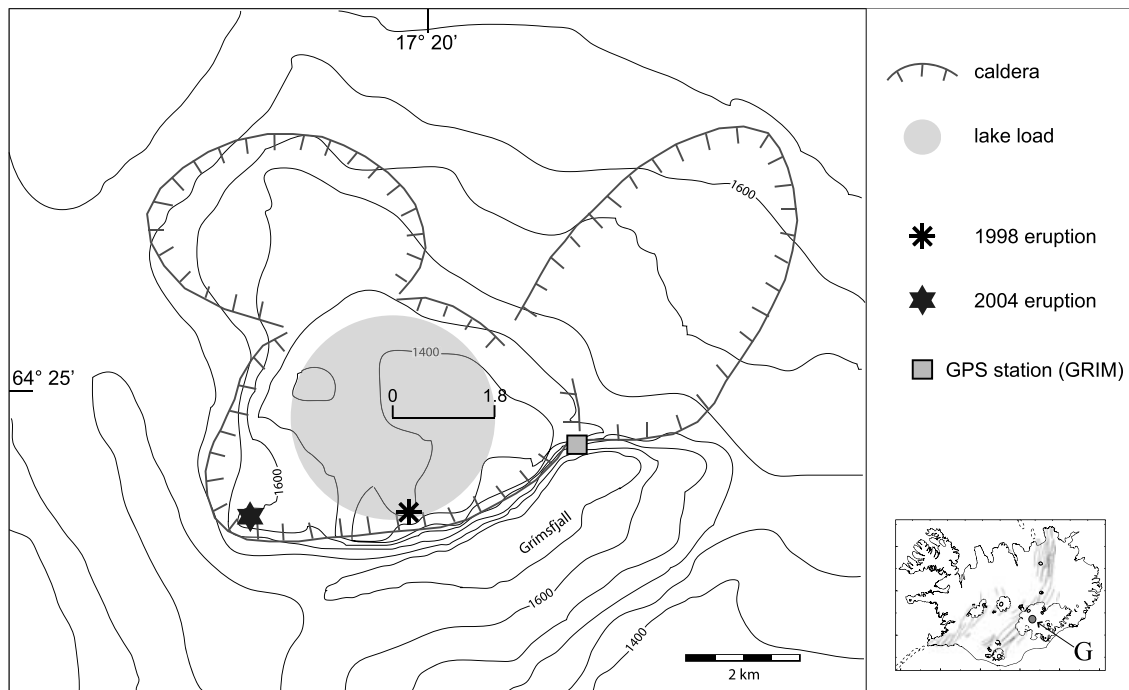


Figure 6. Grímsvötn ice surface map and caldera rim (modified from Gudmundsson & Björnsson 1991). Also shown are the 1998 and 2004 eruption sites, the disk load used to model the lake discharge in 2004 and GRIM GPS station. Inset map shows the location of Grímsvötn (G) within Iceland.

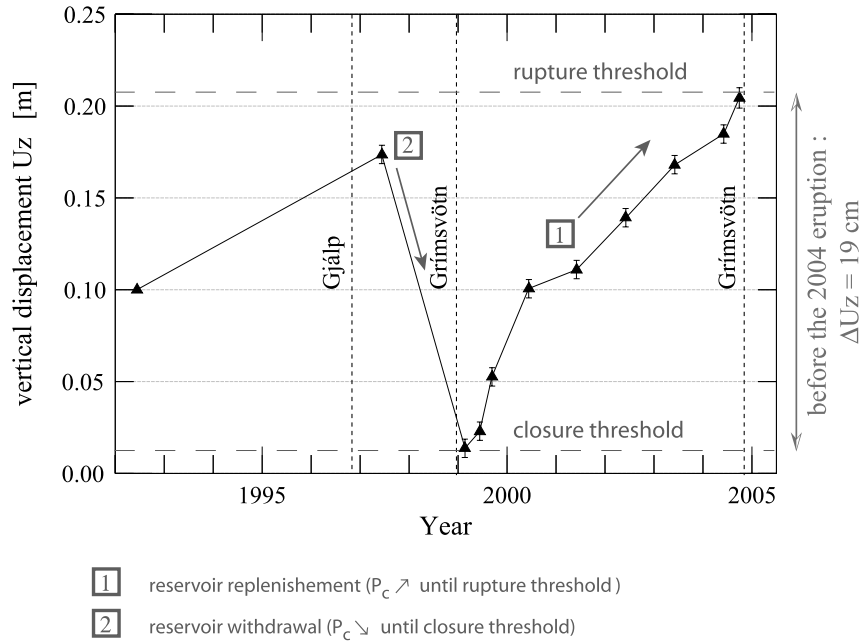


Figure 7. Interpretation of the vertical displacement recorded at the Grímsvötn GPS station (GRIM, located 3 km from the caldera centre) relative to a reference point at the Jökulheimar GPS station (JOKU, located 100 km west from the caldera centre) for the 1992–2005 period. Vertical uncertainty is ± 4 mm. Modified from Sturkell *et al.* (2003).

4.1.2 Modelling of the 2004 jökulhlaup effect

We modelled the influence on eruption likelihood of the lake discharge which occurred prior to the eruption. Model values and results obtained are listed, respectively, in Tables 1 and 2. As the geometry of the magma chamber is poorly known, we considered two shapes (with a similar volume): an oblate (calculation 1) and a sphere (calculation 2). All calculations are for Young's modulus, E , equal to 30 GPa, considered appropriate for Icelandic crust (Pinel *et al.* 2007).

The 0.15 MPa pressure release at the surface, due to the 2004 jökulhlaup prior to eruption onset, induces a decrease of the threshold pressure for failure ΔP_r of about 0.04 MPa for an oblate chamber (calculation 1) and more than 0.15 MPa for a spherical chamber (calculation 2). As explained in Chapter 2, we also consider the variation in pressure inside the magma chamber ΔP_c induced by the jökulhlaup. The difference, $\Delta P_r - \Delta P_c$, characterizes

the evolution of eruption likelihood. Values are negative for both geometries considered (except for the incompressible case in calculation 1), and larger for chambers filled with more compressible magma (lower bulk modulus). The modelling shows that the 2004 jökulhlaup and the associated surface pressure release favoured dyke initiation at the chamber wall and may have triggered the eruption. However, the effect is small. The amplitude of the effect ($\Delta P_r - \Delta P_c$) is maximum and equivalent to the surface load removed (around 0.15 MPa), for a spherical chamber filled with compressible magma. For an oblate chamber, the triggering effect reaches only 0.01 MPa for $K = 10$ GPa, which corresponds to only 5 per cent of the surface pressure change.

As magma compressibility is a key parameter, we attempted to use GPS measurements to constrain its value for the magma stored at the Grímsvötn volcano. A cumulative vertical uplift of 19 cm was recorded at GRIM station (3 km east of the caldera centre) between the end of the 1998 eruption and the fall of 2004 (Fig. 7). With our model, this uplift can be attributed to a pressure increase in a magma chamber of 5.5 and 23.75 MPa, respectively, for the oblate shape (calculation 1) and the spherical shape (calculation 2). These values of pressure variations can be used as an estimation of the pressure drop during the 2004 eruption if we assume the pressure in the magma chamber at the end of an eruption was the same in 1998 and 2004. The pressure drop, together with an estimate of the erupted volume, around 0.02 km³ dry rock equivalent (DRE) (Oddsson 2007), allows an estimation of magma compressibility. Considering that the chamber volume change is equal to the erupted volume, the magma bulk modulus obtained has a value of 15 GPa for the oblate chamber and the magma has to be incompressible for the spherical chamber. With these values of K , the corresponding pressure difference, $\Delta P_r - \Delta P_c$, is 0.005 MPa in case of an oblate ellipsoid and 0.13 MPa in case of a spherical chamber. From these results we conclude that the ability of the 2004 jökulhlaup to trigger an eruption indicates that before the lake discharge the magma

Table 1. Numerical values used to model the effect of the 2004 jökulhlaup at Grímsvötn.

	Unit	Symbol	Calculation 1 oblate	Calculation 2 sphere
Magma reservoir				
Horizontal axis	km	a	2.5	1.5
Vertical axis	km	b	0.5	1.5
Depth	km	H_c	2.5	1.5
Volume	km ³	V_c	13.09	14.14
Load removed^a				
Lake radius	km	R_e	1.8	1.8
Water level drop	m	H_e	15	15
Pressure change	MPa	P_e	0.15	0.15

^aThe extension of the subglacial lake and characteristics of the jökulhlaup in 2004 are estimated from Berthier *et al.* (2006) and personal communication (H. Björnsson F. Pálsson).

Table 2. Results for pressure changes due to the 2004 jökulhlaup event, considering magma reservoir and load parameters given in Table 1.

	Symbol	Calculation 1 oblate (MPa)	Calculation 2 sphere (MPa)
BEFORE THE 2004 JÖKULHLAUP EVENT			
Magma pressure	P_c	5.50	23.75
Adjusted tensile strength to have $\Delta P_1 = 0$	T_s	22.00	13.88
AFTER THE 2004 JÖKULHLAUP EVENT			
Failure pressure change	ΔP_r	−0.040	−0.168
Magma pressure change	ΔP_c		
$K = \infty$		−0.045	−0.034 ^a
$K = 20$ GPa		−0.036	−0.019
$K = 15$ GPa		−0.035 ^a	−0.017
$K = 10$ GPa		−0.030	−0.013
Final pressure difference	ΔP_F		
$K = \infty$		$\Delta P_1 + 0.005$	$\Delta P_1 - 0.134^a$
$K = 20$ GPa		$\Delta P_1 - 0.004$	$\Delta P_1 - 0.149$
$K = 15$ GPa		$\Delta P_1 - 0.005^a$	$\Delta P_1 - 0.151$
$K = 10$ GPa		$\Delta P_1 - 0.010$	$\Delta P_1 - 0.155$

Note: Calculations are for $E = 30$ GPa and $\nu = 0.25$. ΔP_1 and ΔP_F are indicators of the failure state of the magma chamber, respectively, before and after the load removed (see Section 2.4).

^aCorrespond to the values obtained using the magma bulk modulus calculated for the 2004 event (from the pressure drop and volume of the eruptive products estimations).

chamber was already very close to rupture conditions, with more than 99.5 per cent of the pressure threshold recovered inside the magma chamber since a previous eruption.

4.1.3 A more general view on the ability of jökulhlaups to trigger eruptions?

A jökulhlaup in 1996 was associated with a 100 m lake level drop, 10 times the 2004 event. This did not trigger an eruption at Grímsvötn (Björnsson 2002). For this event, the initial state of stress is poorly constrained as there was only one survey of the GRIM GPS site in 1992, and another one in 1997. We consider that the pressure P_c within the magma chamber at the end of the 1998 eruption was zero (note again that P_c represents the overpressure compared to the lithostatic state of reference). It corresponds to the condition for dyke closure if viscous and thermal effects are neglected. Such effects could have stopped the eruption at a larger magma pressure. From Fig. 7, we can then estimate the magma pressure P_c before the 1996 unloading event, to have been around 4.2 and 18.25 MPa, respectively, for the oblate and the spherical chamber models. In this case, the magma pressure in 1996 was not close to the rupture conditions. We have an estimation of ΔP_1 around 1.3 and 5.5 MPa, respectively, for oblate and spherical chambers (indicating that less than 80 per cent of the pressure threshold was recovered). The maximum $\Delta P_r - \Delta P_c$ pressure change induced by the 1996 jökulhlaup is 10 times larger than for the 2004 event, about 0.05 MPa for the oblate chamber and about 1.3 MPa for spherical chamber. In all cases, this triggering effect remains too small, compared to ΔP_1 , to cause failure of the chamber wall and induce an eruption. In conclusion, when the lake discharge occurred at Grímsvötn caldera in 1996, although the triggering effect was larger in amplitude, the magma chamber was initially too far from rupture conditions and no eruption was initiated. A surface unloading event, such as lake discharge, is able to trigger the eruption only when the system is already very close to failure. This is consistent with the fact that only some jökulhlaups at Grímsvötn have triggered an eruption.

4.1.4 Estimation of the tensile strength

Even though it is a key parameter for characterizing crustal failure, the rocks tensile strength remains poorly constrained. Estimates come, for example from experimental studies which had problems reproducing large confining pressure conditions (Touloukian *et al.* 1981). Here we show how interpretation of deformation data, together with a model, can provide complementary constraint on the tensile strength. As previously shown, the values of 5.5 and 23.75 MPa (respectively for the calculation 1 and 2) represent the magma pressure changes P_c before the 2004 eruption (Table 2). As the reservoir was close to rupture conditions, these magma pressure values were very close to the failure pressure P_r . This assumption can be used to estimate numerically the rock tensile strength T_s . We obtain, respectively, 22 and 13.9 MPa for the T_s value for the oblate and the spherical chamber model (Table 2). These estimates are consistent with some reported values for tensile strength (Touloukian *et al.* 1981), although somewhat higher than the range 1–10 MPa measured in Iceland (Haimson & Rummel 1982).

4.2 Icecap load variations at Katla

4.2.1 General context

Katla is a subglacial volcano located in South Iceland under the Mýrdalsjökull ice cap (Björnsson *et al.* 2000; Thordarson & Larsen 2007) (Fig. 1). It has a NW–SE elongated caldera (9×14 km) from which 20 explosive eruptions have occurred in historical times, the most recent in 1918 (Larsen 2000). Although the details of a magma storage zone at shallow depth are debated (Óladóttir *et al.* 2008), there is seismic as well as geodetic evidence for a magma chamber. A 2-D seismic undershooting survey has shown traveltimes anomalies at shallow levels, interpreted as a 5 km wide magma chamber with a bottom at 3 km below the surface (Gudmundsson *et al.* 1994). Other studies have estimated the depth of the magma chamber at about 5 km depth from crustal deformation results interpreted with a point

Table 3. Numerical values used to model the effect of ice/snow load variations at Katla.

	Unit	Symbol	Value
Magma reservoir^a			
Horizontal axis	km	a	2.5
Vertical axis	km	b	0.5
Depth	km	H_c	2.5
Volume	km ³	V_c	13.09
Seasonal unloading^b			
Pressure change for radius R_e : $0 < R_e < 7$ km	MPa	P_e	-0.042
Pressure change for radius R_e : $7 < R_e < 9.5$ km	MPa	$\frac{1}{2} P_e$	-0.021
Long-term unloading^b			
Pressure change for radius R_e : $7 < R_e < 17$	MPa	P_e	-0.035

^aSize, shape and depth of the Katla reservoir are estimated from Gudmundsson *et al.* (1994).

^bCharacteristics of the ice/snow thickness variation are estimated from Pinel *et al.* (2007).

source model (Sturkell *et al.* 2006; Sturkell *et al.* 2008). Parameters used in our calculation for the geometry of Katla's chamber are listed in Table 3.

Aeroplane radar measurements of surface elevation at Mýrdalsjökull acquired since 1999 show an annual cycle in its central part, as well as gradual ice thinning at the periphery of the ice cap (Gudmundsson *et al.* 2007). Snow accumulates during winter and melts during summer, while gradual ice thinning occurs in response to warmer climate. Pinel *et al.* (2007) modelled the displacements due to these two surface load variations, in order to discriminate between magma movement and surface load contributions to measured displacements. The seasonal effect is here modelled by a uniform snow disc load centred on the caldera, with 7 km radius and thickness of 6.5 m, surrounded by a 2.5 km wide zone with 3.25 m thickness change. For long-term ice thinning, a toroid shaped ice load with an internal radius of 7 km and external radius of 17 km is used (Table 3, Fig. 8). Densities used to

calculate pressure change induced by load variations are 650 and 900 kg m⁻³, respectively, for the snow and the ice.

4.2.2 Possible modulation of the volcanic activity

The last nine major Katla eruptions with known calendar dates all began between May and November (Larsen 2000). A correlation between timing of eruptions and ice load thickness may be considered. We calculated the influence of seasonal snow melt on eruption likelihood. Results are shown in Table 4. The $\Delta P_r - \Delta P_c$ difference is negative for compressible magma, indicating that the seasonal unloading event enhances dyke initiation although the suggested effect is small, around 0.01 MPa. Our results thus confirm the possible effect of seasonal unloading events on the onset of eruptions at Katla, with a larger effect for more compressible magma. This seasonal load variation may however modulate the timing of eruptions only if the rate of pressure increase in the magmatic system

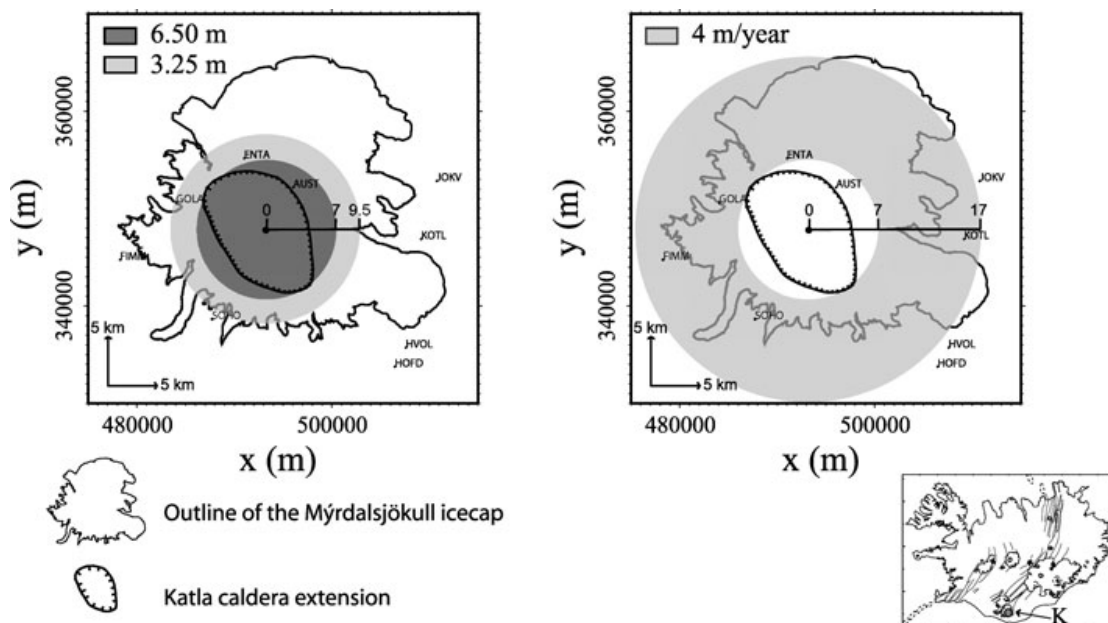


Figure 8. Model used to describe the two surface load variations at the Mýrdalsjökull icecap (modified from Pinel *et al.* 2007); left panel: central seasonal effect due to the snow cover variation between winter and summer period; right panel: peripheral long term effect due to the icecap retreat in relation with the warmer climate. Inset map shows the location of Katla volcano (K) within Iceland.

Table 4. Results for pressure changes due to the seasonal and long-term ice/snow loading event, considering a magma reservoir given in Table 3.

	Symbol	Value (MPa)
SEASONAL UNLOADING		
Failure pressure change	ΔP_f	-0.045
Magma pressure change	ΔP_c	
$K = \infty$		-0.046
$K = 20$ GPa		-0.037
$K = 10$ GPa		-0.031
Final pressure difference	ΔP_f	
$K = \infty$		$\Delta P_1 + 0.001$
$K = 20$ GPa		$\Delta P_1 - 0.008$
$K = 10$ GPa		$\Delta P_1 - 0.014$
LONG-TERM UNLOADING		
Failure pressure change	ΔP_f	-0.0007
Magma pressure change	ΔP_c	
$K = \infty$		-0.0035
$K = 20$ GPa		-0.0029
$K = 10$ GPa		-0.0024
Final pressure difference	ΔP_f	
$K = \infty$		$\Delta P_1 + 0.0028$
$K = 20$ GPa		$\Delta P_1 + 0.0022$
$K = 10$ GPa		$\Delta P_1 + 0.0017$

Note: Calculations are for $E = 30$ GPa and $\nu = 0.25$. ΔP_1 and ΔP_f are indicators of the failure state of the magma chamber, respectively, before and after the load variations (see Section 2.4).

just before the eruption is small compared to the triggering effect. This implies a low magma inflow rate, with pressure increase on the order of 0.01 MPa yr^{-1} or less, inside the Katla chamber prior to eruption.

For long-term ice thinning, the yearly 0.035 MPa pressure release at the surface induces a decrease of $7 \times 10^{-4} \text{ MPa}$ in failure pressure and a decrease of $3.5 \times 10^{-3} \text{ MPa}$ in magma pressure. The difference, $\Delta P_f - \Delta P_c$, is always positive for all magma compressibilities. The long-term unloading inhibits dyke initiation at the chamber walls in the case of a laterally elongated chamber. The effect is smaller than the seasonal load, with an amplitude less than 0.003 MPa . However, for long-term unloading over decades, our model may not be appropriate as it does not consider viscoelastic relaxation in the lower crust and mantle.

4.2.3 Seasonal seismic activity

The Katla area has experienced persistent seismic activity since the beginning of seismic monitoring in the 1960s. The earthquake events are mostly located in two clusters, one inside the Katla caldera and another at Godabunga, a few kilometres west of the caldera rim. The seismicity has had a pronounced seasonal cycle for four decades, particularly in Godabunga, with more events occurring in the second half of the year (June to December). Einarsson & Brandsdóttir (2000) point out that a correlation exists between the seasonal seismic activity observed and the seasonal load change at the ice cap surface and/or the resulting change in crustal pore pressure beneath the icecap. They estimated the amplitude of the pore pressure effect to be larger than the load effect. Here, taking into account a magma chamber at depth, we investigate the total effect of the seasonal icecap load variation on the stress field

and magma pressure, and the consequence for earthquake occurrence. The effects of the snow melt on pore pressure in the crust are not considered. For this study we use the Coulomb criterion, called CFF for Coulomb Failure Function. It provides a static stress measure of the proximity of a fault to failure, as done in many previous studies (Roman 2005; Árnadóttir *et al.* 2003). We evaluated the variation of this function or the Coulomb stress change, denoted ΔCFF . In our case, we considered the effect of surface unloading on particular fault planes, using the expression:

$$\Delta \text{CFF} = \Delta \tau - \mu' \Delta \sigma_n, \quad (4)$$

where $\Delta \tau$ and $\Delta \sigma_n$ are, respectively, the variation of the shear and normal stress component resolved on a fault and μ' is the effective internal friction coefficient (King *et al.* 1994; King 2007). Positive Coulomb stress change signifies that earthquake occurrence is favoured. Coulomb stress changes are highly dependent on the geometry of the fault planes used in the calculation. In most cases, these planes are chosen based on geological information about the study area or on focal mechanism of triggered earthquakes (Walter *et al.* 2007; Roman 2005). However, this information is not available at Katla, so it is necessary to choose optimal planes associated with an initial stress field, often related to the tectonic context. Here, we consider the initial stress field as due to a pressurized magmatic system close to failure, and the Coulomb stress change is then calculated on the associated optimal planes. These planes are radial in the vicinity of the magma chamber wall.

Fig. 9 shows the results of the Coulomb stress change (ΔCFF) induced by seasonal load variations for three different magma chamber shapes (oblate, spherical and prolate ellipsoid). We also present a 'reference case' without any magma chamber. In that case, optimal planes are associated with an extensional tectonic regime. The main result is that the presence of a magma chamber strongly affects both the spatial distribution and the amplitude of the Coulomb stress change. Taking into account a magma chamber, ΔCFF maximum is not always located at the subsurface beneath the load but may be found at greater depth close to the chamber wall. Furthermore, the amplitude of the Coulomb stress change is always larger in the presence of a magma chamber. The amplitude of the effect increases with increasing magma compressibility. Maximum amplitude of ΔCFF is obtained for an oblate shaped chamber filled by compressible magma, with a value five times larger than the surface load variation and one order of magnitude larger than the 'reference case' without a magma chamber. In reality, the compressibility of magma lies between the two values used ($K = 1 \text{ GPa}$ and incompressible), with results shown on Fig. 9. The order of magnitude of Coulomb stress change is thus between 0.03 and 0.2 MPa , which is considered sufficient to trigger seismic events (Árnadóttir *et al.* 2003). However, the significance of this periodic Coulomb stress change (ΔCFF) depends on its amplitude relative to long-term stress change (Heki 2003). The annual load changes may modulate the occurrence of seismic activity only if the seasonal Coulomb stress change amplitude is of a similar order or higher than the long-term stress change. Another important factor is the spatial distribution of ΔCFF . Considering the presence of an oblate shaped magma chamber, maximum effect of the seasonal unloading is expected near the edge of the chamber at $2.5\text{--}5 \text{ km}$ distance from the axis of symmetry. This effect may contribute to earthquake triggering in the main part of the Godabunga cluster, situated around $8\text{--}10 \text{ km}$ west of Katla's centre. However, the highly clustered nature of the activity and the geographic position of this cluster with respect to the caldera led Soosalu *et al.* (2006) to suggest that the seismicity is the expression of an unstable cryptodome. In any case, the fact that the seasonal

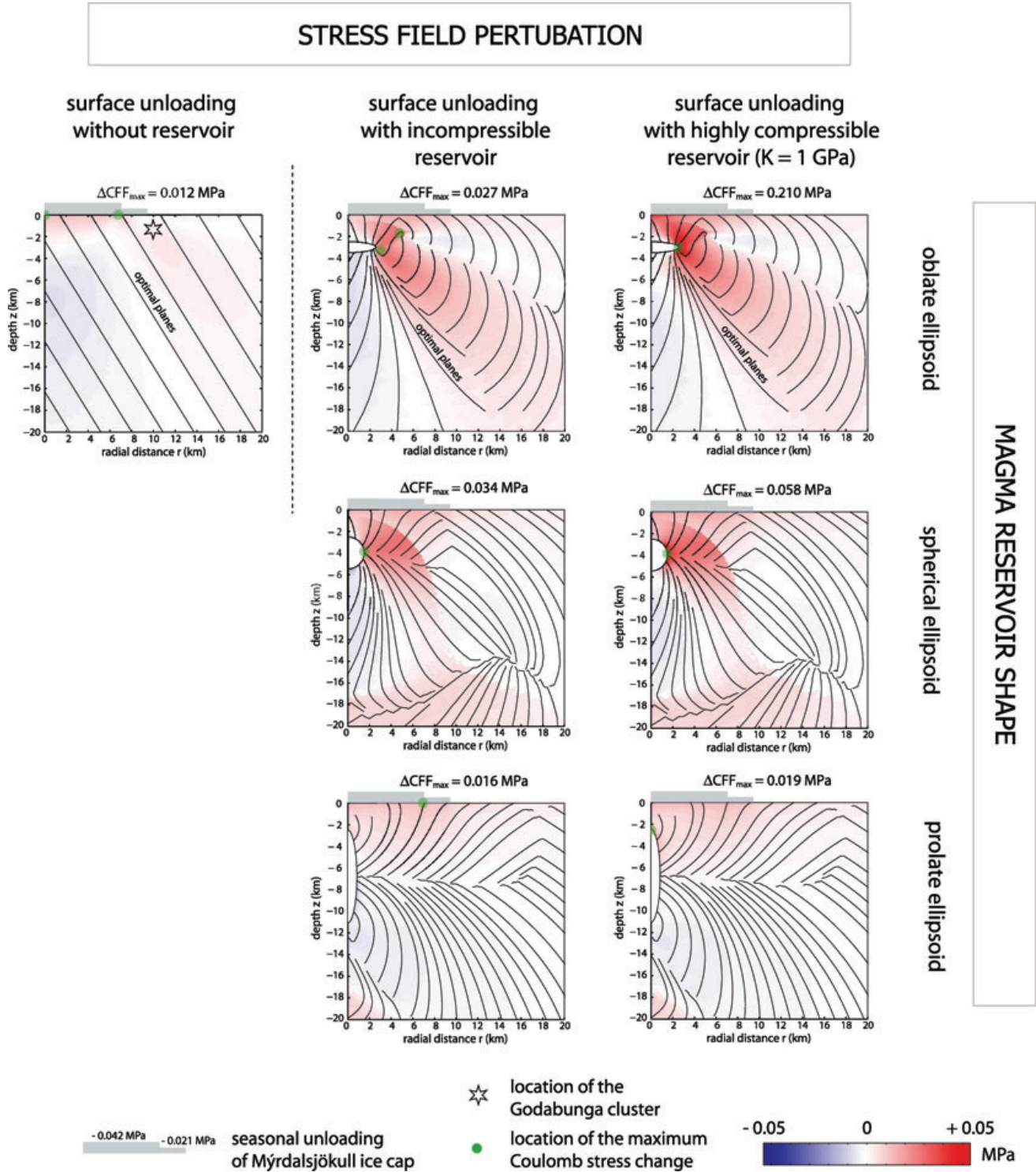


Figure 9. Coulomb stress change (ΔCFF) induced by the seasonal melt of snow at Katla volcano. ΔCFF is calculated on planes optimum for shear failure (shown with black lines) when the magma chamber is pressurized, with a surrounding lithostatic stress field. Parameters of the seasonal unloading as well as the chamber geometry are described in Table 3. Values of Young's modulus, Poisson's ratio and effective internal friction coefficient used are, respectively, 30 GPa, 0.25 and 0.5. Various reservoir shape (ellipticity equal to 5, 1 and 1/5) and magma compressibility are considered. In the top left panel, Coulomb stress change for a 'reference case' without magma chamber is calculated for an extensive regime associated with normal faulting. An indication of the location of the Godabunga cluster is shown (black star). For each model, location (green dots) and amplitude value of the maximum of Coulomb stress change is detailed.

seismicity is clustered at specific locations clearly indicates an heterogeneity either in fault distribution or in the initial stress field, neither of which are considered in our calculation. Around such heterogeneities, annual earthquake triggering can well be attributed to annual load changes. Our study also demonstrates the influence of magma chamber geometry on earthquake triggering. Seismicity rate response to the seasonal perturbation strongly depends on the shape and state of the magma reservoir. Katla's horizontally elongated magma chamber, indicated by the caldera structure itself as well as seismic studies (Gudmundsson *et al.* 1994), causes a larger triggering effect compared to other shapes. Moreover, the presence of the magma chamber at depth allows an amplification of the ice load effect, leading to ΔCFF changes higher than the surface pressure changes.

5 DISCUSSION AND CONCLUSION

Basaltic eruptions result from the propagation of magma through dykes, from the roof of a magma storage zone to the surface. The initiation of a dyke may be induced by a variation in the stress field within a crustal volume in the vicinity of a magma storage zone and/or by an increase of the magma pressure related to fluid dynamical changes (e.g. due to fresh magma replenishment, bubble gas accumulation and crystallization) (Tait *et al.* 1989). For example, seismic events induce stress field variations at short timescales in the crust and several studies have demonstrated interactions between large earthquakes and volcanic eruptions (Linde & Sacks 1998; Stein 1999; Feuillet *et al.* 2006; Walter *et al.* 2007). Three mechanisms have been proposed (Hill *et al.* 2002) to explain this relationship: (1) A static mode, that induces stress change only in the near field of the earthquake (within up to a few hundred km, depending on the earthquake magnitude); (2) a quasi-static mode, associated with the slow viscous relaxation of ductile lower crust and upper mantle; (3) a dynamic mode, due to the seismic wave propagation. This can influence a stress field at large distances, up to 1000 km or more. It can also modify the fluid pressure in magma and geothermal reservoirs by up to several kPa, by processes still being evaluated, such as rectified diffusion (Brodsky *et al.* 1998) or advective overpressure (Sahagian & Proussevitch 1992). For each mode, the stress variation depends strongly on the magnitude and the distance of the seismic event. For example, a M_w 8 earthquake occurring 100 km from a volcanic system induces a stress change of 0.1 and 3 MPa, respectively, in the static and dynamic states (Manga & Brodsky 2006). These amplitudes are relatively small compared to lithostatic pressures but not negligible when compared to the tensile strength of rocks. Such changes may be sufficient to activate a magmatic system already in a critical state. Moreover, the gas fraction in a magma mixture plays an important role in fluid pressure changes. Growth of bubbles mechanism can amplify magma pressure changes following external events, such as seismicity (Shimomura *et al.* 2006). However, earthquakes are not the only candidates for a triggering effect on magma storage zones. Global processes, external to volcanoes, may also have an effect. At short timescales, Earth tides with 0.001 MPa stress change in 12 h (Johnston & Mauk 1972) or daily variations in atmospheric pressure and temperature (Neuberg 2000) have also been proposed to explain volcanic modulation.

In this study, we demonstrate that unloading events occurring above volcanoes also have a triggering effect on eruption occurrence by modifying the ability of magma to leave the storage zone. We have focused on individualized shallow magma chambers, situated at few kilometres depth in the crust. These storage zones are often

the result of magma accumulation at a neutral buoyancy level, where the density of magma is equivalent to the host rocks. We have also considered only eruptions fed by dykes which are initiated by tensile failure at the chamber walls. These eruptive conditions are mostly related to basaltic volcanoes, as in Iceland or Hawaii. In this volcanic context, our mechanical models provide new information on the possible interaction between surface load variations and magma storage. The main innovative aspect of our work is the exploration of the influence of different magma chamber shapes embedded in the crust, in an axisymmetric geometry. The consequences of this load redistribution on stress and pressure changes in the vicinity of the magma chamber are highly dependent on: (1) the shape of the magma chamber, (2) the compressibility of the magma and (3) the surface unloading amplitude and distribution. On the other hand, the magma chamber size has a small impact on results. For the Katla and Grímsvötn volcanoes, considering errors of ± 10 per cent for each semi-axis of the chamber, we obtained variations of a few kPa, for the pressure difference $\Delta P_t - \Delta P_c$ with higher values for smaller volumes. The triggering effect on a magmatic system induced by a surface load variation is typically of the same order of magnitude as the load removed. The maximum amplitude occurs for a spherical chamber filled with highly compressible magma.

Large flank collapses have a strong effect on magma storage zones, generating pressure changes exceeding 1 MPa (Manconi *et al.* 2009). Here, for the two Icelandic subglacial volcanoes studied, we demonstrated the potential triggering effect of smaller events such as lake water discharge and ice thickness variation on eruption likelihood. With a triggering amplitude of 1–10 kPa, these surface events have a larger effect than Earth tides and comparable to the static stress change induced by earthquakes. We confirm that jökulhlaups can trigger eruptions as observed at Grímsvötn in 2004, but only if an underlying magma chamber is close to failure conditions. Our study of the Katla magmatic system shows that the absence of historical eruptions during the winter period at Katla may relate to modulation of eruptive activity by the seasonal snow load variation. This implies low magma inflow rates prior to eruptions as otherwise the load effect would be insignificant relative to stresses induced by magma inflow. It follows that small deformation rates may be expected prior to eruptive events. We also emphasize the influence of surface load changes on the seismicity recorded around volcanoes. Study of Coulomb stress changes shows that seismicity changes induced by surface load variations are expected to be strongly dependent on the presence of a magma reservoir, its shape and the compressibility of the magma. Ideally, variations in recorded seismic activity such as at Katla may help constrain the shape and state of a magma reservoir.

ACKNOWLEDGMENTS

This study was supported by EU project VOLUME (Contract 18471). The authors are grateful to E. Sturkell, F. Pálsson and P. Einarsson for helpful discussions. The authors acknowledge insightful reviews by A. Manani and two anonymous referees. V.P. would like to dedicate this paper to Antoine Dubroca, who was born during the 2004 Grímsvötn eruption.

REFERENCES

- Alfaro, R., Brandsdóttir B., Rowlands, D., White, R., & Gudmundsson, M.T., 2007. Structure of the Grímsvötn central volcano under the Vatnajökull icecap, Iceland, *Geophys. J. Int.*, **168**, 863–876.

- Árnadóttir, T., Jonsson, S., Pedersen, R. & Gudmundsson, G., 2003. Coulomb stress changes in the South Iceland Seismic Zone due to two large earthquakes in June 2000, *Geophys. Res. Lett.*, **30**, 1205, doi:10.1029/2002GL016495.
- Berthier, E., Björnsson, H., Pálsson, F., Feigl, K., Llubes, M. & Rémy, F., 2006. The level of the Grímsvötn subglacial lake, Vatnajökull, Iceland, monitored with SPOT5 images, *Earth planet. Sci. Lett.*, **243**, 293–302.
- Björnsson, H., 2002. Subglacial lakes and jökulhlaups in Iceland, *Glob. Planet. Change*, **35**, 255–271.
- Björnsson, H. & Einarsson, P., 1990. Volcanoes beneath Vatnajökull, Iceland: evidence from radio echo-sounding, earthquake and jökulhlaups, *Jökull*, **40**, 147–168.
- Björnsson, H., Pálsson, F. & Gudmundsson, M.T., 2000. Surface and bedrock topography of the Mýrdalsjökull ice cap, Iceland, *Jökull*, **49**, 29–45.
- Bollinger, L., Perrier, F., Avouac, J.-P., Sapkota, S., Gautam, U. & Tiwari, D., 2007. Seasonal modulation of seismicity in the Himalaya of Nepal, *Geophys. Res. Lett.*, **34**, L08304.
- Brodsky, E., Sturtevant, B. & Kanamori, H., 1998. Earthquakes, volcanoes, and rectified diffusion, *J. geophys. Res.*, **103**, 23 827–23 838.
- Carrivick, J., Manville, V. & Cronin, S., 2009. A fluid dynamics approach to modelling the 18th March 2007 lahar at Mt. Ruapehu, New Zealand, *Bull. Volcanol.*, **71**(2), 153–169.
- Einarsson, P. & Brandsdóttir, B., 2000. Earthquakes in the Mýrdalsjökull area, Iceland, 1978–1985: seasonal correlation and connection with volcanoes, *Jökull*, **49**, 59–73.
- Feuillet, N., Cocco, M., Musumeci, C. & Nostro, C., 2006. Stress interaction between seismic and volcanic activity at Mt Etna, *Geophys. J. Int.*, **164**, 697–718.
- Fialko, Y., Khazan, Y. & Simons, M., 2001. Deformation due to a pressurized horizontal circular crack in an elastic half-space, with applications to volcano geodesy, *Geophys. J. Int.*, **146**, 181–190.
- Gudmundsson, A., 1986. Mechanical aspects of postglacial volcanism and tectonics of the of Reykjanes peninsula, Southwest Iceland, *J. geophys. Res.*, **91**, 12 711–12 721.
- Gudmundsson, M.T. & Björnsson, H., 1991. Eruptions in Grímsvötn, Vatnajökull, Iceland, 1934–1991, *Jökull*, **41**, 21–44.
- Gudmundsson, M.T., Högnadóttir, T., Kristinsson, A. & Gudbjörnsson, S., 2007. Geothermal activity in the subglacial Katla caldera, Iceland, 1999–2005, studied with radar altimetry, *Ann. Glaciol.*, **45**, 66–72.
- Gudmundsson, O., Brandsdóttir, B., Menke, W. & Sigvaldason, E., 1994. The crustal magma chamber of the Katla volcano in south Iceland revealed by 2-D seismic undershooting, *Geophys. J. Int.*, **119**, 277–296.
- Haimson, B. & Rummel, F., 1982. Hydrofracturing stress measurements in the Iceland research drilling project drill hole at Reydarfjörður, Iceland, *J. geophys. Res.*, **87**, 6631–6649.
- Heki, K., 2003. Snow load and seasonal variation of earthquake occurrence in Japan, *Earth planet. Sci. Lett.*, **207**, 159–164.
- Hill, D., Pollitz, F. & Newhall, C., 2002. Earthquake-volcano interactions, *Phys. Today*, **55**, 41–47.
- Huppert, H. & Woods, A., 2002. The role of volatiles in magma chamber dynamics, *Nature*, **420**, 493–495.
- Jellinek, A., Manga, M. & Saar, M., 2004. Did melting glaciers cause volcanic eruptions in eastern California? Probing the mechanics of dike formation, *J. geophys. Res.*, **109**, B09206.
- Johnston, M. & Mauk, F., 1972. Earth tides and the triggering of eruptions from Mount Stromboli, Italy, *Nature*, **239**, 266–267.
- Jull, M. & McKenzie, D., 1996. The effect of deglaciation on mantle melting beneath Iceland, *J. geophys. Res.*, **101**, 21 815–21 828.
- King, G., 2007. *Fault Interaction, Earthquake Stress Changes and the Evolution of Seismicity*, vol. 4, Elsevier, Gerald Schulbert edn.
- King, G., Stein, R. & Lin, J., 1994. Static stress changes and the triggering of earthquakes, *Bull. seism. Soc. Am.*, **84**, 935–953.
- Larsen, G., 2000. Holocene eruptions within the Katla volcanic system, south Iceland: characteristics and environmental impact, *Jökull*, **49**, 1–28.
- Linde, A. & Sacks, I., 1998. Triggering of volcanic eruptions, *Nature*, **395**(6705), 888–890.
- Manconi, A., Longpré, M.-A., Walter, T., Troll, V. & Hansteen, T., 2009. The effects of flank collapses on volcano plumbing systems, *Geology*, **37**(12), 1099–1102.
- Manga, M. & Brodsky, E., 2006. Seismic triggering of eruptions in the far field: Volcanoes and geysers, *Ann. Rev. Earth planet. Sci.*, **34**, 263–291.
- McGarr, A., 1988. On the state of lithospheric stress in the absence of applied tectonic forces, *J. geophys. Res.*, **93**, 13 609–13 617.
- McGuire, W., Howard, R., Firth, C., Solow, A., Pullen, A., Saunders, S., Stewart, I. & Vita-Finzi, C., 1997. Correlation between rate of sea level and frequency of explosive volcanism in the Mediterranean, *Nature*, **389**, 473–476.
- Mogi, K., 1958. Relations between the eruptions of various volcanoes and the deformation of the ground surfaces around them, *Bull. Earthq. Res. Inst., Un. Tokyo*, **36**, 99–134.
- Neuberg, J., 2000. External modulation of volcanic activity, *Geophys. J. Int.*, **142**, 232–240.
- Oddsson, B., 2007. The Grímsvötn Eruption in 2004: dispersal and Total Mass of Tephra and Comparison with Plume Transport Models, *PhD thesis*, University of Iceland.
- Óladóttir, B., Sigmarsson, O., Larsen, G. & Thordarson, T., 2008. Katla volcano, Iceland: magma composition, dynamics and eruption frequency as recorded by Holocene tephra layers, *Bull. Volcanol.*, **70**(4), 475–493.
- Pagli, C. & Sigmundsson, F., 2008. Will present glacier retreat increase volcanic activity? Stress induced by recent glacier retreat and its effect on magmatism at the Vatnajökull ice cap, Iceland, *Geophys. Res. Lett.*, **35**, L09304.
- Pinel, V. & Jaupart, C., 2003. Magma chamber behaviour beneath a volcanic edifice, *J. geophys. Res.*, **108**, 2072.
- Pinel, V. & Jaupart, C., 2004. Likelihood of basaltic eruptions as a function of volatile content and volcanic edifice size, *J. Volcanol. Geotherm. Res.*, **137**, 201–217.
- Pinel, V. & Jaupart, C., 2005. Some consequences of volcanic edifice destruction for eruption conditions, *J. Volcanol. Geotherm. Res.*, **145**, 68–80.
- Pinel, V., Sigmundsson, F., Geirsson, H., Einarsson, P., Gudmundsson, M.T. & Högnadóttir, T., 2007. Discriminating volcano deformation due to magma movements and variable surface loads: application to katla subglacial volcano, Iceland, *Geophys. J. Int.*, **169**, 325–338.
- Roman, D., 2005. Numerical models of volcanotectonic earthquake triggering on non-ideally oriented faults, *Geophys. Res. Lett.*, **32**, L02304.
- Rubin, A., 1993. Tensile fracture of rock at high confining pressure: implications for dyke propagation, *J. geophys. Res.*, **98**(B9), 15 919–15 935.
- Rubin, A., 1995. Propagation of magma-filled cracks, *Ann. Rev. Earth planet. Sci.*, **23**, 287–336.
- Saar, M. & Manga, M., 2003. Seismicity induced by seasonal groundwater recharge at Mt. Hood, Oregon, *Earth planet. Sci. Lett.*, **214**, 605–618.
- Sahagian, D. & Proussevitch, A., 1992. Bubbles in volcanic systems, *Nature*, **359**, 485.
- Shimomura, Y., Nishimura, T. & Sato, H., 2006. Bubble growth processes in magma surrounded by an elastic medium, *J. Volcanol. Geotherm. Res.*, **155**, 307–322.
- Siebert, L., 1984. Large volcanic debris avalanches—characteristics of source areas, deposits, and associated eruptions, *J. Volcanol. Geotherm. Res.*, **22**, 163–197.
- Sigmundsson, F., 2006. *Iceland Geodynamics, Crustal Deformation and Divergent Plate Tectonics*, Praxis Publishing—Springer-Verlag, Chichester.
- Sigmundsson, F. & Gudmundsson, M.T., 2004. The Grímsvötn eruption, November 2004, *Jökull*, **54**, 139–142.
- Sigvaldason, G., Annertz, K. & Nilsson, M., 1992. Effect of glacier loading/deloading on volcanism: postglacial volcanic production rate of the Dyngjufljall area, central Iceland, *Bull. Volcanol.*, **54**, 385–392.
- Soosalu, H., Jónsdóttir, K. & Einarsson, P., 2006. Seismicity crisis at the Katla volcano, Iceland—signs of a cryptodome?, *J. Volcanol. Geotherm. Res.*, **153**, 177–186.
- Spera, F., 2000. *Encyclopedia of Volcanoes*, Physical properties of magma, Academia Press, New York.
- Stein, R., 1999. The role of stress transfer in earthquake occurrence, *Nature*, **402**, 605–609.

- Sturkell, E., Einarsson, P., Sigmundsson, F., Hreinsdóttir, S. & Geirsson, H., 2003. Deformation of Grímsvötn volcano, Iceland: 1998 eruption and subsequent inflation, *Geophys. Res. Lett.*, **30**, 1182.
- Sturkell, E. *et al.*, 2006. Volcano geodesy and magma dynamics in Iceland, *J. Volcanol. Geotherm. Res.*, **150**, 14–34.
- Sturkell, E. *et al.*, 2008. Seismic and geodetic insights into magma accumulation at Katla subglacial volcano, Iceland: 1999 to 2005, *J. geophys. Res.*, **113**, B03212.
- Tait, S., Jaupart, C. & Vergnolle, S., 1989. Pressure, gas content and eruption periodicity of a shallow, crystallising magma chamber, *Earth planet. Sci. Lett.*, **92**, 107–123.
- Thorarinsson, S., 1953. Some new aspects of the Grímsvötn problem, *J. Glaciol.*, **2**, 267–276.
- Thorarinsson, S. 1974. *The swift flowing rivers: the history of Grímsvötn jökulhlaups and eruptions.*, Menningarsjodur, Reykjavik.
- Thordarson, T. & Larsen, G., 2007. Volcanism in Iceland in historical time: volcano types, eruption styles and eruptive history, *J. Geodyn.*, **43**, 118–152.
- Tibaldi, A., 2001. Multiple sector collapses at Stromboli volcano, Italy: how they work, *Bull. Volcanol.*, **63**, 112–125.
- Touloukian, Y.S., Judd, W.R. & Roy, R.F., 1981. *Physical Properties of Rocks and Minerals*, McGraw-Hill, New-York.
- Tsuchida, E., Saito, Y., Nakahara, I. & Kodama, M., 1982. Stresses in a semi-infinite elastic body containing a prolate spheroidal cavity subjected to an axisymmetric pressure, *Jpn. Soc. Mech. Eng. Bull.*, **25**(204), 891–897.
- Vogfjörð, K. *et al.*, 2005. Forecasting and Monitoring a Subglacial Eruption in Iceland, *EOS, Trans. Am. geophys. Un.*, **86**(26), 245–252.
- Walter, T., Wang, R., Zimmer, M., Grosser, H., Lühr, B. & Ratdomopurbo, A., 2007. Volcanic activity influenced by tectonic earthquakes: Static and dynamic stress triggering at Mt. Merapi, *Geophys. Res. Lett.*, **34**, L05304.

2.5 Des perturbations induites par l'activité volcanique : exemple de la construction d'un édifice volcanique

2.5.1 Introduction

Sur un siècle, le comportement de nombreux volcans présente un taux d'éruption constant, ce qui est un grand intérêt pour la prédictabilité du volume et du temps de récurrence des futures éruptions (Wadge, 1982). Cependant, sur des périodes de temps plus longues (>1000), ce taux n'est plus constant. Les données ont mis en évidence des phases associées à de fort taux d'éruption et même des pics d'activité sur de courtes périodes (< 500 ans), comme au Mt Adams (Hildreth & Lanphere, 1994). L'histoire éruptive de ce volcan montre que les taux d'éruption importants ($> 5\text{km}^3.\text{ky}^{-1}$) sont associés à des phases de construction de l'édifice. Cette corrélation montre donc un possible contrôle du taux d'éruption par le champ de contrainte de l'édifice volcanique. De nombreux modèles ont étudié l'influence de la charge de l'édifice sur l'emplacement et la propagation du magma vers la surface (Wanatabe et al., 1999; Dahm, 2000; Pinel & Jaupart, 2000; Muller et al., 2001; Kervyn et al., 2009; Hurwitz et al., 2009). Cependant, ces travaux ne donnent pas des estimations des taux d'éruption, ce qui a mené Pinel et al. (2010) (Annexe II) à élaborer un modèle conceptuel permettant le calcul des taux d'éruptions. En relation avec cette étude et poursuivant les travaux de Pinel & Jaupart (2000), nous présenterons ici l'influence de réservoirs 3D (ellipsoïdes) sur la rupture des réservoirs lors de la construction de l'édifice volcanique. Nous discuterons des conséquences de telles géométries sur l'évolution éruptive du volcan, en estimant notamment les volumes mobilisables.

2.5.2 Modèle

Le modèle présente les mêmes caractéristiques que celui détaillé dans la section 1.2. Le modèle axi-symétrique est un milieu élastique, caractérisé par un module de Young E et un coefficient de Poisson ν . Le réservoir magmatique est une cavité de profondeur H_c avec un demi-axe horizontal a et un demi-axe vertical b . Cependant, des adaptations ont été nécessaires notamment dans la modélisation de la charge de l'édifice. L'édifice volcanique est considéré comme un cône centré sur l'axe de symétrie, de rayon R_e et de hauteur maximale H_e (Fig. 2.19). La charge est donc simulée par une contrainte normale (valeur positive) appliquée à la surface. Cette pression P_e est maximale et vaut $\rho_e g H_e$ (où ρ_e est la masse volumique de l'édifice) à l'axe de l'édifice ($r = 0$), puis diminue linéairement avec la distance radiale pour atteindre une valeur nulle à $r = R_e$. L'hypothèse d'élasticité reste adaptée tant que le rayon de l'édifice reste largement inférieur à l'épaisseur de la croûte supérieure fragile, ce qui est le cas pour la plupart des volcans continentaux. L'état initial est lithostatique et seules les perturbations induites par la charge de l'édifice seront calculées. Pour cette étude, nous définissons aussi un paramètre géométrique supplémentaire pour caractériser les réservoirs : le rapport $\frac{R}{H}$, où R est le plus grand demi-axe du réservoir et H la profondeur du centre du réservoir, c'est à dire $H_c + b$.

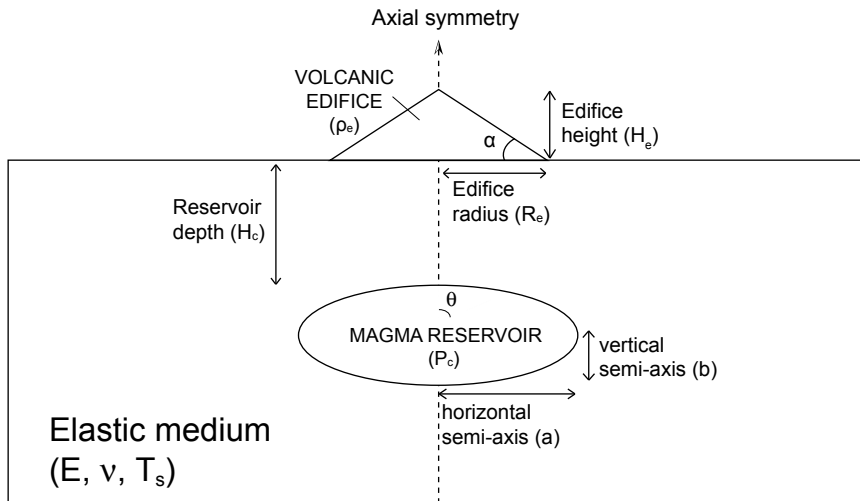


FIG. 2.19 – Model geometry, with the detail of all parameters used. Because the geometry has an axial symmetry, we only need to calculate an half of this representation.

A partir de ce modèle, le principe consistera à augmenter itérativement le rayon de l'édifice R_e , en gardant constant la pente de l'édifice α . Au cours de sa croissance, la hauteur H_e va donc augmenter proportionnellement au rayon R_e . Les valeurs des paramètres, restant fixes au cours du calcul numérique, sont détaillées dans la Table 2.5.

TAB. 2.5 – Constant values used in our physical model.

Name	Symbol	Value	Unit
Poisson's ratio	ν	0.25	
Young's modulus	E	30	GPa
Tensile strength	T_s	20	MPa
Edifice slope	α	atan(0.6)	rad

Pour chaque itération, nous calculons la pression de rupture, P_r , pression minimale nécessaire pour causer la rupture du réservoir magmatique et nous localisons le lieu de cette rupture à travers l'angle θ_r . Le critère en tension de rupture utilisé est celui présenté dans la section 2.2.2. Pour rappel, ce critère prend en compte le déviateur de contrainte à la paroi du réservoir R , associé à la composante compressive minimale σ_3 , et la rupture survient quand $\frac{2\sigma_3 - \sigma_2 - \sigma_1}{3} = -T_s$. Cependant, ici, seule la géométrie de fracture "hoop" sera considérée. A cette condition d'ouverture de fracture, nous ajoutons une condition de fermeture caractérisée par la pression de fermeture, notée P_f , pression à partir de laquelle cette intrusion ne peut plus mécaniquement rester ouverte. Nous considérons que cette condition est atteinte lorsque le déviateur de contrainte devient nul, soit $R = 0$. D'après ce critère de fermeture, nous déduirons donc cette pression de fermeture P_f . Evidemment, la principale limitation d'un tel critère est qu'il ne prend pas en compte la dynamique de propagation du fluide.

La Figure 2.20 montre l'évolution de l'angle de rupture θ_r , de la pression de rupture P_r et de l'intervalle entre pression d'ouverture et de fermeture $P_r - P_f$ lors de la construction d'un édifice, pour l'exemple d'un réservoir sphérique d'un rayon de 1.25 km, situé à une profondeur de 2.5 km sous la surface. Dès lors que le rayon de l'édifice volcanique atteint

une valeur proche du kilomètre (zone grisée), ces paramètres connaissent des changements importants. L'angle de rupture θ_r devient nul, ce qui indique que la rupture se produit au sommet du réservoir. Parallèlement, la pression de rupture P_r atteint sa valeur maximale puis connaît une diminution pour des édifices aux rayons supérieurs à 1 km. Le différentiel $P_r - P_f$, lui, se stabilise à partir de ce seuil de 1 km alors qu'il augmentait progressivement auparavant. Il existe donc une taille d'édifice critique pour laquelle les conditions de rupture du réservoir magmatique sont profondément modifiées. Par la suite, nous allons discuter de la signification de ces changements sur les conditions d'éruptions, pour les différentes formes de réservoirs.

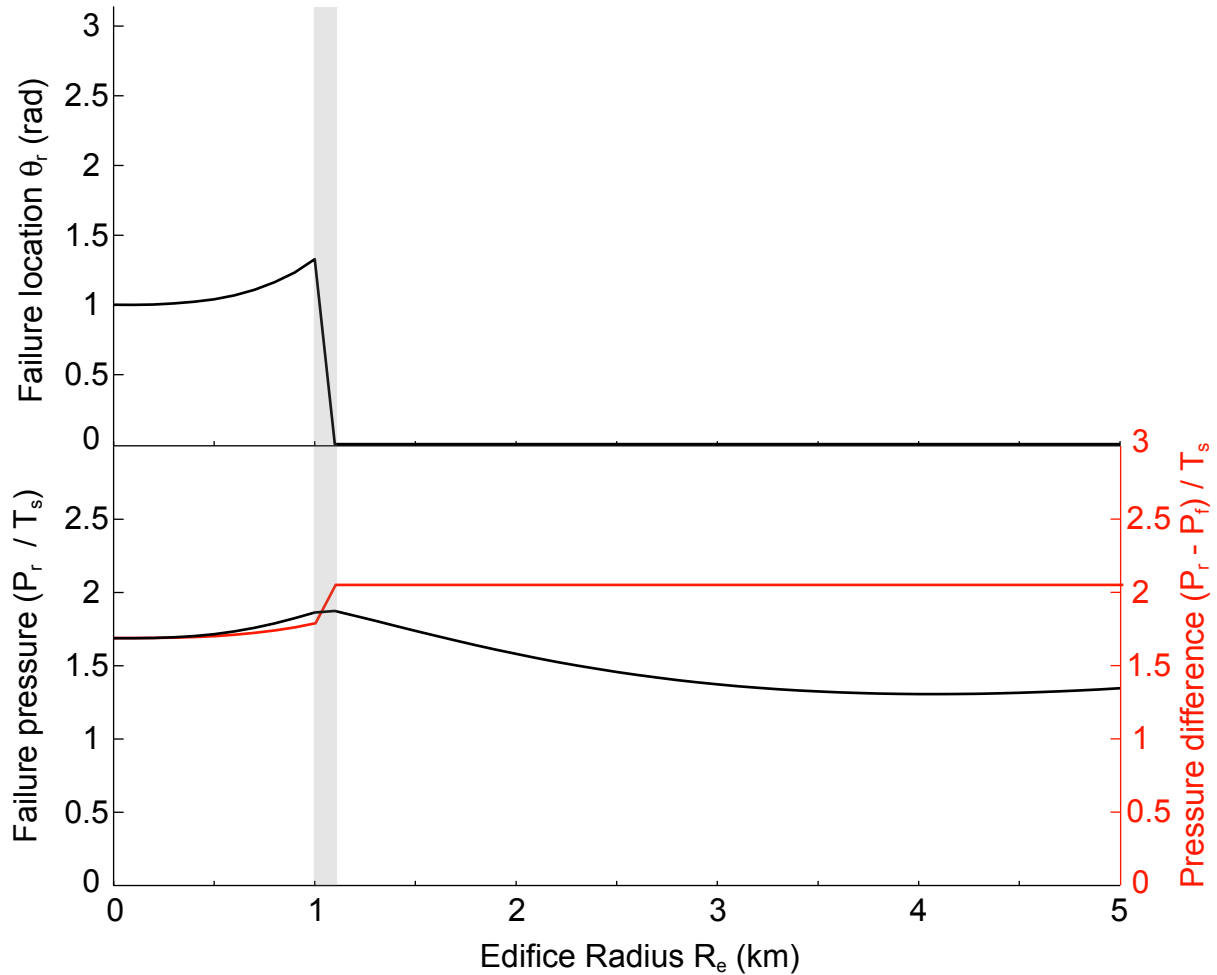


FIG. 2.20 – Rupture location θ_r (top panel), failure pressure P_r and difference between the open and closure pressures ($P_r - P_f$) (bottom panel) for a spherical magma reservoir with a 1.25 km radius and a 2.5 km depth, as a function of the edifice radius (R_e). All pressure values are normalized by the tensile strength of the rocks T_s .

Trois formes différentes sont testées : une sphère avec $a = b = R$, avec R considéré comme un rayon de référence ; une ellipse prolata avec $a = \frac{1}{2}R$ et $b = R$; une ellipse oblate avec $a = R$ et $b = \frac{1}{2}R$. L'influence de la profondeur du réservoir H sera aussi regardée avec le choix de 4 valeurs : -0.5 km ; -1 km ; -2.5 km et -5 km. Pour chacune des valeurs de H , différentes valeurs de volume de réservoirs seront testées à travers 3 rapports de $\frac{R}{H}$: large volume, $\frac{R}{H} = 0.8$; volume intermédiaire, $\frac{R}{H} = 0.5$; faible volume, $\frac{R}{H} = 0.2$.

2.5.3 Résultats

Pour les réservoirs prolates, la rupture, dans le cas où aucun édifice n'est présent, se produit au sommet du réservoir ($\theta_r = 0$). Lors de la construction de l'édifice, la localisation de la rupture restera fixe quelque soit le rayon de l'édifice. Cela implique pour les réservoirs de forme prolata que les intrusions magmatiques vont toujours s'initier en sommet de réservoir. Globalement, la pression de rupture P_r augmente avec le rayon de l'édifice. Cela nous indique que la construction d'un édifice rend plus difficile la rupture du réservoir magmatique et donc l'initiation d'intrusions (Fig. 2.21). Comme nous pouvions l'attendre, cet effet est d'autant plus fort que le réservoir se situe proche de la surface. Mais, dans le détail, nous pouvons observer une légère phase de diminution de la pression de rupture P_r antérieure à cette large augmentation, lors des premiers stades de construction de l'édifice. Autrement dit, il existe une taille d'édifice qui va minimiser la valeur de la pression de rupture et donc favoriser l'initiation d'intrusion au sommet du réservoir. Le rayon de cet édifice caractéristique, nommé R_{min} par la suite, dépend linéairement de la profondeur du réservoir H (Fig. 2.22). Cette taille d'édifice, puisqu'elle favorise l'initiation d'intrusions, peut être à l'origine de l'augmentation du taux d'éruption observée dans l'histoire éruptive de certains volcans (Fig. 2.22).

2.5 Des perturbations induites par l'activité volcanique : exemple de la construction d'un édifice volcanique

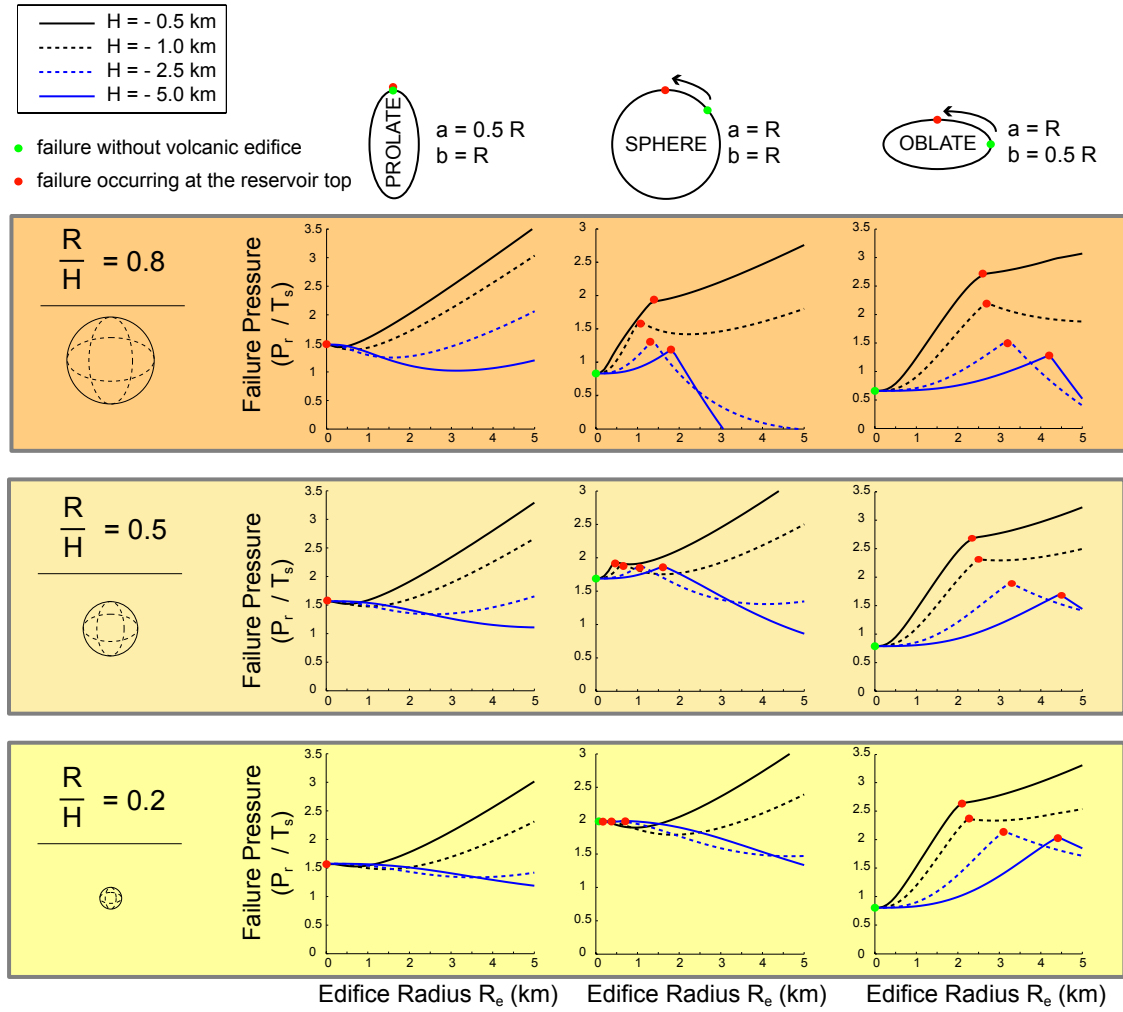


FIG. 2.21 – Threshold pressure P_r causing the failure of the magma reservoir as a function of the edifice radius R_e for the different cases (shape, depth H and ratio $\frac{R}{H}$ of the reservoir) discussed in the text. All values of pressure are normalized by the tensile strength of the rocks T_s .

Pour les réservoirs oblates, initialement leur rupture ne se fait pas au sommet du réservoir, mais au coin, pour $\theta_r = \frac{\pi}{2}$. La rupture va peu à peu migrer vers le sommet du réservoir du fait de la mise en charge de la croûte lors de la construction de l'édifice. La focalisation de la rupture est atteinte pour une taille d'édifice associée à un rayon critique, noté R_k par la suite. Cette focalisation peut nécessiter la construction de larges édifices avec un rayon critique R_k pouvant atteindre jusqu'à 4 km dans le cas de réservoirs profonds.

De part et d'autre de cette taille critique, deux comportements différents sont observés pour l'évolution de la pression de rupture P_r :

- (i) à $R_e < R_k$ (édifices plus petits que la taille critique), la pression de rupture augmente rapidement avec la croissance de l'édifice.
- (ii) à $R_e > R_k$ (édifices plus larges que la taille critique), la pression diminue ou augmente en fonction de la profondeur des réservoirs.

Pour les réservoirs sphériques, nous observons que les résultats sont une transition entre la forme oblate et prolata. D'une part, pour les réservoirs petits/profonds ($\frac{R}{H} = 0.2$), l'évolution de la pression de rupture se rapproche de celle des réservoirs prolates ; la rupture est focalisée au sommet du réservoir pour de petits édifices ($R_k < 1$ km), et la pression de rupture connaît une phase de diminution associée au rayon d'édifice R_{min} (Fig. 2.22). D'autre part, pour des réservoirs sphériques larges/superficiels ($\frac{R}{H} = 0.8$), des édifices plus larges ($R_k > 1$ km) sont nécessaires pour focaliser la rupture ; dans ce cas, l'évolution de la pression de rupture est similaire à celle des réservoirs oblates.

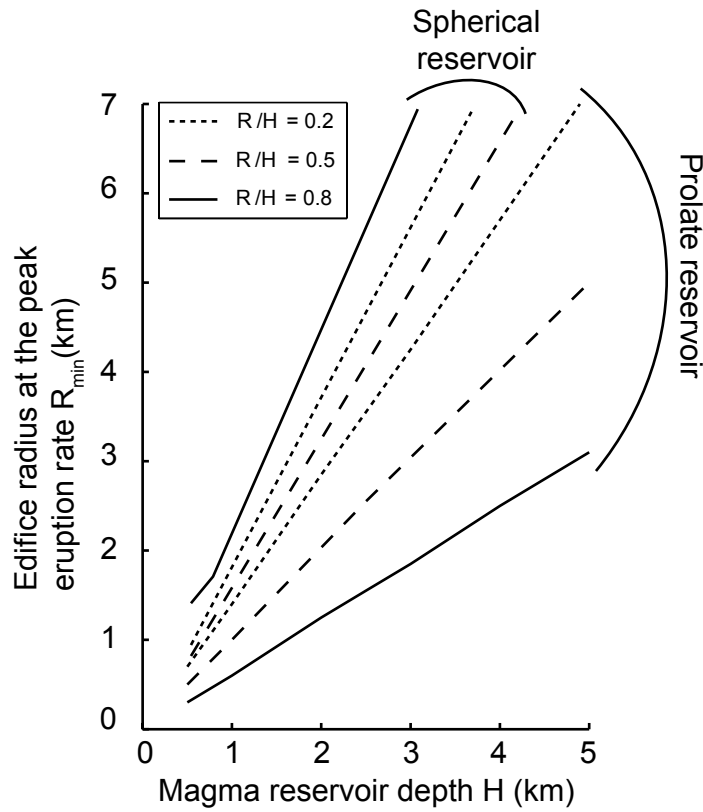


FIG. 2.22 – Edifice radius R_{min} corresponding to the minimal value of open pressure P_r after failure was focussed at the top of the reservoir. Spherical and prolate reservoirs associated with the three ratio $\frac{R}{H}$ are represented. Grey shaded area indicates a drastic change in the parameters behaviour, especially in the failure location.

En résumé, dans la plupart des cas, la charge causée par une accumulation en surface de produits volcaniques va avoir pour effet de rendre plus difficile l'initiation d'intrusions, de par l'augmentation de la pression requise pour ouvrir une fracture à la paroi du réservoir. Après la focalisation de la rupture en sommet de réservoir ($R > R_k$), la rupture peut être de nouveau facilitée pour des édifices ayant des rayons proches de R_{min} (Fig. 2.22). La pression de rupture P_r pouvant même être inférieure au cas de référence sans édifice, si le réservoir est assez profond et présente un volume relativement important.

2.5.4 Vers une évolution de l'activité volcanique

Une fois la rupture initiée, l'intrusion va être alimentée par le magma contenu dans le réservoir magmatique, ce qui va provoquer une baisse de la pression magmatique. Cette baisse se poursuit dès lors que les conditions ne sont plus réunies pour alimenter le dyke. Dans cette étude, nous avons fait le choix de considérer que la pression diminue jusqu'à atteindre la pression de fermeture P_f . La différence entre les valeurs de pression d'ouverture et de fermeture, $(P_r - P_f)$, nous renseigne sur la variation maximale de pression possible dans le réservoir magmatique lors de la mise en place de l'intrusion magmatique.

Cette variation de pression est reliée linéairement à la variation de volume du réservoir et donc, au volume de magma qui peut quitter le réservoir. Par ce raisonnement, nous pouvons déduire que plus ce différentiel de pression $(P_r - P_f)$ est important, plus le volume mobilisable pour alimenter l'intrusion sera potentiellement large. Evidemment, ces nombreuses hypothèses négligent la dynamique de propagation de l'intrusion magmatique entre le réservoir et la surface (McLeod & Tait, 1999), qui joue un rôle majeur dans la présence ou l'absence d'une éruption. En effet, après l'initiation en profondeur du dyke, de nombreux facteurs peuvent empêcher l'arrivée du magma en surface comme par exemple une barrière lithologique ou encore un champ de contrainte compressif (Gudmundsson, 2002; Marti & Geyer, 2009).

D'après la Figure 2.23, nous pouvons remarquer que cette différence de pression évolue seulement avant la focalisation de la rupture en sommet de réservoir et ce, quelque soit la profondeur, le volume ou la forme du réservoir magmatique.

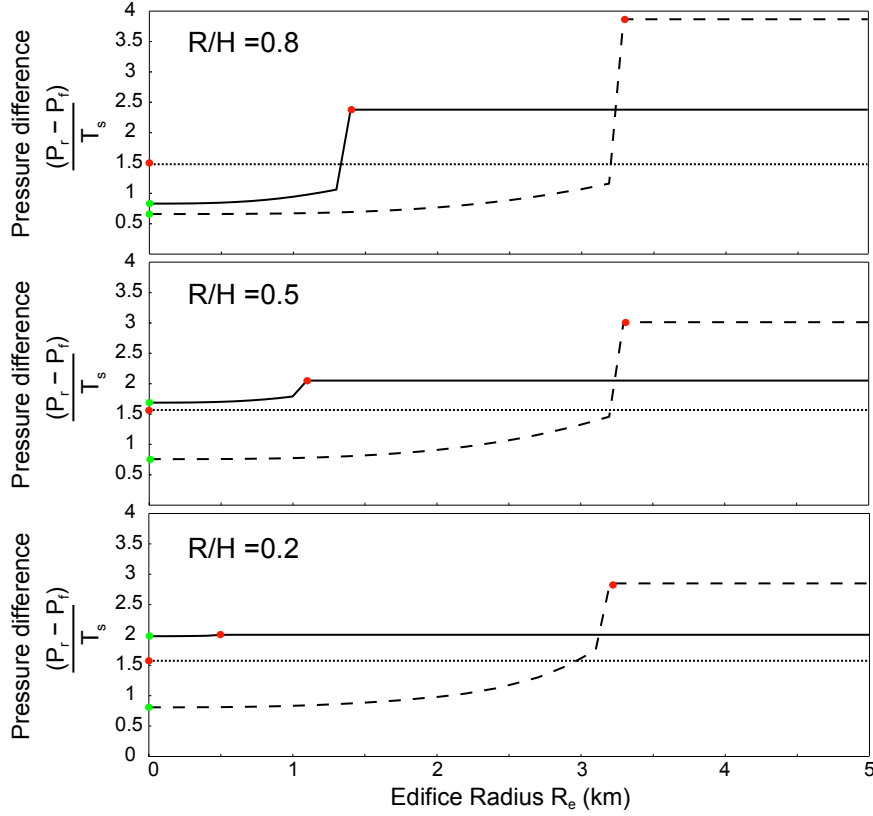


FIG. 2.23 – Pressure difference between the open pressure P_r and the close pressure P_f , as a function of the edifice radius R_e . All values of this pressure difference are normalized by the tensile strenght of the rocks T_s . Depth H of the reservoirs is fixed to 2.5 km. The three panels correspond to three different ratio $\frac{R}{H}$. In each panel, the three reservoir shapes, described in Figure 2.21, are shown : oblate (large dashed curves), sphere (solid curves) and prolate (short dashed curves). Red circles indicate critical edifices (R_k), which produce the migration of failure to the top of the reservoir.

Dans le cas de réservoirs prolates, au même titre que la rupture est toujours focalisée en sommet de réservoirs, l'amplitude du différentiel $P_r - P_f$ est toujours constante (Fig. 2.23 - pointillé court). Ainsi, il semblerait que le volume de magma mobilisable pour cette forme de réservoirs soit indépendant de l'édifice volcanique présent en surface. Pour les réservoirs oblates et sphériques, trois comportements distincts sont observables selon la taille de l'édifice :

- (i) $R_e < R_k$, pour des édifices plus petits que la taille critique, il y a augmentation progressive du différentiel de pression et donc du volume potentiellement émis en surface.
- (ii) $R_e = R_k$, pour l'édifice critique, il y a un saut dans les valeurs de $(P_r - P_f)$, ce qui implique une forte augmentation du volume de magma mobilisable.
- (iii) $R_e > R_k$, dès que l'édifice devient plus large que la taille critique, le différentiel de pression reste constant, ainsi le volume de magma des éruptions n'est plus influencé par la charge de l'édifice.

Quelque soit la profondeur et le rayon du réservoir, ce sont les formes oblates qui connaissent la plus grande augmentation du différentiel de pression ($P_r - P_f$). Cela implique que les réservoirs oblates pourront être associés à des éruptions de large volume, dès lors qu'un édifice mature est construit. Avec ce modèle mécanique, nous avons renseigné l'évolution des volumes de magma pouvant quitter le réservoir magmatique lors de la construction d'un édifice volcanique. A l'inverse, connaissant l'évolution des volumes des éruptions d'un volcan, ces modèles peuvent apporter des contraintes sur la forme des réservoirs magmatiques. Estimer le volume de la prochaine éruption est un élément important dans la prédiction de l'aléa volcanique, mais l'un des paramètres crucial est le taux d'éruption. Ce paramètre est contrôlé à la fois par le volume de magma émis lors de l'éruption mais aussi par la durée entre 2 éruptions successives.

A partir d'un modèle conceptuel, nous considérons que le réservoir, après chaque éruption, se re-pressurise au cours du temps par apport progressif de nouveau magma à partir d'une source plus profonde (d'après (Pinel et al., 2010)) (Fig. 2.24a). La pression P_c , initialement égale à la pression de fermeture P_f , augmente jusqu'à atteindre un équilibre pour $P_c(t = t_{eq}) = P_s - \rho_m g H$, où ρ_m est la masse volumique du magma et H la différence de profondeur entre la source profonde et le réservoir.

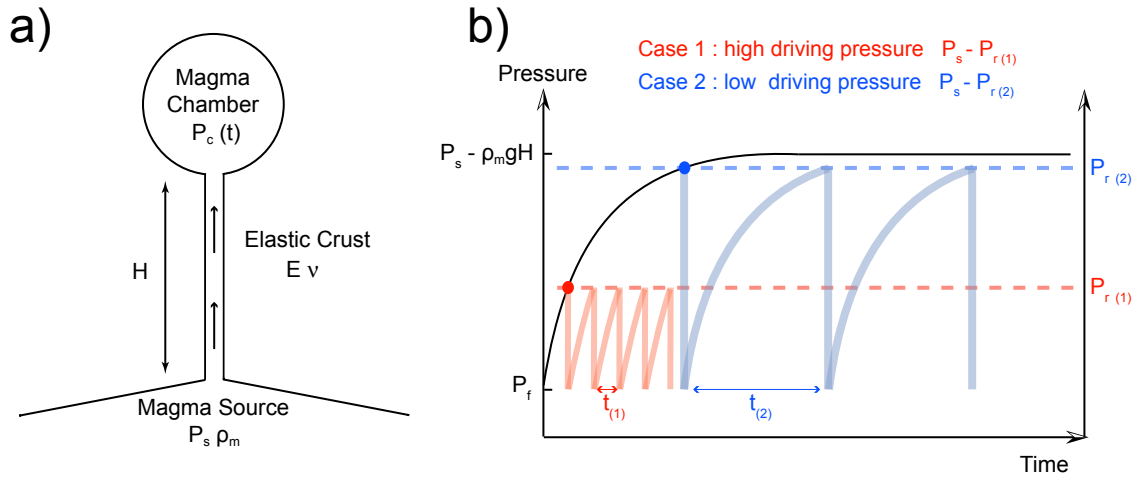


FIG. 2.24 – a) Conceptual model to explain the increase of pressure in a shallow magma reservoir due to the new magma replenishment from a deeper source. b) Temporal evolution of the pressure inside the shallow reservoir. Two cases are distinguished according to the value of the open pressure P_r . Case 1 : low values of P_r provide a high driving force $P_s - P_r$. Failure of the reservoir occurs fast. Eruptions are frequent but the volume of each eruption is relatively small. Case 2 : high values of P_r cause a low driving force $P_s - P_r$. The time to obtain the reservoir failure is larger than the previous case. So, in this case, the occurrence of eruptions would be less frequent through time than the first one but more volume of magma could erupted, providing larger eruptions.

Dans le cas où la pression de rupture est inférieure à cette pression d'équilibre du système : $P_r < P_s - \rho_m g H$, une éruption va se déclencher par rupture du réservoir lorsque $P_c(t) = P_r$. Le temps t que va mettre le système pour entrer en éruption dépendra donc fortement de la pression de la source P_s mais aussi de cette valeur seuil P_r . Les variations du taux d'éruption sont principalement attribuées à des changements dans la

ré-alimentation de magma depuis la source donc à des variations de P_s (Dvorak & Dzurisin, 1993). A pression de source constante, lorsque la pression de rupture augmente pour se rapprocher de la valeur P_s , cela augmente l'intervalle entre deux éruptions successives (Fig. 2.24b). En définitive, nous montrons ici que les variations du taux d'éruption ne sont donc pas seulement une conséquence de variations du taux d'alimentation du magma. Elles peuvent s'expliquer, à flux d'alimentation constant, par des modifications des conditions de stockage du réservoir superficiel lors de changements de contraintes.

2.5.5 Conclusion

Les conditions de rupture d'un réservoir magmatique peuvent évoluer sous l'action de la charge qu'exerce en surface l'édifice volcanique lors de sa phase de construction. Ces modifications de l'état de rupture provoquent des changements dans les caractéristiques de l'éruption comme la localisation de l'événement, le volume de magma émis ou encore la fréquence des éruptions. La Figure ci-dessous résume l'évolution de ces paramètres éruptifs. Les premiers stades de construction d'un édifice tendent à être associés à une rupture de réservoirs en périphérie, ce qui va initier préférentiellement des éruptions sur les flancs du volcan. Lors de sa maturation, le poids de l'édifice agit de plus en plus sur le réservoir allant jusqu'à provoquer la migration de la rupture au sommet du réservoir. A partir de cet édifice critique, les éruptions seront plus favorables dans la partie centrale de l'édifice. Cette migration de l'activité sera accompagnée par une légère augmentation du volume de magma mobilisable depuis le réservoir. Si la construction de l'édifice se poursuit, le principal changement qui se produit est une favorisation de la rupture du réservoir, qui peut se traduire par une augmentation dans la fréquence des éruptions.

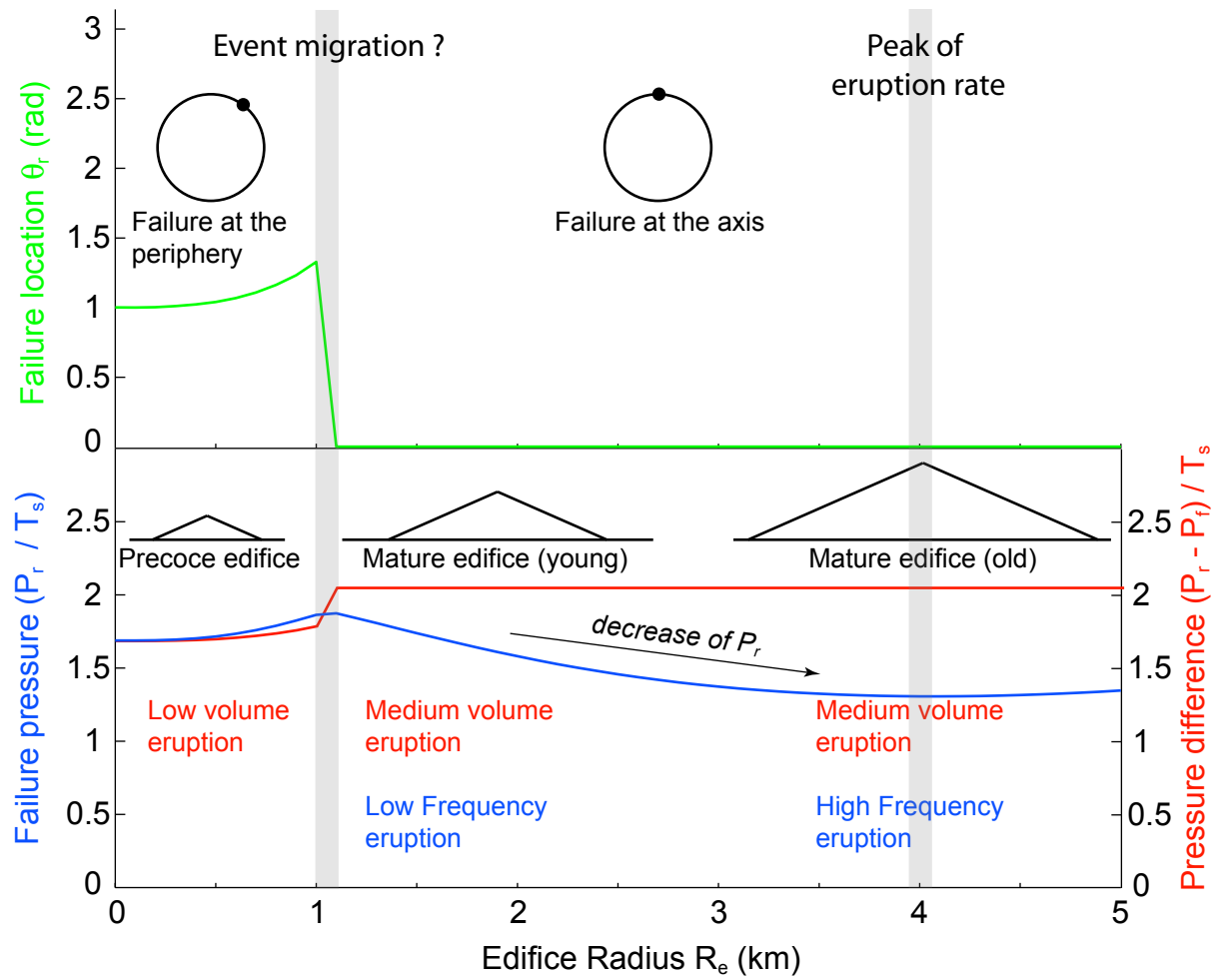


FIG. 2.25 – Rupture location θ_r (top panel), failure pressure P_r and difference between the open and closure pressures $(P_r - P_f)$ (bottom panel) for a spherical magma reservoir with a 1.25 km radius and a 2.5 km depth, as a function of the edifice radius (R_e). All pressure values are normalized by the tensile strenght of the rocks T_s .

2.5.6 Annexe I : Croissance d'un édifice en périphérie

Notre modèle de charge présenté dans ce chapitre nous permet de regarder l'évolution de la rupture des réservoirs lors de la construction d'un édifice volcanique. Nous avons mis en évidence qu'à partir d'une taille critique, le poids de l'édifice est telle que la rupture est focalisée au toit du réservoir. Une des limitations principales de notre modèle est le mode de construction de l'édifice. En effet, la construction se fait toujours à l'axe du modèle (confondu avec l'axe du réservoir) alors que pour des réservoirs de forme oblate, la rupture se produit au coin du réservoir en absence d'édifice. Il est donc probable que les premières éruptions pour ce type de réservoirs aient lieu en périphérie et non à l'axe du modèle.

C'est pourquoi, dans cette Annexe, nous présentons une extension de l'étude sur l'effet de charge de l'édifice sur les réservoirs, en réalisant un modèle de construction en périphérie (Fig. 2.26). En première approximation, négligeant l'influence de la propagation entre le réservoir et la surface, nous considérons que le point de sortie en surface est à l'aplomb du point de rupture du réservoir. De par la géométrie axiale du modèle, l'édifice qui se construit n'est plus un cône, mais un anneau de section cônica. Tous les paramètres sont identiques au modèle décrit en Figure 2.19, sauf le rayon de l'édifice, $R_{e\{ext\}}$, qui définit désormais la distance entre l'axe du modèle et le bord extérieur de l'édifice. La construction de l'édifice se fait, comme auparavant, par incrément de rayon, conduisant progressivement à la construction d'un cône tronqué.

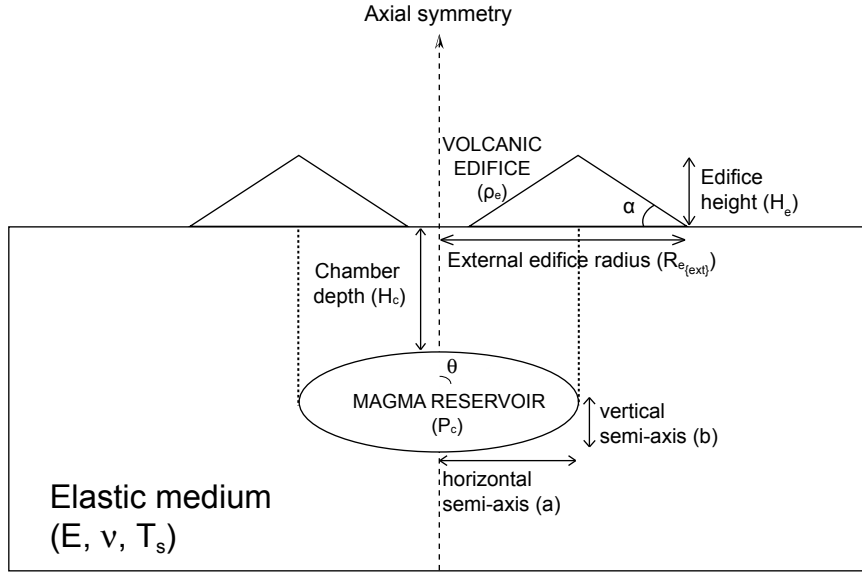


FIG. 2.26 – Model geometry used in case of the volcanic edifice grows at the periphery of the reservoir axis. Vertical dashed lines show the magma path from the edge of the reservoir to the surface. Parameters are the same than those presented in the Figure 2.19, excepted a new geometry parameter, $R_{e\{ext\}}$, which corresponds to the external radius of the edifice.

Nous discuterons enfin de l'influence du mode de construction d'un édifice volcanique, axial ou périphérique, sur les conditions générales de rupture des réservoirs. De par les géométries très différentes entre ces deux modes de construction, nous comparerons les résultats de rupture à rayon équivalent (Fig. 2.27) et à volume d'édifice V_e équivalent (Fig. 2.28). Pour la géométrie axiale, le volume de l'édifice est celui d'un cône : $V_e = \frac{1}{3}\pi R_e^2 H_e$. Pour la construction en périphérie, le volume s'exprime par la relation suivante $V_e = 2\pi R_e H_e (R_{e\{ext\}} - R_e)$.

Lors de la construction d'un édifice en périphérie, l'évolution de la pression de rupture P_r présente de fortes similitudes avec celle présentée pour une construction axiale (Fig. 2.27a ; Fig. 2.28a). Les courbes sont confondues pour les réservoirs profonds ou de faibles volumes ($\frac{R}{H} = 0.2$). Pour des rapports $\frac{R}{H}$ plus élevés, la migration de la rupture pour la construction en périphérie sera plus difficile car elle nécessite des édifices plus volumineux et une surpression dans le réservoir plus importante. Cependant, avant focalisation, l'évolution de la pression de rupture P_r avec le volume de l'édifice suit la même évolution, quelque soit le mode de construction (axial ou périphérie). Concernant la différence de pression ($P_r - P_f$), les résultats montrent une fois de plus ce retard à la focalisation de la rupture en sommet de réservoirs pour la construction en périphérie (Fig. 2.27b ; Fig. 2.28b). Par contre, cette différence ($P_r - P_f$) après focalisation est identique pour les deux géométries d'édifice, Cela conforte l'idée suivante : l'évolution des conditions de rupture des réservoirs lors de la construction de l'édifice est dans son ensemble peu dépendante de la géométrie de l'édifice.

2.5 Des perturbations induites par l'activité volcanique : exemple de la construction d'un édifice volcanique

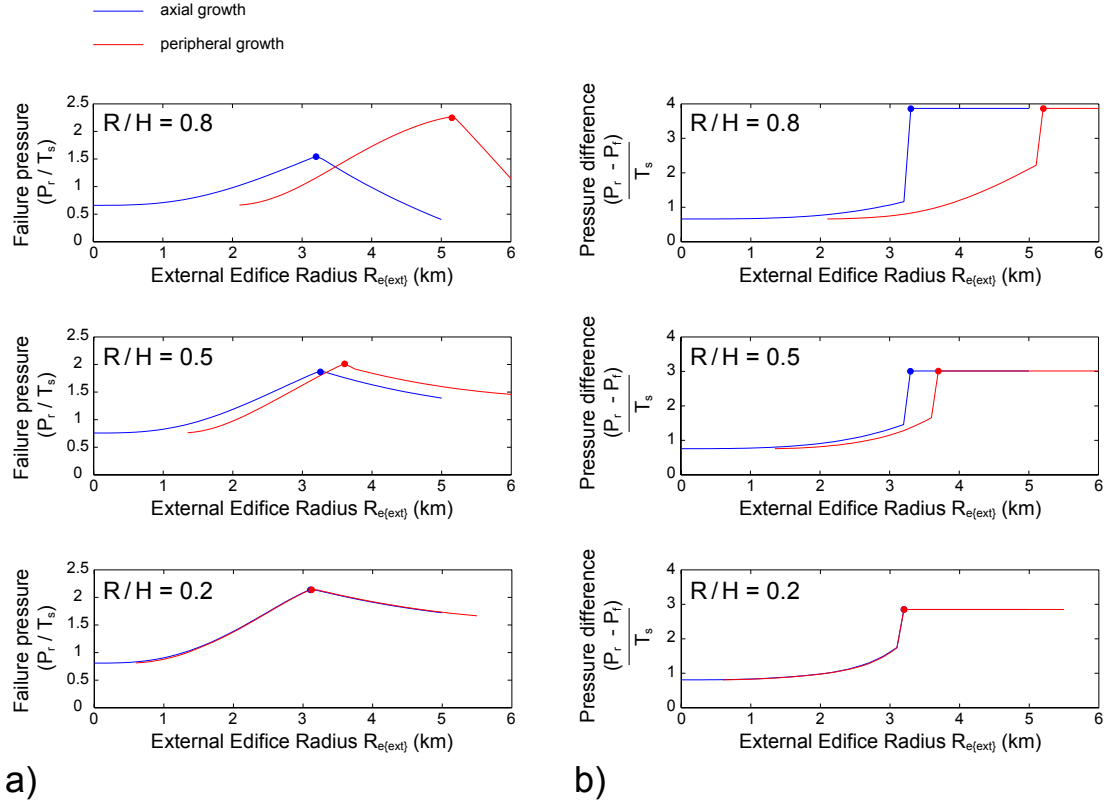


FIG. 2.27 – Pressure results on magma reservoir : a) failure pressure (P_r) and b) pressure difference between the failure P_r and the closure P_f pressures in b), as a function of the edifice radius ($R_{e\{ext\}}$). Results are calculated for the case of the volcanic edifice is built at the periphery of the axis of an oblate reservoir (red curves) and compared to the previous results obtained for the axial construction (blue curves). Three different aspect ratio ($\frac{R}{H}$) for the reservoir are tested. Ellipticity $\frac{a}{b}$ is fixed to 2 and depth of the magma reservoir H to 2.5 km. All pressure values are normalized by the tensile strength of rocks T_s . The dots indicate the critical size of the edifice which induces the focalization of the failure at the top of the oblate reservoir.

2.5 Des perturbations induites par l'activité volcanique : exemple de la construction d'un édifice volcanique

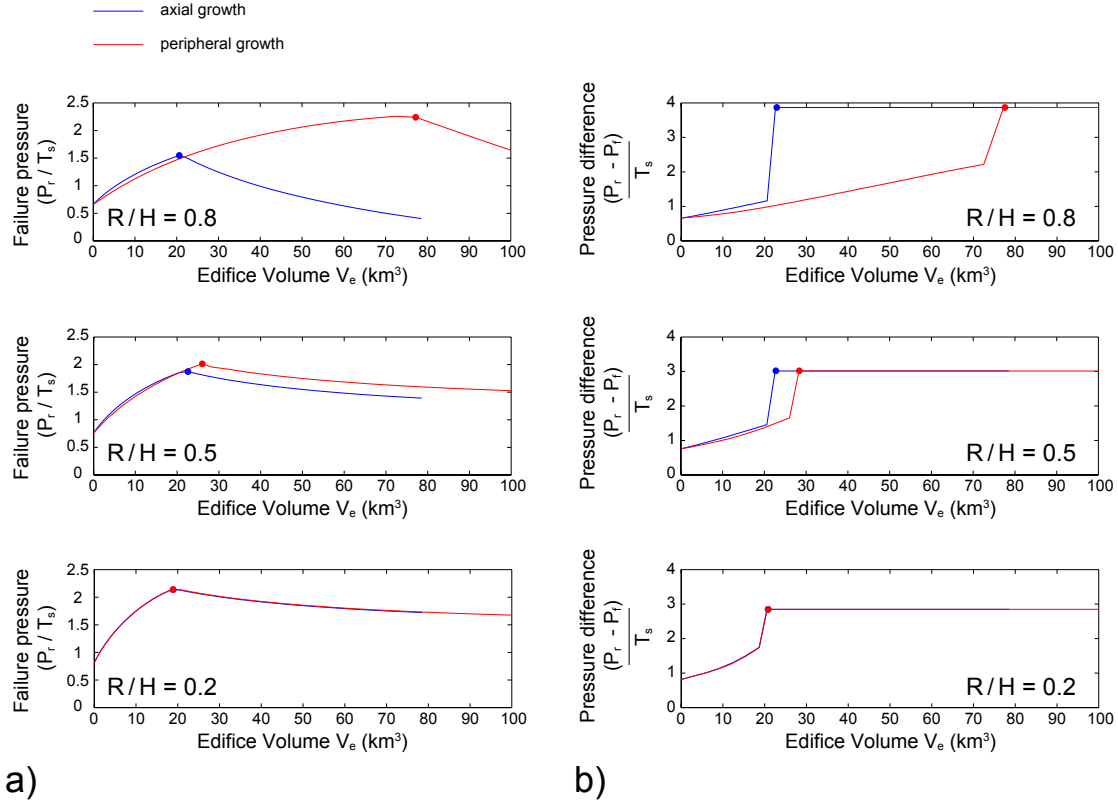


FIG. 2.28 – Pressure results on magma reservoir : a) failure pressure (P_r) and b) pressure difference between the failure P_r and the closure P_f pressures in b), as a function of the edifice volume (V_e). Results are calculated for the case of the volcanic edifice is built at the periphery of the axis of an oblate reservoir (red curves) and compared to the previous results obtained for the axial construction (blue curves). Three different aspect ratio ($\frac{R}{H}$) for the reservoir are tested. Ellipticity $\frac{a}{b}$ is fixed to 2 and depth of the magma reservoir H to 2.5 km. All pressure values are normalized by the tensile strength of rocks T_s . The dots indicate the critical size of the edifice which induces the focalization of the failure at the top of the oblate reservoir.

2.5.7 Annexe II : "On the relationship between cycles of eruptive activity and growth of a volcanic edifice"

Le papier suivant, publié dans Journal of Volcanology and Geothermal Research, reprend en partie les travaux décrits dans la section 2.5.



Contents lists available at ScienceDirect

Journal of Volcanology and Geothermal Research

journal homepage: www.elsevier.com/locate/jvolgeores

On the relationship between cycles of eruptive activity and growth of a volcanic edifice

V. Pinel^{a,*}, C. Jaupart^b, F. Albino^a^a Laboratoire de Géophysique Interne et Tectonophysique, CNRS, IRD, Université de Savoie, Campus Scientifique, 73376 Le Bourget du Lac Cedex, France^b Institut de Physique du Globe de Paris, 4 place Jussieu, 75252 Paris Cedex 5, France

ARTICLE INFO

Article history:

Received 28 December 2009

Accepted 13 May 2010

Available online 4 June 2010

Keywords:

magmatic system evolution

eruptive rates

catastrophic eruptions

ABSTRACT

The behaviour of a magma plumbing system during a cycle of volcanic edifice growth is investigated with a simple physical model. Loading by an edifice at Earth's surface changes stresses in the upper crust and pressures in a magma reservoir. In turn, these changes affect magma ascent from a deep source to the reservoir and from reservoir to Earth's surface. The model plumbing system is such that a hydraulic connection is maintained at all times between the reservoir and a deep magma source at constant pressure. Consequently the input rate of magma into the reservoir is predicted by the model rather than imposed as an input parameter. The open hydraulic connection model is consistent with short-term measurements of deformation and seismicity at several active volcanoes. Threshold values for the reservoir pressure at the beginning and end of eruption evolve as the edifice grows and lead to long-term changes of eruption rate. Depending on the dimensions and depth of the reservoir, the eruption rate follows different trends as a function of time. For small reservoirs, the eruption rate initially increases as the edifice builds up and peaks at some value before going down. The edifice size at the peak eruption rate provides a constraint on the reservoir shape and depth. Edifice decay or destruction leads to resumption of eruptive activity and a new eruption cycle. A simple elastic model for country rock deformation is valid over a whole eruptive cycle extending to the cessation of eruptive activity. For large reservoirs, an elastic model is only valid over part of an eruptive cycle. Long-term stress changes eventually lead to reservoir instability in the form of either roof collapse and caldera formation or reservoir enlargement in the horizontal direction.

© 2010 Elsevier B.V. All rights reserved.

1. Introduction

On an active volcano, there is often a gap between hazard assessment, which relies on the long-term eruptive behaviour (Marzocchi et al., 2004; Mendoza-Rosas and De la Cruz-Reyna, 2008; Turner et al., 2009), and monitoring, which deals with short-lived signs of unrest (Sturkell et al., 2006; Peltier et al., 2008). Studies of ancient eruption deposits document how the eruption rate has changed with time and provide relationships between the eruption regime and magma composition. These data reflect the history of magma mixing in the reservoir, but provide few constraints on replenishment events and their physical controls. In practice, the replenishment rate is inferred from the eruption rate and is often taken to be equal to it (Jellinek and DePaolo, 2003). Yet, it is the replenishment rate that dictates the behaviour of a magma reservoir and its storage capacity, and hence ultimately the eruption rate (Hildreth, 1981; Hildreth and Lanphere, 1994; Jellinek and DePaolo, 2003). In these conditions, our ability to forecast future volcanic

activity is limited. This is illustrated well by the lack of a working model for the cessation of eruptive activity.

Models for the behaviour of a magma reservoir have been made over the timescale of a single eruption or replenishment event (Yang et al., 1992; Sturkell et al., 2006; Peltier et al., 2008), but have rarely been attempted over a longer eruptive cycle encompassing several eruptions. Information on long-term changes of eruptive activity is now available for several volcanoes (Hildreth and Lanphere, 1994; Druitt et al., 1999; Breton Gonzalez et al., 2002; Garcia et al., 2003; Miyasaka-Amma and Nakagawa, 2003; Thouret et al., 2005; Hora et al., 2007). A typical observation is that the lifetime of a volcanic system exceeds that of an individual edifice, such that several eruptive cycles follow one another with waxing and waning phases of activity. Over a few hundred years, many volcanoes operate in quasi steady-state with a constant time-averaged eruption rate (Wadge, 1982). Such volume predictability is useful to constrain the timing and volume of future eruptions. Over a few thousand years, however, the eruption rate is not constant. Available data emphasize two important facts (Table 1). One is that eruption rates that are much larger than average (up to $\approx 5 \text{ km}^3 \text{ ky}^{-1}$) can be maintained over several individual eruptions. Another fact is that peak eruption rates are only observed during short bursts of activity (<500 years). Table 1 also

* Corresponding author.

E-mail address: Virginie.Pinel@univ-savoie.fr (V. Pinel).

Table 1
Eruption rates estimated for various volcanoes.

	Eruption rate (km ³ /ky)	Period duration (yr)	References
Etna	14	400	Tanguy and Kieffer (1993)
Fuji	5	8*10 ⁴	Tsukui et al. (1986)
Hekla	9.8	200	Wadge (1980)
Kilauea	21.8	150	Wadge (1980)
	60	30	Dvorak and Dzuring (1993)
Kluchevskoy	8–35	7*10 ³	Davidson and DeSilva (2000)
Misti	0.63	1.12*10 ⁵	Thouret et al. (2001)
Miyake-Jima	0.24	500	Miyasaka-Amma and Nakagawa (2003)
Mount Adams	1.6–5/0.3	1*10 ⁴ /1*10 ⁶	Hildreth and Lanphere (1994)
Mount Pelee	0.75	1.3*10 ⁴	Annen et al. (2008)
Mount St Helens	2	4*10 ⁴	Davidson and DeSilva (2000)
Nasu-Chausudake	0.1	1.6*10 ⁴	Ban and Yamamoto (2002)
Nyamuragira	12	70	Wadge (1980)
Parinacota	0.25–0.31	1.63*10 ⁵	Hora et al. (2007)
Piton de la Fournaise	11.3	30	Lénat and Bachèlery (1988)
Shiveluch	5	2*10 ⁵	Wadge (1982)
Tatara-San Pedro	0.29	1*10 ⁵	Singer et al. (1997)
Tungurahua	1.5	2300	Hall et al. (1999)
Ubinas	0.17–0.22	2.3*10 ⁵	Thouret et al. (2005)
Unzen	0.32	2.4*10 ⁵	Tsukui et al. (1986)
Usu	0.8	5*10 ³	Tsukui et al. (1986)
Vesuvius	9.1	200	Wadge (1980)

shows that eruption rates vary within a very wide range, making it difficult to apply information from one volcano to another one.

Variations of eruption rate have been attributed to changes of supply rate from the deep magma source or to changes of storage conditions (Dvorak and Dzuring, 1993). Such changes are deduced from eruption rate data, however, and their origin is not specified. In most models, volcanic activity is determined “from the bottom up” (Marsh and Carmichael, 1974) but there is some evidence for a top down control. In many cases, the eruption rate increases markedly after a major episode of edifice destruction (Siebert et al., 1995; Thouret et al., 2005; Hora et al., 2007). For example, Mount Adams (Washington) alternated between phases of edifice growth with large eruption rates (up to 5 km³ ky^{−1}) and phases of reduced activity when the eruption rate was as small as 0.04 km³ ky^{−1} (Hildreth and Lanphere, 1994). Such correlations between changes of eruption rate and phases of edifice growth and destruction indicate that volcanic activity may be controlled at least in part by the local stress field generated by a volcanic edifice. The physical mechanism is well understood and documented (Watanabe et al., 1999; Dahm, 2000; Pinel and Jaupart, 2000; Muller et al., 2001; Kervyn et al., 2009; Hurwitz et al., 2009) but has not been included yet in calculations of eruption rate. The purpose of this study is to address this issue.

In this paper, we develop a conceptually simple physical model that allows predictions of replenishment and eruption rates in a magma reservoir as a function of the dimensions of the volcanic edifice. In turn, knowledge of the eruption rate allows us to calculate the rate at which the edifice grows. The rate of replenishment is calculated by assuming that a hydraulic connection is maintained between the shallow magma reservoir and a deep magma source. With this self-consistent model, we predict how the eruption rate varies with time and hence can evaluate the validity of the model through a comparison with observations. We show how one can combine information from short-term deformation measurements and long-term variations of eruption rate. We also show why volcanic activity may cease even if the deep magma source remains active. The model is intended as a simple template designed to identify key ingredients in a physical model of long-term volcanic activity as well as the conditions that invalidate some of the assumptions that enter the model. The basic physical framework relies on a reservoir

embedded in an elastic crust (solid medium) and has already been used by many authors (Jellinek and DePaolo, 2003; Gudmundsson, 2006). It accounts for a host of petrological (Ban and Yamamoto, 2002; Miyasaka-Amma and Nakagawa, 2003) and geodetic data (Dvorak and Dzuring, 1993). Our new contribution is to account for an evolving stress field around the reservoir due to the accumulation of eruptive products at Earth's surface and to predict how the replenishment rate varies with time. We consider a large range of reservoir shapes. We determine how the edifice grows through time and how this affects the eruption rate over a large number of eruptions. We also account for sudden changes of edifice dimensions due to landslides or explosive decapitation events. We evaluate the validity of our model from both mechanical and thermal standpoints.

2. Model description

The model geometry and rheological properties are summarized in Fig. 1 and Table 2. We shall first solve the problem in 2-D with a reservoir of radius R_c lying at depth H_c . This allows analytical solutions to the governing equations and a straightforward evaluation of the sensitivity of results to the input variables and physical properties. We later deal with 3-D reservoirs of various geometrical shapes using a finite-element numerical code.

2.1. A hydraulic connection between the volcanic reservoir and a deep magma source

We seek controls on the replenishment rate and assume that the reservoir remains connected to a deep magma source. This existence of such a connection is supported by the lack of deep seismic events below the reservoir prior to volcano awakening (Endo et al., 1981) and by measurements of deformation and seismicity on several volcanoes (Dvorak and Okamura, 1987; Dvorak and Dzuring, 1993; Lu et al., 2003; Sturkell et al., 2006; Lengliné et al., 2008). We extend this assumption to longer time intervals and a large number of eruptions. One justification is that, if an eruption is due to reservoir replenishment, the hydraulic connection between source and reservoir is open at the time of the eruption. After eruption, the decrease of reservoir pressure that is induced by magma withdrawal acts to enhance the flow of magma from the source and hence to keep the connection

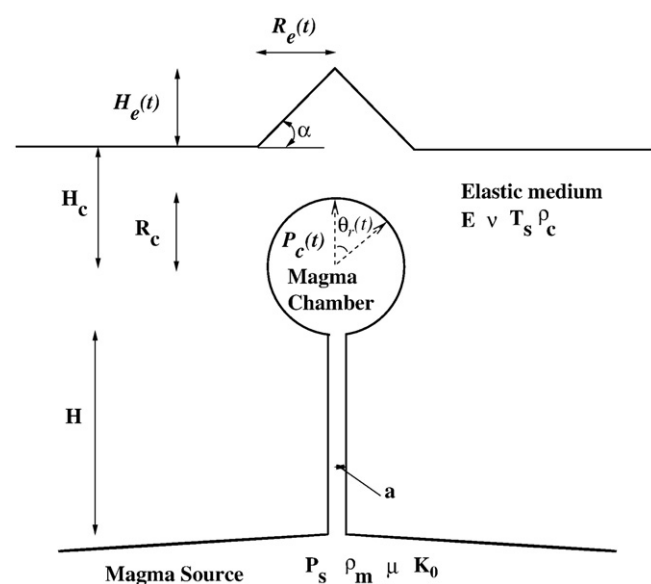


Fig. 1. Model geometry. Symbols in italics are for time-dependent values. Angle θ is used to locate points along the chamber walls, and angle θ_f marks the location where wall failure occurs due to magma overpressure in the reservoir.

Table 2

Parameters and physical properties (see Fig. 1). Parameters for the solubility function are for water dissolved in silicic magma (Burnham and Jahns, 1962).

		Case 1	Case 2
<i>Geometrical parameters</i>			
Chamber depth (km)	H_c	2.5	1
Chamber radius (km)	R_c	0.5	0.2
Feeding conduit length (km)	H	2	
Feeding conduit half-width (m)	a	0.3	
Edifice slope	α	0.6	
Amount of erupted magma used to built the volcano	γ	1	
<i>Physical properties of the crust</i>			
Poisson's ratio	ν	0.25	
Young's modulus (Pa)	E	2.8125×10^9	
Tensile strength (Pa)	T_s	2×10^7	
<i>Magma properties</i>			
Viscosity (Pa)	μ	10^5	
Bulk modulus (Pa)	K_o	1.0445×10^{10}	1.0127×10^{10}
Dissolved water concentration	x_o	0.02	
Parameters for power-law solubility functions	s	4.11×10^{-6}	
	n	0.5	
Maximum chamber overpressure (Pa)	$P_s - P_{litho} - \rho_m g H$	1.968×10^7	4×10^7

open. Another justification will stem from a comparison between predicted and observed changes of eruption rate.

The magma source has a constant depth and pressure (P_s) and feeds magma to the reservoir at a rate that depends on the pressure difference between the two. For an explicit model, we consider an open conduit with a constant half-width a and length l extending over height H . These variables are ill-constrained and only appear in combination in a single parameter describing the strength of the hydraulic connection. This parameter can be calculated for other geometrical configurations and must be regarded as a property of the magmatic plumbing system to be determined from observation. Assuming laminar flow conditions, we find that the replenishment rate, Q_{in} , is given by:

$$Q_{in} = \frac{2a^3 l P_s - P_c - \rho_m g H}{3\mu} \quad (1)$$

where P_c is the time-dependent reservoir pressure and μ and ρ_m stand for the viscosity and density of magma, respectively. In such a hydraulic system, reservoir replenishment requires that:

$$P_s - P_c > \rho_m g H \quad (2)$$

which states that the pressure difference from source to reservoir must exceed the hydrostatic value. Eq. (1) can be rewritten as $Q_{in} = \lambda(P_s - P_c - \rho_m g H)$, where λ is the strength of the hydraulic connection.

We shall assume that the source pressure P_s remains constant and calculate how the reservoir pressure P_c evolves as a volcanic edifice grows at the surface. During replenishment, P_c increases until the reservoir walls fail, which is achieved at a threshold overpressure noted $\Delta P_{rupture}$. Once $\Delta P_c = \Delta P_{rupture}$, eruption starts and the reservoir pressure decreases due to magma withdrawal. Eruption stops when the reservoir pressure reaches a second threshold value noted $P_{closure}$, such that feeder dykes get closed at the reservoir walls. The replenishment rate varies with time as these two threshold pressures change in relation to edifice growth or destruction. In this model, the connection between the reservoir and the deep source remains open at all times, in contrast to that between the reservoir and surface vents. This is justified by the very nature of magma storage in a crustal reservoir, which results from the inability of magma to rise past low

density or rigid upper crustal rocks (Elder, 1978; Lister and Kerr, 1991; Kavanagh et al., 2006; Taisne and Jaupart, 2009) or into a horizon in a state of compression (Pinel and Jaupart, 2004b). Thus, storage does not imply the interruption of magma flow from the source. For eruption conduits, conditions are completely different. These conduits are only opened when the reservoir walls fail, which requires a threshold overpressure and hence the accumulation of a critical amount of magma in the reservoir. Such accumulation takes longer than the eruption of the same magma volume. The connection between the reservoir and surface vents or fissures is shut down by the drop of reservoir pressure which induces closure of feeder dykes. In these conditions, roof rocks above the reservoir get heated only temporarily and cool down during long repose times, ensuring that they deform in an elastic/brittle regime.

Input parameters for the model are the reservoir shape, dimensions and depth, the deep magma source pressure and the strength of the hydraulic connection. Output parameters are the volumes of magma that enter and leave the reservoir, and hence the volumes of magma that accumulate in a surface edifice. The main interest and strength of the model is that it predicts how the magma budget for the reservoir evolves with time. The reservoir pressure may increase to a value such that condition 2 is no longer verified. When this occurs, replenishment stops before an eruption can occur, even if the deep magma source remains active. The model therefore allows for the cessation of volcanic activity.

2.2. Deformation of host rocks around the magma reservoir

We assume that rocks encasing the reservoir behave elastically. Analysis of deformation data during individual replenishment/eruption events shows that this is valid. Over longer timescales, this is also valid if the reservoir volume does not exceed $\approx 100 \text{ km}^3$ for a large range of replenishment rates (Jellinek and DePaolo, 2003). Viscous behaviour becomes significant for large volumes of heated rock around the reservoir and large thicknesses of partially or totally crystallized magma encasing the active part of the reservoir. Analysis of glacial loading and unloading by Jellinek et al. (2004) leads to a range of 30–80 kyr for the Maxwell relaxation time of upper crustal rocks in volcanic areas. Cone-building episodes typically last less than 100,000 years in continental strato-volcanoes (Davidson and DeSilva, 2000). In our calculations, we shall indeed find that such episodes extend over a few ten thousand years. Over one such episode, the reservoir pressure is not kept constant and oscillates due to inflation and deflation events over the shorter timescales of individual repose periods, so that viscous relaxation is small. In large mature volcanic systems such as Long Valley, California, which remain active for more than one million years, viscous relaxation should be taken into account, but we shall not be interested in those.

We consider a thick elastic upper crustal environment, such that the edifice induces no regional flexure. This holds as long as the edifice radius remains small compared to the elastic thickness of the lithosphere, which is appropriate for most continental volcanoes. We assume that the reservoir has a constant reference size. We do account for inflation and deflation associated with replenishment and eruption. The volumes of magma that enter or leave the reservoir are not equal during an eruptive cycle, implying that the volume of the magma chamber evolves through time. We do not allow, however, for bulk reservoir growth involving long-term wall-rock displacements in a viscous regime and/or off-shoot hydraulic fractures. Indeed, one of our aims is to evaluate the conditions which lead to reservoir instability in the form of either collapse or enlargement. Thus, we use the same reference reservoir dimensions to evaluate stress and volume changes throughout an eruption cycle. After each eruption, the edifice size and the impact on the stress field around the reservoir are updated as a function of the erupted volume.

We consider that the reservoir lies in a neutral buoyancy horizon, such that there is no buoyancy force acting on it. Rupture of the chamber walls occurs when the hoop stress exceeds a threshold value. Stresses vary along the chamber walls and are calculated as a function of angular coordinate θ (see Fig. 1). In this study, all the reservoirs have a vertical axis of symmetry, so that $\theta=0$ at the axis, where the thickness of roof rocks is smallest, and θ increases away from the axis as the thickness of roof rocks increases.

The edifice is a cone of constant slope α with a basal radius $R_c(t)$. In a first set of calculations, we rely on the analytical 2-D model of Pinel and Jaupart (2003). Along the chamber walls, the normal stress is σ_{rr} and the hoop stress is $\sigma_{\theta\theta}$. The hoop stress is the normal stress that acts on the edges of a fissure radiating from the reservoir. The initial state of stress is lithostatic such that $\sigma_{rr} = \sigma_{\theta\theta} = P_{litho}$. In the limit of linear elasticity, the hoop stress can be expressed as:

$$\sigma_{\theta\theta}(\theta) = P_{litho} + \sigma_{ed}(\theta) + \sigma_c(\theta), \quad (3)$$

where $\sigma_c(\theta)$ and $\sigma_{ed}(\theta)$ are the stress components due to an internal magma overpressure with no edifice at the surface and to loading by the edifice with a reservoir pressure at the lithostatic value. The internal magma overpressure is $\Delta P_c = P_c - P_{litho}$ and we may write:

$$\sigma_c(\theta) = \Delta P_c \lambda_c(\theta), \quad (4)$$

where λ_c is a coefficient that can be calculated analytically (Pinel and Jaupart, 2003):

$$\lambda_c(\theta) = - \frac{H_c^2 + R_c^2 - 2R_c^2 \left(\frac{R_c - H_c \cos(\theta)}{H_c - R_c \cos(\theta)} \right)^2}{H_c^2 - R_c^2} \quad (5)$$

The other stress component, $\sigma_{ed}(\theta)$, can also be calculated as a function of the dimensions of the edifice and the reservoir.

2.3. A compressible magma phase in the reservoir

The reservoir is filled with magma characterized by density (ρ_m), gas-free bulk modulus K_0 and dissolved water content x_0 . The dissolved water content at pressure P is given by an empirical form of Henry's law:

$$\begin{aligned} x &= x_0 \text{ for } P > P_{sat} \\ x &= sP^n \text{ for } P < P_{sat}, \end{aligned} \quad (6)$$

where coefficient s and exponent n are specified and where P_{sat} is the saturation pressure such that:

$$P_{sat} = \left(\frac{x_0}{s} \right)^{1/n} \quad (7)$$

Following Johnson (1992) and neglecting changes of composition, the effective bulk modulus K of magma is given by:

$$\begin{aligned} K &= K_0 \text{ for } P > P_{sat} \\ K &= \frac{K_0}{1 + K_0 \frac{\rho_m RT}{P^2 M} [(n-1)sP^n + x_0]} \text{ for } P < P_{sat}, \end{aligned} \quad (8)$$

where T is temperature, R is the universal gas constant and M is the molar mass of the volatile species (taken to be water here). The effects of compressibility are small but not negligible for the magma budget that is sought here. As shown in a previous paper (Pinel and Jaupart, 2005a), density changes that are induced by pressure variations have no significant impact on the force balance at the reservoir walls.

2.4. Pressure variations within the reservoir

We consider that the reservoir fails in tension, such that the deviatoric stress component at the walls reaches the tensile strength T_s of encasing rocks, which is written as follows:

$$\frac{\sigma_{\theta\theta} - \sigma_{rr}}{2} = \frac{\sigma_{\theta\theta} - P_c}{2} = -T_s \quad (9)$$

In this equation, we have used the continuity of normal stress at the walls, which states that $\sigma_{rr} = P_c$. $\sigma_{\theta\theta}$ varies as a function of angle θ according to Eq. (3). It follows that, for a given edifice geometry, the corresponding chamber pressure is given by:

$$P_c = P_{litho} + \frac{2T_s + \sigma_{ed}(\theta)}{1 - \lambda_c(\theta)} \quad (10)$$

The threshold overpressure for failure, $\Delta P_{rupture}$, is defined as the smallest value of ΔP_c which satisfies this equation. It is obtained for a specific value of θ noted θ_r (and its opposite value), which specifies the rupture location. With no edifice at the surface, $\sigma_{ed} = 0$ and θ_r is such that $\cos(\theta_r) = R_c/H_c$ (Pinel and Jaupart, 2003). Thus:

$$\lambda_c(\theta_r) = - \frac{H_c^2 + R_c^2}{H_c^2 - R_c^2}. \quad (11)$$

Due to eruption and magma withdrawal, the reservoir pressure decreases and so do hoop stresses along the reservoir walls. Eventually, the reservoir pressure becomes equal to the local hoop stress, at which point the eruptive fissure gets closed by the confining stress (Pinel and Jaupart, 2005a). This heralds the end of eruption, such that:

$$P_c = \sigma_{\theta\theta}(\theta_r) \quad (12)$$

Substituting for Eqs. (3) and (12), the threshold pressure for the end of eruption, $P_{closure}$, is given by:

$$P_{closure} = P_{litho} + \frac{\sigma_{ed}(\theta_r)}{1 - \lambda_c(\theta_r)} \quad (13)$$

The reservoir pressures at the beginning and end of an eruption, $P_{rupture}$ and $P_{closure}$, respectively, both evolve with the state of stress around the reservoir, which itself varies as the dimensions of the volcanic edifice change. Eruption leads to the accumulation of magma at Earth's surface and hence to incremental edifice growth. To calculate how the edifice grows, we allow for explosive dispersal at large distances from the vent and consider that some fraction γ , such that $0 < \gamma < 1$, of the erupted volume is added to the central edifice.

3. Short-term behaviour: pressure build-up before an eruption

3.1. Eruption

The size of a volcanic edifice is not affected much during a single eruptive event, save for a landslide or a major explosion. For simplicity, we therefore assume that stress variations during an eruption are due to changes of reservoir pressure only. As explained above, the pressure decrease during an eruption is given by:

$$\Delta P_e = P_{rupture} - P_{closure} = \frac{2T_s}{1 - \lambda_c(\theta_r)} \quad (14)$$

where we have used Eqs. (10) and (13).

The volume of magma entering or leaving a reservoir can be calculated from the change of reservoir pressure (Tait et al., 1989; Johnson et al., 2000; Huppert and Woods, 2002). For a 2-D reservoir

with a circular cross-section, the volume of added magma is (Pinel and Jaupart, 2005a),:

$$\Delta V_{in} = V_c \left(\frac{N}{E} + \frac{1}{K} \right) \Delta P_c, \quad (15)$$

where E is Young's modulus, V_c is the reference initial reservoir volume and N a dimensionless parameter given by:

$$N = \frac{2(1+\nu) \left[2(1-\nu)H_c - (1-2\nu)\sqrt{H_c^2 - R_c^2} \right]}{\sqrt{H_c^2 - R_c^2}} \quad (16)$$

This result relies on the assumption of a constant bulk modulus, which may not be valid if there is a large amount of gas in the reservoir. For shallow and volatile-rich reservoirs, calculations of density changes in the reservoir are more complicated (Huppert and Woods, 2002) but are outside the scope of the present study.

Combining Eqs. (14) and (15), we obtain the fraction of the reservoir volume that gets erupted:

$$-\frac{\Delta V_{in}}{V_c} = \frac{2T_s}{1-\lambda_c(\theta_r)} \left(\frac{N}{E} + \frac{1}{K} \right) \quad (17)$$

This can be compared to the solution for a point pressure source (corresponding to a small spherical chamber) in an infinite medium Mogi (1958):

$$-\frac{\Delta V_{in}}{V_c} = T_s \left(\frac{3(1+\nu)}{E} + \frac{2}{K} \right) \quad (18)$$

The two expressions are similar and allow an evaluation of the sensitivity of model results to the geometrical assumptions.

Values for the tensile strength of crustal rocks are not well known and we shall use values in a 2–20 MPa range (Touloukian et al., 1981; Tait et al., 1989). Young's modulus is between 1 and 30 GPa (Pinel et al., 2007) and values for the bulk modulus K are in the same range for dry or undersaturated magma. We thus find that the volume erupted is from 0.01% to a few percent of the reservoir volume. For large gas contents, K is smaller than E and a larger amount of magma gets erupted.

3.2. Replenishment

Between two eruptions, replenishment occurs at rate Q_{in} , which is specified by Eq. (1). Magma inflow induces swelling of the reservoir and an increase of pressure P_c , which, in turn, results in a decreasing rate Q_{in} . Pressure evolution is a consequence of magma inflow and encasing rocks deformation. For constant magma bulk modulus K , we use the volume balance equation

$$Q_{in} = \frac{dV_{in}}{dt}$$

where V_{in} is the reservoir volume, and Eq. (15) for the change of volume to obtain:

$$\frac{dP_c(t)}{dt} = \frac{2a^3}{3\pi R_c^2 H \mu \left(\frac{N}{E} + \frac{1}{K} \right)} [P_s - \rho_m g H - P_c(t)] \quad (19)$$

If we set $t=0$ at the end of an eruption, when replenishment resumes, $P_c(t=0) = P_{closure}$. The subsequent evolution of reservoir pressure is given by:

$$P_c(t) = P_{closure} e^{-t/\tau} + (P_s - \rho_m g H)(1 - e^{-t/\tau}) \quad (20)$$

where characteristic time τ is equal to:

$$\tau = \frac{3\pi\mu HR_c^2 \left(\frac{N}{E} + \frac{1}{K} \right)}{2a^3} \quad (21)$$

For a Mogi source and an incompressible magma, this characteristic time constant is instead (Lengliné et al., 2008):

$$\tau_{Mogi} = \frac{16(1+\nu)\mu HR_c^3}{Ea^4} \quad (22)$$

In the equations above, the reservoir pressure cannot exceed a value of $(P_s - \rho_m g H)$, which is a feature of the hydraulic connection model. The simple time evolution of pressure that is predicted is consistent with deformation and seismicity data at three active volcanoes (Lengliné et al., 2008). These data provide constraints on the characteristics of the hydraulic connection.

3.3. A succession of replenishment/eruption events

In the model, the hydraulic connection between source and reservoir is maintained at all times. Thus, as the reservoir pressure decreases due to eruption, replenishment is enhanced. For most evolved volcanoes in continental settings, an eruption is an event of short duration compared to quiescence periods, so that one can neglect the amount of magma that is added to the reservoir during an eruption. New data demonstrate that replenishment occurs over much longer timescales than eruptions (Ruprecht and Wörner, 2007). We therefore assume that replenishment resumes at the end of eruption, when the reservoir pressure is equal to $P_{closure}$.

According to the hydraulic connection model, the reservoir pressure cannot exceed a maximum value equal to $P_{max} = P_s - \rho_m g H$. Thus, eruption can only occur if $P_{rupture} < P_{max}$. If this condition is met, the duration of a replenishment event is calculated from Eq. (20):

$$t = -\tau \ln \left(\frac{P_{rupture} - P_s + \rho_m g H}{P_{closure} - P_s + \rho_m g H} \right), \quad (23)$$

which is recast as follows using Eq. (14):

$$t = \tau \ln \left(1 - \frac{2}{1-\lambda_c(\theta_r)} \frac{T_s}{P_{rupture} - P_s + \rho_m g H} \right) \quad (24)$$

If $P_{rupture} \ll P_{max}$, $t \ll \tau$ and the reservoir pressure increases linearly with time (Fig. 2a). We distinguish between two different cases. On the one hand, if $P_{rupture} < P_{max}$, eruption occurs (Fig. 2a). On the other hand, if $P_{rupture} > P_{max}$, the replenishment rate decreases with time until the hydraulic system achieves a state of hydrostatic equilibrium such that $P_c = P_{max}$ and there can be no eruption (Fig. 2b). In reality, in a reservoir which is effectively closed to replenishment, magma will crystallize and differentiate, which may trigger an eruption at some later time (Tait et al., 1989), but the important point is that the eruption trigger is different.

4. Long-term eruptive behaviour controlled by edifice growth

If the local stress field around the magma reservoir does not change, elastic behaviour implies that the amount of volume erupted during each eruption and the time separating two consecutive eruptions is constant. Thus, the time-averaged eruption rate remains constant (Fig. 2a). As noted in the Introduction, this is indeed observed over short time intervals at a number of volcanoes. Over long time intervals, however, the local stress field around the reservoir changes due to growth or destruction of the volcanic edifice. A small edifice induces flexure of the roof rocks and hence tensile stresses on the reservoir walls, which acts to decrease the reservoir

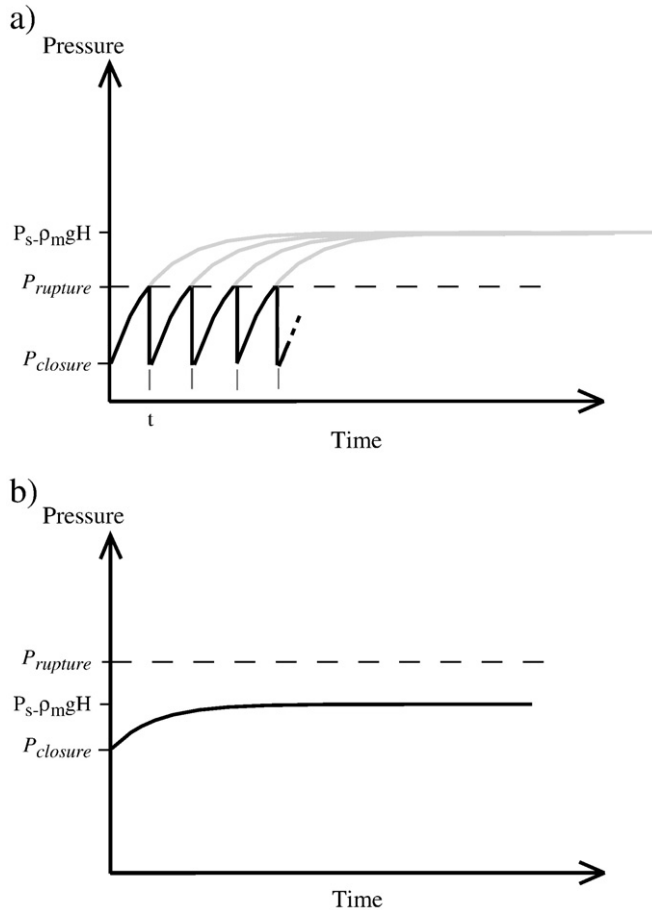


Fig. 2. Pressure evolution in a magma reservoir as a function of time during replenishment. Pressure increases exponentially up to either the threshold pressure for rupture ($P_{rupture}$) or to a maximum pressure controlled by the hydrostatic head above the deep magma source ($P_s - \rho_m g H$). We distinguish between two cases depending on the respective magnitudes of these two pressures. a) When $P_{rupture} < P_s - \rho_m g H$, the reservoir pressure increases until wall failure occurs, which triggers an eruption after repose time t . During an eruption the pressure drops to $P_{closure}$ and increases again by renewed replenishment. If $P_{rupture} \ll P_s - \rho_m g H$, the reservoir pressure appears to increase linearly. b) When $P_{rupture} > P_s - \rho_m g H$, the maximum pressure that can be reached in the reservoir does not allow rupture of the reservoir walls. In this case, pressure tends to this limit value and no eruption can occur. Note that $P_{rupture}$ as well as $P_{closure}$, both evolve through time due to loading by an edifice, such that, during a volcano lifetime, the system behaviour can change from the one described in a) to the one shown in b): an increase of $P_{rupture}$ may lead to the end of an active volcanic system.

pressure required for eruption (i.e., a decrease of $P_{rupture}$). As the edifice grows, it perturbs the stress field over an increasingly larger region that eventually puts the whole reservoir in compression. In this regime, rupture of the reservoir walls requires an increasingly larger magma overpressure. For a given reservoir, there is therefore a critical edifice size that separates two different behaviours and that corresponds to the minimum pressure for eruption.

Variations of $P_{rupture}$ affect the replenishment time because they change the driving pressure difference for magma flow from the source (i.e. $P_s - P_{rupture} - \rho_m g H$). By construction, the replenishment time is the repose time between two successive eruptions and impact on the eruption rate. In addition, variations of reservoir pressure induce changes of magma density, which also influence the replenishment time. The effects are strongest for pressures that are close to the volatile saturation threshold. For example, an increase of reservoir pressure acts to increase the bulk modulus of magma and hence to decrease the volume of magma that must be drawn from the source for an eruption.

In a calculation, we specify the reservoir characteristics (dimensions, shape and depth) and start with no edifice at the surface. The magma source is turned on and feeds magma to the reservoir. When the reservoir pressure reaches the rupture threshold, eruption occurs and the total erupted volume is calculated from the closure condition (Eq. (17)). We consider that a fraction γ of this material is added to the edifice (whose flank slope α remains constant) and calculate the new values for threshold pressures $P_{rupture}$ and $P_{closure}$. The replenishment time before the next eruption is then estimated using Eq. (23). Erupted volumes and the durations of repose periods are thus calculated iteratively. For simplicity, we keep the number of parameters to a minimum and set the maximum reservoir pressure equal to the tensile strength of the upper crust, so that

$$P_s = P_{litho,s} + T_s, \quad (25)$$

where $P_{litho,s}$ is the lithostatic pressure at the source.

To illustrate a typical behaviour, we first focus on one particular set of conditions (Table 2, case 1). The variation of eruption rate is calculated as a function of time (Fig. 3a). For comparison with field observations, however, it is also instructive to relate it to the edifice size, as shown in Fig. 3b. We find that the eruption rate does not remain constant. After a short initial decrease, the eruption rate increases and peaks after 1.77 ky of activity. This is followed, in a second phase, by a decrease of activity (Fig. 3a). The peak eruption rate is obtained for a specific edifice size (corresponding to a radius of 3.3 km in this particular example, Fig. 3b). This evolution of the

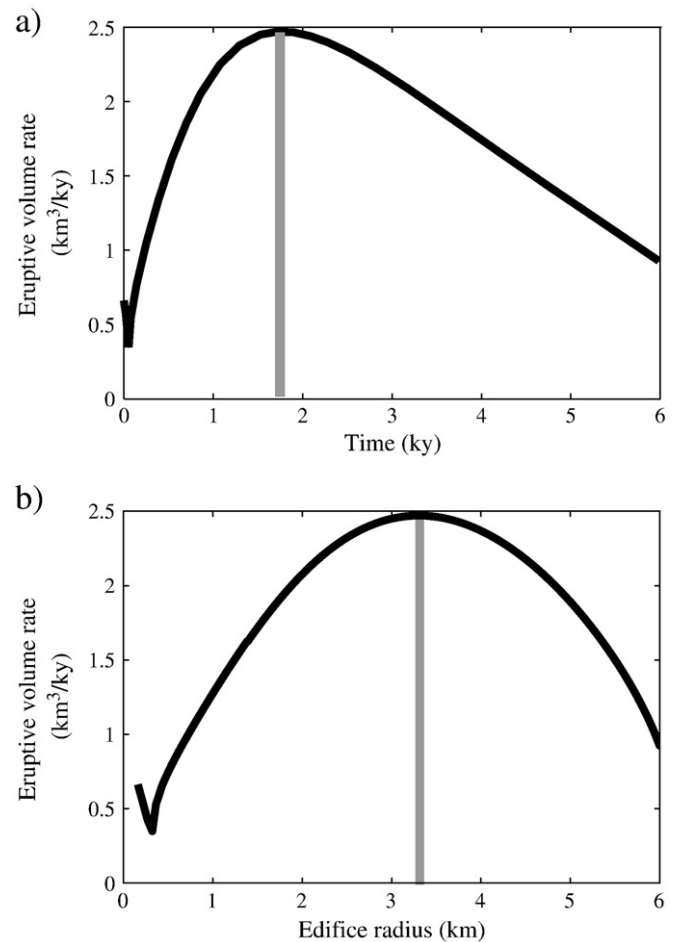


Fig. 3. Eruption rate as a function of time (a) and edifice radius (b), for a reservoir with 500 m radius located at 2.5 km depth. Input parameters and properties are listed in Table 2 (Case 1). The vertical grey line indicates the time and the edifice size such that the eruption rate is largest.

eruption rate can directly be related to the evolution of the threshold pressure for eruption, $P_{rupture}$, as shown in Fig. 4. As discussed above, the two different phases are due to the different effects of the edifice load on the reservoir depending on the edifice size. $P_{rupture}$ decreases in a first phase, characterized by bending of the roof rocks, and then increases as the edifice is large enough to put the reservoir in compression. In principle, therefore, one expects that the eruption rate follows the opposite trend, such that it initially goes up and then goes down after some time. One exception to this general logic occurs in a short initial phase characterized by a mild increase of $P_{rupture}$ (Fig. 4) for small edifices. In this phase, activity is not focussed yet at the top of the reservoir and is characterized with a change of rupture location on the reservoir walls.

Changes of eruption rate are largest when $P_{rupture}$ is close to the maximum reservoir pressure, $P_{max} = P_s - \rho_m g H$ because of dependence of the replenishment rate on the driving pressure difference for magma flow from the source. Indeed, in an extreme case, $P_{rupture}$ is larger than P_{max} , which implies the cessation of eruptive activity. Depending on the chamber size and depth, $P_{rupture}$ follows different evolutions. For small reservoirs (Fig. 5), the driving pressure difference for replenishment decreases rapidly as the edifice builds up and tends to zero, which leads to a short-lived eruption cycle. The final edifice radius is shown as a function of reservoir size for strato-volcanoes with steep flanks (Fig. 6) and shield volcanoes with gentleslopes (Fig. 7).

5. Influence of the reservoir shape

The above calculations were made in 2-D with cylindrical reservoirs and we now evaluate the influence of the reservoir shape. We use the COMSOL finite-element code for elastic deformation in 3-D. A detailed description of the model can be found in Albino et al. (2010). Investigating all shapes would be cumbersome and we focus on reservoir elongation in the vertical or horizontal directions. We consider axi-symmetrical bodies in the form of either prolate (elongated in the vertical direction) or oblate (elongated in the horizontal direction) spheroids and a wide range of aspect ratios. The criterion for the failure of reservoir walls in tension (Eq. (10)) is generalized to 3-D configurations as follows:

$$\frac{2\sigma_{\theta\theta} - P_{rupture} - \sigma_{\phi\phi}}{3} = -T_s \quad (26)$$

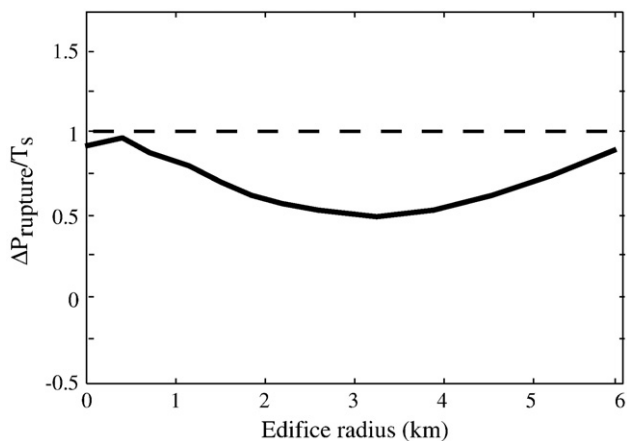


Fig. 4. Threshold overpressure for eruption, $\Delta P_{rupture}$, scaled to the tensile strength of rocks encasing the reservoir, as a function of edifice radius. Results are obtained for a reservoir with 500 m radius located at 2.5 km depth. Input parameters and properties are listed in Table 2 (Case 1). The dashed line is the maximum overpressure that can be reached in the reservoir, which corresponds to a static magma column between the source and the reservoir. For an eruption to occur, the rupture overpressure must be less than this maximum value, which is verified for the whole range of edifice sizes presented here.

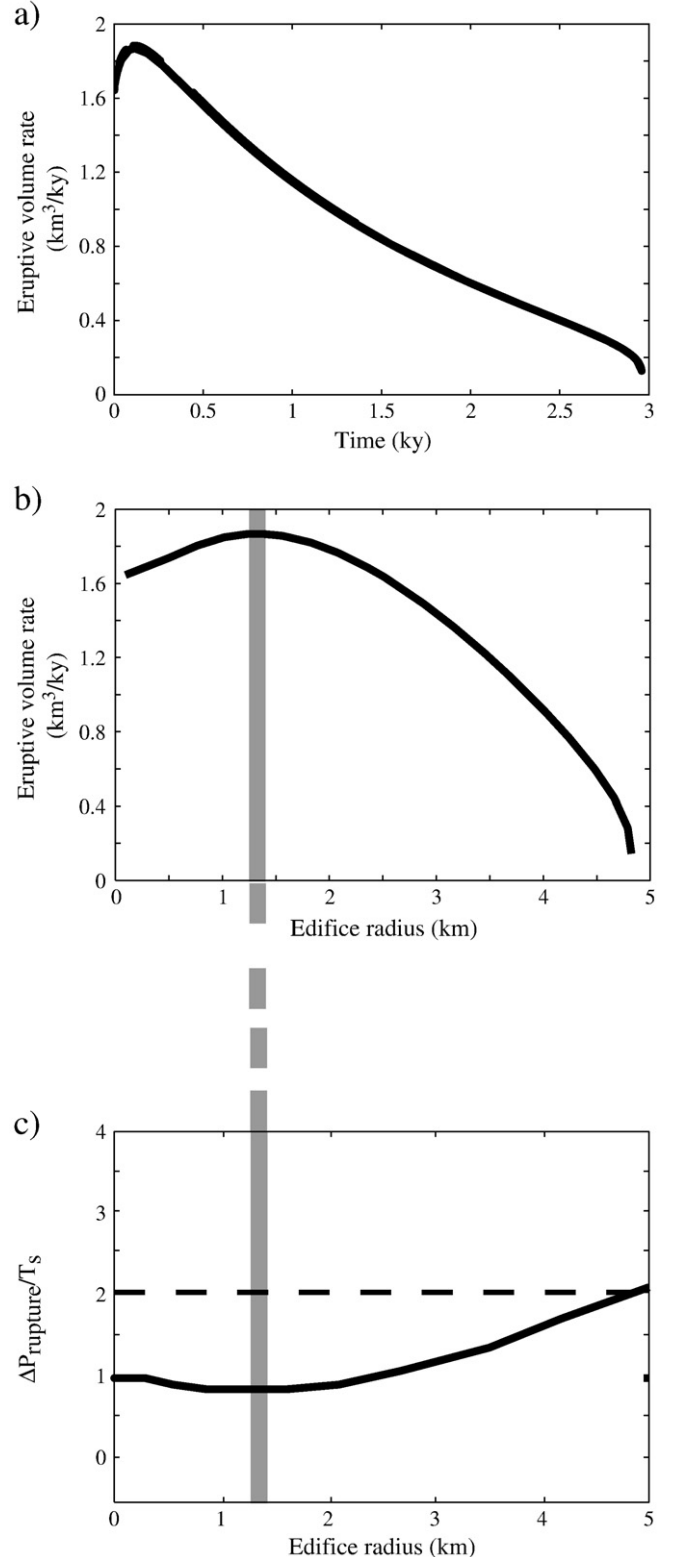


Fig. 5. Eruption rate and threshold overpressure for eruption as a function of edifice radius, for a reservoir with 200 m radius located at 1 km depth. Input parameters and properties are listed in Table 2 (Case 2). a) Eruption rate as a function of time. b) Eruption rate as a function of edifice radius. c) Threshold overpressure for eruption, $\Delta P_{rupture}$, scaled to the tensile strength of rocks encasing the reservoir. The dashed line is the maximum overpressure that can be reached in the reservoir, which corresponds to a static magma column between the source and the reservoir. The rupture overpressure is less than the maximum reservoir pressure until the edifice radius reaches 4.8 km. Vertical grey lines indicate the edifice size such that $\Delta P_{rupture}$ is smallest and hence such that the eruption rate is largest.

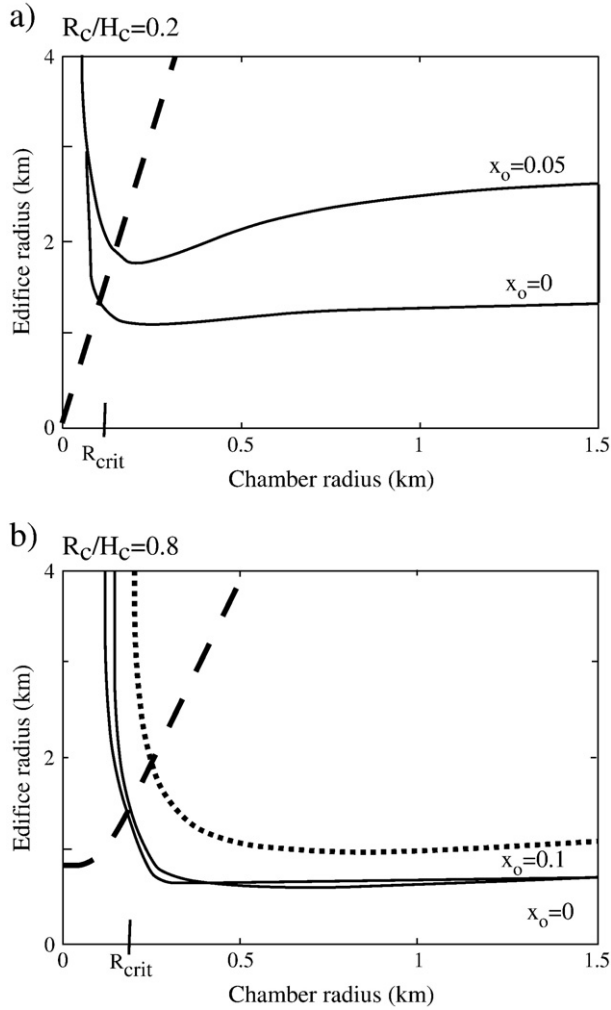


Fig. 6. Critical values of edifice radius as a function of reservoir radius for stratovolcanoes ($\alpha = 0.6$). Calculations are made in 2-D for a reservoir with circular cross-section. Dashed curve: the maximum magma pressure in the hydraulic system just allows failure of wallrocks around the reservoir, so that the edifice radius must be below the curve to allow eruptions. Solid lines: edifice radius such that magma cannot reach the surface because of compressive stresses at shallow depths due to the edifice. Calculations have been made for two different volatile contents x_o . R_{crit} is the reservoir size that marks the transition between two different impediment on eruption. For $R_c < R_{crit}$, eruptive activity ceases because the maximum magma pressure cannot reach the threshold for rupture. For $R_c > R_{crit}$, the magma pressure is sufficient to cause failure of the reservoir walls but magma cannot reach the surface: the storage system must evolve. Dotted curve: edifice radius for runaway eruption conditions, such that feeder dykes at the reservoir walls do not get closed as the reservoir deflates. In this case, magma withdrawal proceeds until caldera collapse. a) Deep reservoir ($R_c/H_c = 0.2$). b) Shallow reservoir ($R_c/H_c = 0.8$).

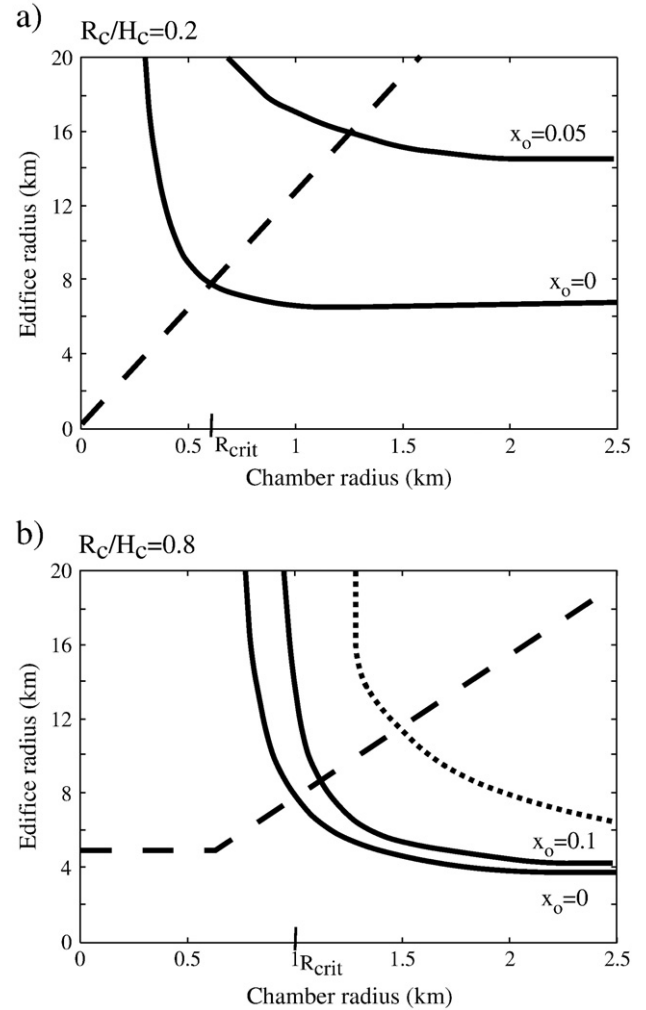


Fig. 7. Same as Fig. 6 for shield volcanoes ($\alpha = 0.1$). a) Deep reservoir ($R_c/H_c = 0.2$). b) Shallow reservoir ($R_c/H_c = 0.8$).

shows results for reservoirs lying at a fixed depth of 2.5 km and the same long axis of 1 km (i.e. width for an oblate ellipsoid and height for a prolate one). In the majority of calculations, the largest hoop stresses are generated where the radius of curvature is smallest. Thus, $\theta_r = 0$ in

where $\sigma_{\phi\phi}$ is the third stress component (out-of-plane in Fig. 1). We also generalize volume Eq. (15) to three-dimensions and rely on the same assumptions. The initial stress field is lithostatic and all stresses are calculated as perturbations to this stress field. In this case, with no edifice at the surface, a dyke formed at the chamber wall gets closed when the chamber overpressure is equal to zero ($P_{closure} = P_{litho}$).

In order to illustrate the influence of the shape of the reservoir independently of other parameters, we consider reservoirs with the same volume (taken to be 10 km^3) at two different depths. Fig. 8 shows the erupted volume as a function of reservoir aspect ratio for an incompressible magma. The erupted volume is largest for spherical reservoirs and smallest for laterally elongated ones. The ratio between the two is about 2.5 independently of reservoir depth.

Where the reservoir walls fail, which is identified by azimuthal angle θ , is sensitive to the reservoir shape. To illustrate this, Fig. 9

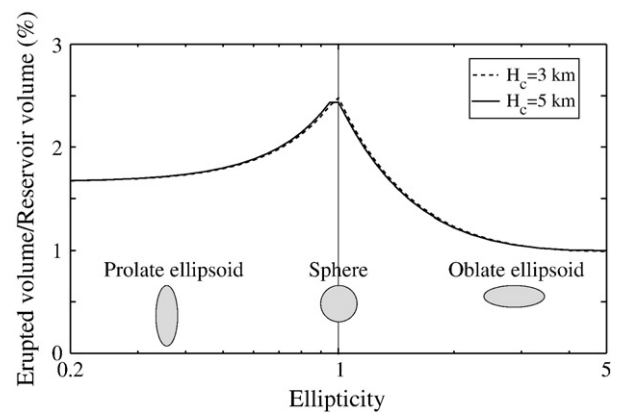


Fig. 8. Proportion of magma lost by a reservoir during a single eruption as a function of the reservoir aspect ratio. Results are shown for incompressible magma stored in a 10 km^3 reservoir. Input parameters and physical properties are given in Table 2. Two different depths (3 km and 5 km) of the reservoir roof are considered. For a spherical reservoir, when the depth increases, the proportion of erupted magma tends to the value for a point source model Mogi (1958).

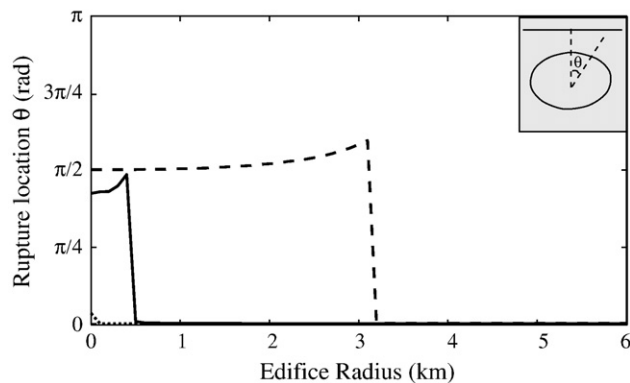


Fig. 9. Location of failure along the reservoir wall (angle θ defined in the inset) as a function of edifice radius for a strato-volcano ($\gamma=0.6$). The reservoir is an axisymmetric ellipsoid with a long-axis width of 1 km located at 2.5 km depth. Results for different reservoir shapes are shown. Solid curve; aspect ratio equal to 1 (sphere). Dotted curve; aspect ratio of 1/2 (vertically-elongated ellipsoid). Dashed curve; aspect ratio of 2 (horizontally-elongated ellipsoid).

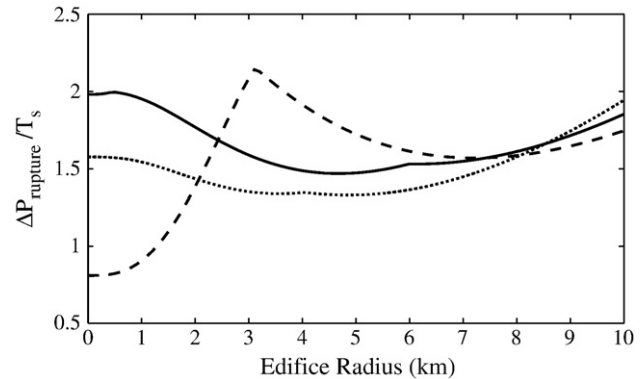


Fig. 11. Threshold magmatic overpressure for eruption $\Delta P_{rupture}$ as a function of edifice radius for a strato-volcano ($\gamma=0.6$). The reservoir is an axisymmetric ellipsoid with a long-axis width of 1 km located at 2.5 km depth. Solid curve; aspect ratio equal to 1 (sphere). Dotted curve; aspect ratio of 1/2 (vertically-elongated ellipsoid). Dashed curve; aspect ratio of 2 (horizontally-elongated ellipsoid).

vertically-elongated (prolate) reservoirs for almost all edifice sizes and $\theta_r \approx \pi/2$ in horizontally-elongated reservoirs. Thus, eruptions are almost always confined to the axial region for the former reservoirs, but not for the latter ones. For horizontally-elongated reservoirs, eruptions proceed from the top of the reservoir (such that $\theta_r = 0$) only beneath large edifices. When the edifice is smaller than a critical size, $\theta_r \approx \pi/2$, implying that magma gets injected in the horizontal direction at the edges of the reservoir, which probably generates a horizontally propagating dyke or a sill instead of an axial eruption. We evaluate this situation below.

The amount of magma lost by the reservoir in a single eruption depends on the pressure decrease between rupture and closure, $\Delta P_e = P_{rupture} - P_{closure}$, which we call the eruption pressure drop. In the elastic limit, for a given reservoir shape, the change of volume is proportional to that of pressure. Fig. 10 shows how ΔP_e varies as a function of edifice radius for the same reservoirs as those of Fig. 9. The most telling result is obtained for oblate ellipsoids, which are such that the pressure drop increases slowly as the edifice grows and jumps to a larger value at a critical edifice size. At this critical edifice size, the location of failure on the reservoir walls i.e., θ_r , abruptly drops from $\approx \pi/2$ to zero. A similar trend is observed for spherical reservoirs. In conditions where eruption proceeds from the top of the reservoir, such that $\theta_r = 0$, the eruption pressure drop is constant

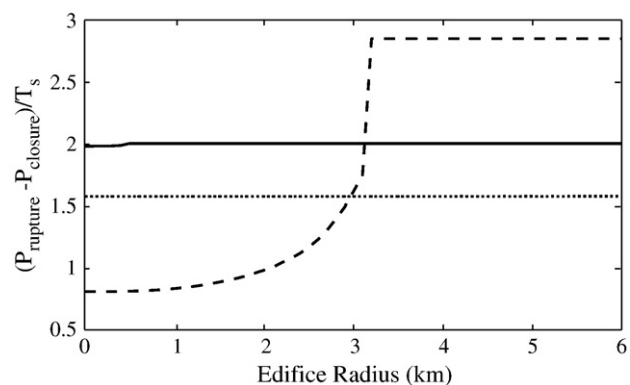


Fig. 10. Pressure drop due to eruption ($P_{rupture} - P_{closure}$) as a function of edifice radius for a strato-volcano ($\gamma=0.6$). The reservoir is an axisymmetric ellipsoid with a long-axis width of 1 km located at 2.5 km depth. Results for different reservoir shapes are shown. Solid curve; aspect ratio equal to 1 (sphere). Dotted curve; aspect ratio of 1/2 (vertically-elongated ellipsoid). Dashed curve; aspect ratio of 2 (horizontally-elongated ellipsoid).

and independent of edifice size. Such conditions are achieved beneath large edifices, which generate a state of compression over a large volume encompassing the reservoir. In the vicinity of the reservoir, the stress field can be split into a remote component due to loading by the large edifice and a local component due to the magma overpressure and the local wall curvature. In the elastic limit, these two components can be considered as independent. Thus, failure of the reservoir walls and closure of feeder dykes correspond to the same pressure change. This reasoning does not apply to cases such that the failure angle varies due to the change of edifice load.

Variations of eruption rate are due to changes of the rupture pressure that are themselves due to changes of edifice size, as discussed above. The volume erupted in a single eruption does not change markedly, however, and it is the replenishment time that varies most markedly (Fig. 11). For large edifices, the rupture pressure depends only weakly on the reservoir shape. Results for spherical and vertically-elongated reservoirs are similar to those for the 2-D case, with a decreasing trend for small edifices followed by an increasing trend once the edifice exceeds a critical size. As a consequence, the eruption rate initially increases and peaks at some value. The edifice radius for the peak eruption rate is shown as a function of reservoir depth in Fig. 12. The peak eruption rate stands as a simple marker in the eruption record that provides constraints on the reservoir and on the connection between source and reservoir.

Once again, it is the oblate (horizontally-elongated) ellipsoid that has the most complex behaviour (Fig. 11). In this case, the rupture pressure begins by increasing in early stages of edifice growth but it is initially much smaller than that for the other reservoir shapes. It peaks when the edifice size reaches some threshold and then decreases, in association with a change of failure location at the reservoir walls. As a consequence, the eruption rate goes through a minimum instead of a maximum. Above the threshold edifice size, wall failure occurs at the axis because the laterally extensive roof has small curvature and cannot withstand the edifice load without flexure. For smaller edifices, however, construction of a central cone is not expected in early stages because wall failure occurs at the lateral edges of the reservoir. We performed additional calculations with eruptive vents that are located above the failure points on the reservoir walls, such that eruptions build up a ring-shaped construct of slope $\alpha=0.6$ with the same diameter as the reservoir. We kept the same reservoir width of 1 km as in Fig. 11. We have considered how the rupture pressure $P_{rupture}$ varies as a function of the erupted volume instead of time and obtained results that are similar for all shapes. The growth of a ring-like edifice soon leads to loading at the axis and hence to rupture at the top of the reservoir instead of the lateral ends.

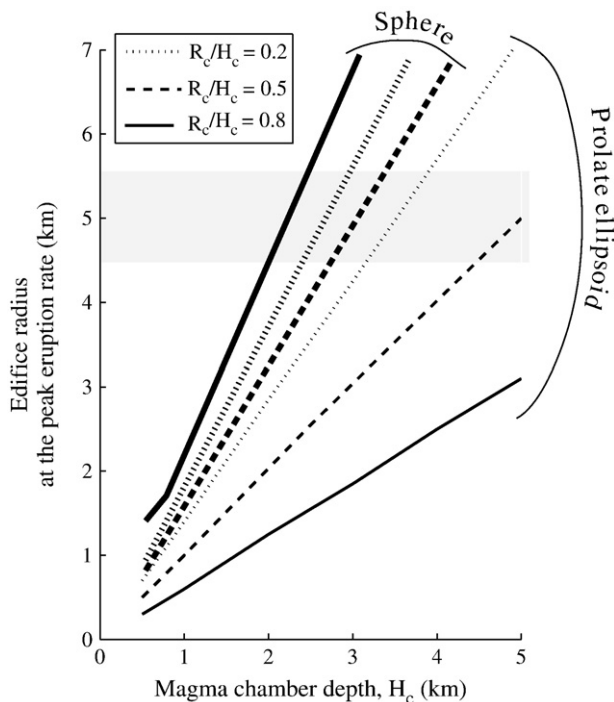


Fig. 12. Edifice radius at the peak eruption rate as a function of reservoir depth for a strato-volcano ($\gamma=0.6$). Thick curves: spherical reservoir for three different values of dimensionless reservoir radius R_c/H_c . Thin curves: reservoir in the shape of a vertically-elongated ellipsoid with an aspect ratio of 1/2 for three different values of dimensionless reservoir radius. The shaded horizontal band represents an upper bound for the edifice radius of Mount Adams at the peak eruption rate during its last cycle of activity.

6. Consequences of edifice destruction

Volcanic edifices can suffer major destructive events, as at Mount St Helens in May 1980 (Pinel and Jaupart, 2005a). In this section, we are only interested in stress changes that are not related to edifice growth. Such changes may be due to flank failure, landslides or modifications of the surface environment such as glacier retreat and the emptying of a summit crater lake. As already proposed by Pinel and Jaupart (2003) and detailed in Appendix A, the variation of rupture pressure that is induced by edifice destruction accounts for the changes of petrological pressure estimates that have been determined at Mount St Helens (Gardner et al., 1995). Such events may either promote or prevent eruption (Pinel and Jaupart, 2005a; Albino et al., 2010) and may affect strongly the erupted volume.

We performed the same calculations as in Fig. 3 but considered that, when the edifice reaches a radius of 3 km, it gets partially destroyed. We assumed that 15% of the edifice was removed at that stage and found that, during the three eruptions that follow, the eruption rate is 40 times larger than before. This acts to rapidly restore the edifice to its original size and volume, and the eruptive sequence returns to the same long-term trend. This is in good agreement with observations (Siebert et al., 1995; Davidson and DeSilva, 2000). For instance, Mount Augustine, Alaska, was repeatedly subjected to flank failure and decapitation events over a 2000 years period, during which time its eruption rate was 10 times larger than normal (Beget and Kienle, 1992). A major reduction of edifice dimensions affects not only the eruption rate but also the equilibrium pressure within the reservoir (as a consequence of the variation of $P_{rupture}$, see Appendix A).

7. Limits of the elastic model with no reservoir growth: two different long-term behaviours

In the calculations presented so far, we have allowed the magmatic system to run until the pressure build-up in the reservoir prevents

flow from the deep magma source. This sequence may get interrupted before that final stage, however, and we discuss under which conditions this may occur. One possibility is that the compressive stress field generated by an edifice can prevent eruption and induce magma storage at shallow crustal levels (Pinel and Jaupart, 2000, 2004a). The feasibility of storage depends on the reservoir pressure and on the density contrast between magma and encasing rocks. In the present model, the reservoir lies in a neutral buoyancy horizon and magma buoyancy depends only on the amount of volatiles in the magma. The critical edifice radius for which magma that leaves the reservoir stalls beneath the surface is shown as a function of reservoir size in Fig. 6. When the edifice reaches this critical size, magma is still fed into the reservoir but cannot remain within it, and yet cannot erupt. Thus, the storage zone gets modified, which may occur either through enlargement of the existing reservoir or through the formation of a secondary shallower reservoir. Which one of the two occurs depends on the reservoir depth. In the latter case, one possible outcome is that the shallow magma intrusions promote edifice destabilisation and partial destruction. For example, the May 1980 Mount St Helens eruption was preceded by the emplacement of a cryptodome (Moore and Albee, 1981). Another possibility is that the magma reservoir gets destroyed because withdrawal proceeds until catastrophic failure of the roof rocks, leading to caldera formation. Pinel and Jaupart (2005b) have shown that this depends on edifice size and have calculated the threshold edifice radius for spontaneous caldera collapse during eruption (Fig. 6).

In the two possible situations that we have just discussed, the dimensions of the edifice and reservoir are set independently of one another. With the model of this paper, we relate edifice growth to the reservoir characteristics and hence can evaluate whether or not the conditions for shallow storage or catastrophic collapse can be reached during an eruption cycle in a self-consistent manner. We use Fig. 6 to discuss various evolutionary scenarios. We define three different critical edifice sizes. One such size corresponds to a reservoir pressure that cannot reach the values required for eruption, so that replenishment and hence eruptive activity stop. A second critical edifice size is such that a shallow region of compression leads to secondary magma storage beneath the surface. Finally, a third critical edifice size is such that the edifice is large enough to induce spontaneous roof collapse during an eruption, which leads to caldera formation. We can only pursue calculations until the edifice reaches the smallest critical size, at which point the model ceases to be valid. For the purposes of illustration, we turn the argument around and determine the critical reservoir radius as a function of edifice size for each situation, because it is the edifice size that can be determined from field observations. Results depend on the reservoir depth scaled to the reservoir radius. Critical values of the reservoir radius, noted R_{crit} , are shown in Fig. 6. If the reservoir radius is below critical, volcanic activity will eventually cease because the magma pressure is no longer sufficient to cause rupture of the reservoir walls. If the reservoir radius is above critical, edifice growth eventually leads to the extension of the magma storage system, through either the enlargement of the existing reservoir or the formation of secondary, and shallower, reservoir. The critical reservoir radius decreases with increasing reservoir depth (i.e. for decreasing R_c/H_c). It also increases for increasing magma volatile content as well as for increasing source pressure P_s . The latter two effects stem from enhanced magma input rates into the reservoir. As shown in Fig. 6, the conditions for spontaneous caldera formation are never achieved: calculations predict that volcanic activity ceases before the edifice becomes large enough to induce catastrophic roof collapse. Within the framework of this model, therefore, caldera formation is due to either to enlargement of the storage zone or to large amounts of volatiles in the magma. Results for a shield volcanoes (with flank slopes $\alpha=0.1$) lead to similar conclusions but with a smaller critical reservoir radius (Fig. 7).

In the model, the reservoir is only allowed to inflate and deflate elastically and hence is not allowed to grow. Note, however, that due to the edifice load, the operational pressure range for the reservoir evolves with time and does not remain centered at the initial value (taken to be hydrostatic here). Viscoelastic models can account for reservoir growth (Jellinek and DePaolo, 2003) but they share one limitation with elastic ones: they assume that all the magma that is lost from the reservoir erupts at Earth's surface, which may not be true (Dvorak and Dzurisin, 1993; Francis et al., 1993; Pinel and Jaupart, 2000, 2004a; Pedersen and Sigmundsson, 2006; Gudmundsson, 2006). As explained above, viscoelastic deformation must be assessed for realistic variations of replenishment rate that are inevitable for a reservoir that gets pressurized. We have also drawn attention to the fact that the reservoir pressure fluctuates on the rather short timescales of individual replenishment/eruption events. Long-term pressure changes, which are most efficient in promoting viscous relaxation, are associated with edifice growth. An alternative mechanism for reservoir growth, as discussed above, is simply extension by magma intrusions in the brittle regime.

Constraints on the model can be derived from thermal considerations. The magma supply rate must be larger than some minimum value to sustain melt in a reservoir that loses heat to encasing rocks. If the supply rate falls below this critical value, magma will crystallize in the reservoir and the model will cease to be valid. In Appendix B, we estimate the minimum replenishment rate that is required for a permanent melt body. We have shown that the replenishment rate is not fixed by the source only and depends on the reservoir pressure. Thus, thermal stability itself depends on eruptive behaviour, and hence ultimately on edifice growth. The main conclusion from the analysis of thermal constraints is that, when the replenishment rate decreases, volcanic activity may stop before replenishment.

8. Discussion

The conceptually simple model that we have investigated leads to a variety of eruption/storage behaviours depending on the dimension and shape of the reservoir. It emphasizes that magma pressures, as recorded by petrological studies, must remain within a certain range due to two different types of physical constraints. One is that the reservoir pressure cannot exceed the maximum value for eruption and the minimum value for the closure of eruption conduits. The other constraint comes from the hydraulics of the feeding system, where pressures are controlled by the source pressure and must be smaller than some limit value (noted P_{max} here). Our calculations also illustrate why a self-consistent model of a volcanic system must include the growth of an edifice at Earth's surface because it implies changes of pressure in a reservoir, which themselves affect replenishment from the deep magma source. This model is clearly an idealized and highly simplified representation of a true volcanic system and should be built upon by adding other factors and physical effects. New data document the history of recharge and eruption in considerable detail (Ruprecht and Wörner, 2007) and will provide both the framework for and the constraints on more elaborate models.

8.1. The magma source and its hydraulic connection with the reservoir

The pressure of the magma source is a key parameter which controls the time evolution of deformation before an eruption and changes of eruption rate on the longer time scale of a whole eruptive cycle. For a small source pressure, the driving pressure difference for magma flow into the reservoir is small, and reservoir deformation during replenishment follows an exponential law (Fig. 2a). For a large source pressure, deformation increases linearly with time (Fig. 2a) and variations of eruption rate are small. The strength of the hydraulic connection between the magma source and the reservoir, which depends on the width of feeder conduits, controls the duration of

replenishment before an eruption and hence the eruption rate. This parameter thus controls the duration of an eruptive cycle.

We have assumed that the source pressure remains constant and could easily account for some time-dependence at the expense of additional model parameters. For this issue, the key question deals with the magnitude of pressure variations that can occur at the source: if they are small compared to the changes of reservoir pressure that are induced by edifice growth, they would have negligible impact on the model results.

8.2. Long-term eruptive behaviour

Our model provides constraints on several variables that are poorly known such as the strength of the hydraulic connection between source and reservoir and the shape and dimensions of the active magma reservoir. Even though the model is conceptually very simple, it involves many different variables and it is worth recapitulating its main features. The time-variation of eruption rate follows different trends depending on the reservoir shape. For example, the eruption rate increases until it peaks and then decreases for spherical or vertically-elongated reservoirs and has a different evolution for horizontally-elongated ones. The edifice size for the peak eruption rate provides a constraint on the reservoir shape and depth (Fig. 12). A small edifice size for the peak eruption rate is an indication that the reservoir is shallow and/or elongated in the vertical direction. Both the time for the cessation of eruptive activity and the peak eruption rate provide constraints on the characteristics of the hydraulic connection between source and reservoir. As detailed in Appendix B, thermal considerations lead to an upper bound for the repose time between two eruptions, which also constrains the state of the deep magmatic plumbing system. The hydraulic connection has to be strong enough to sustain the minimum input of heat required for a permanent melt reservoir.

8.3. Mount Adams, Cascades

The extensive study by Hildreth and Lanphere (1994) provides eruption rate data at Mount Adams, Washington, USA. This strato-volcano grew in several distinct phases linked to episodes of edifice construction and destruction. There is no evidence for caldera formation and volcanic activity progressively waned after each major cycle of edifice growth. Based on our model, such a behaviour is consistent with a small magma reservoir. The duration of these phases (between 1 and 2.5 ky) as well as the values of eruption rate (between 3 and 5 km³/y) are consistent with the model results shown in Fig. 3, but require a slightly more efficient hydraulic connection between source and reservoir. At Mount Adams, the volume that got erupted in the last cycle of activity was between 60 and 100 km³ which corresponds to a 4.5 to 5.5 km radius strato-volcano (taken here to be with slope $\alpha = 0.6$). This estimate of the final edifice radius provides an upper bound for the edifice radius at which the peak eruption rate has occurred. From Fig. 12, these observations are reproduced by model calculations for either a spherical located at less than 3.5 km depth or a vertically-elongated reservoir.

8.4. Individual eruption characteristics

For an individual replenishment event, the model predicts an exponentially decreasing rate of reservoir pressurization and hence of surface uplift (Eq. (20)), in good agreement with data from several volcanoes. This behaviour has been observed at Grimsvötn, Iceland, in the years following the 1998 eruptions by GPS measurements (Sturkell et al., 2006). InSAR measurements performed at Westdhal volcano, Alaska, show a similar behaviour over a 9 years period, with a characteristic time constant of about 6 years (Lu et al., 2000; Lu and Masterlark, 2003; Lu et al., 2003). Using a simple damage model for

host rocks around the reservoir, Lengliné et al., (2008) found that the rate of seismicity should also increase exponentially and verified that this was consistent with data from three different basaltic volcanoes with a similar time constant of a few years. This study illustrates how the rate of seismicity can be used to track stress changes around a swelling reservoir and hence allow hazard assessment in volcanic areas.

8.5. Constraints on physical properties: strength of rocks and magma compressibility

The surface displacement induced by the eruption pressure drop in a reservoir is proportional to the rocks tensile strength T_s as shown in Eq. (14). It is also inversely proportional to the rocks Young's modulus E (see Mogi's (1958) formulation for the point source solution for instance). This surface displacement measured during an eruption can be used to estimate the ratio T_s/E . This can be very useful as the large-scale effective tensile strength of the reservoir walls is difficult to determine. The in-situ value of Young's modulus can be estimated from seismic data (Currenti et al., 2007) or through mechanical deformation models (Pinel et al., 2007). If the ratio T_s/E is known, surface displacement data bring constraints on the reservoir shape and depth. Knowledge of threshold pressures for dyke inception and closure at the reservoir walls provides additional information on the reservoir size. Such information is almost impossible to derive from the measured displacement, as discussed by McTigue (1987).

The total amount of magma erupted in an eruption and the replenishment time both depend on magma compressibility (Eqs. (17) and (23)), and hence can be used to infer this key magma property.

9. Conclusion

Conditions for magma storage and eruption evolve gradually as the upper crustal stress field changes due to growth of an edifice at Earth's surface. Predictions of a simple elastic model for the behaviour of a magma reservoir connected to a deep magma source are in good agreement with short-term geophysical measurements preceding and following a single eruptive event. Extended to a whole eruptive cycle encompassing many eruptions and large changes of edifice size, the same model leads to changes of eruption rate that are specific to the dimensions and location of the reservoir and to the strength of the hydraulic connection between the deep source of magma and the reservoir. This study suggests that variations of eruption rate are not necessarily due to changes of magma production rate in the source region.

The model emphasizes that the important facts that eruption out of a reservoir requires a minimum magma pressure and that magma pressures cannot reach arbitrary values in a hydraulic system. This statement is valid whether or not the reservoir remains connected to a deep magma source at all times.

Acknowledgments

This study was supported by EU project VOLUME (Contract 18471). We are very grateful for helpful reviews from Catherine Annen and Gerhard Wörner.

Appendix A. Magma storage beneath Mount St Helens

Petrological studies of erupted lavas provide information on the (P,T) conditions of magma storage beneath Mount St Helens over a few thousand years (Gardner et al., 1995). These data define two almost identical eruptive cycles with pressure going up and down between values of about 160 to 300 MPa (Fig. 13). Each cycle began with a large and rapid pressure drop associated with a very large eruption (Yn from

the Smith Creek eruptive period and Wn from the Kalama period), followed by smaller eruptions associated with weak pressure changes. The two cycles are separated by a lull in explosive activity that lasted ≈ 1000 years between the Bi (Castle Creek period) and Wn (Kalama period) events, during which time the volcano issued lava flows and domes and built most of the present-day stratocone. This transition phase was characterized by a large pressure increase which brought pressure back to the value recorded at the beginning of the earlier cycle (Yn eruption). The data can be explained in various ways, as discussed in Pinel and Jaupart (2003). We need not repeat these arguments here and evaluate briefly two possibilities.

A key issue deals with the relationship between pressure and depth. One explanation is that pressure changes are due to changes in the depth of the magma reservoir. This depth is determined by assuming that storage is achieved at a lithostatic pressure and furthermore that an eruption is triggered by a negligible overpressure (and hence negligible deformation). It is difficult, however, to explain why and how the storage zone can become shallower in a few years only, between the Yn–Ye and Wn–We eruptions. Pinel and Jaupart (2003) have also discussed the systematic changes of magma composition that are associated with pressure changes. At Mount St Helens, the systematic trend is that the more evolved the magma, the larger the petrological pressure (Hopson and Melson, 1980; Gardner et al., 1995). How more primitive magmas can get stored at shallower levels than more evolved, and hence more buoyant, ones is not obvious. An alternative explanation, put forward by Pinel and Jaupart (2003), is that the storage zone does not move and that pressure variations are due to changes of the rupture pressure due to edifice growth or destruction. This model accounts for many features of the data, as explained below, and led to a specific prediction which has been validated by studies of the new lava that bled from Mount St Helens during its recent burst of activity.

In the model of Pinel and Jaupart (2003), the threshold overpressure for eruption increases as the edifice grows and, conversely, decreases if the edifice gets destroyed. This is consistent with available information. One implication is that a pressure increase takes much longer than a pressure decrease, as observed. From the Bi to the Wn eruptions, Mount St Helens issued voluminous flows and domes, buried older deposits and built the modern edifice that is still

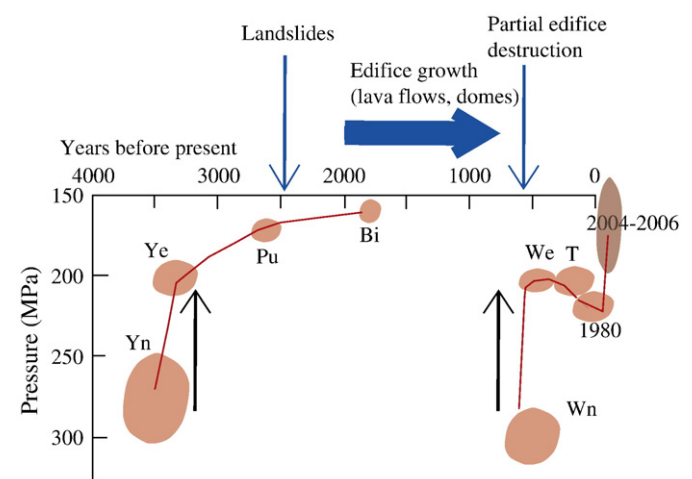


Fig. 13. Evolution of pre-eruptive pressure determined by petrological studies at Mount St Helens during the last 4000 years, modified from Gardner et al. (1995). Pressure values for the 2004–2006 period are from Rutherford and Devine (2008). For a detailed description of the eruptive history of Mount St Helens see Hopson and Melson (1980): Yn and Ye are eruptive events of the Smith Creek eruptive period, Pu belongs to the Pine Creek period, Bi to the Castle Creek period, Wn and We to the Kalama period and T to the Goat Rocks period.

standing today (if partially destroyed) (Hopson and Melson, 1980; Mullineaux and Crandell, 1981). During that time, the recorded pressure increased by ≈ 100 MPa (Fig. 13). Conversely, a landslide decapitated the Mount St. Helens edifice at the end of the Pine Creek period (Hausback and Swanson, 1990), after the *Pu* eruption (Fig. 13). The next eruption (*Bi*) is indeed associated with a smaller petrological pressure, as expected. Similarly, the voluminous *Wn* eruption generated a large crater (>500 m deep) and hence resulted in partial edifice destruction (Hopson and Melson, 1980; Carey et al., 1995). This was followed by a decrease in the pressure recorded. A last example is provided by the 1980 eruption, which decapitated part of the present edifice. Lavas from the eruption that followed came from a storage pressure in a 130–200 MPa range (Rutherford and Devine, 2008) corresponding to the smallest values recorded.

According to our model, eruptions with the smallest edifice load are associated with the smallest values of reservoir overpressure and hence the smallest values of the petrological pressure. Thus, such values are closest to the local pressure in country rock around the reservoir unaffected by the edifice load, which may be assumed to be lithostatic. At Mount St Helens, the petrological pressure estimates for the latest erupted magma batch (130–200 MPa) (Rutherford and Devine, 2008) corresponds to depth in a 4–6 km range (assuming lithostatic conditions). This is consistent with precise localization studies of earthquakes associated with recent inflation and intrusion beneath Mount St Helens, which indicate that magma storage occurs at 5.5–6 km depth (Moran, 1994; Musumeci et al., 2002).

Appendix B. Thermal considerations

From a thermal standpoint, a magma reservoir is losing heat to older country rock and gets heated by new magma coming from a deep source. Annen et al. (2008) derived the following equation for the input rate that is required to sustain partially-crystallized magma at temperature T_{cr} in a reservoir:

$$q(t) = \frac{4\pi k R_c (T_{cr} - T_{\infty})}{\rho_m (c_p (T_{inj} - T_{cr}) + fL)} \operatorname{erfc} \left(\frac{R_c}{2} \sqrt{\frac{\rho c_p}{kt}} \right)^{-1}, \quad (\text{B.1})$$

where T_{inj} and T_{∞} stand for the temperatures of the injected magma and of the far-field encasing rocks, respectively, and where c_p is the magma heat capacity, f is the crystal fraction at T_{cr} , k is thermal

Table 3

Parameters and physical properties used in thermal calculation (from Annen et al., 2008).

Temperature of injected magma (K)	T_{inj}	1260
Temperature at which magma is crystallized (K)	T_{cr}	875
Temperature of the far-field medium (K)	T_{∞}	$273 + 20H_c$
Magma heat capacity (J/kg K)	c_p	1000
Latent heat (J/kg)	L	3×10^5

conductivity and L latent heat. For large times, a steady-state is reached and the minimum supply rate is:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} q_{\min}(t) = \frac{4\pi k R_c (T_{cr} - T_{\infty})}{\rho_m (c_p (T_{inj} - T_{cr}) + fL)} \quad (\text{B.2})$$

Fig. 14 shows the minimum replenishment rate at steady-rate for the parameter values listed in Table 3.

In our mechanical model, the reservoir volume is almost constant through time, save for elastic inflation and deflation. From Fig. 14, the minimum replenishment rate required to sustain a steady-state reservoir is $\approx 0.6 \text{ km}^3/\text{ky}$ for spherical reservoir with 400 m radius and increases exponentially as a function of reservoir radius. From the data listed in Table 1, some eruption rates are so small that they are probably less than the minimum replenishment rate for a steady-state reservoir. One possibility is that the volcanic system is waning due to source exhaustion. The other possibility is that the eruption rate is smaller than the replenishment rate, implying that the reservoir is growing. In our model, the eruption rate, and hence the replenishment rate, eventually decrease and probably go through the minimum value required for thermal stability, so that volcanic activity stops due magma freezing. For the calculation presented in Fig. 5 and the input parameters of Table 3, for a reservoir radius of 200 m, activity would cease after 2000 years due to reservoir cooling instead of 3000 years due to pressure changes only.

As previously discussed (Section 3), for a spherical chamber, the erupted volume does not vary much from one eruption to the next. Combining Eqs. (15) and (B.2), we can estimate the maximum repose time between two consecutive eruptions. Some results are shown in Fig. 15. If the repose time increases, magma in the reservoir will cool down and crystallize, and our model will cease to be valid.

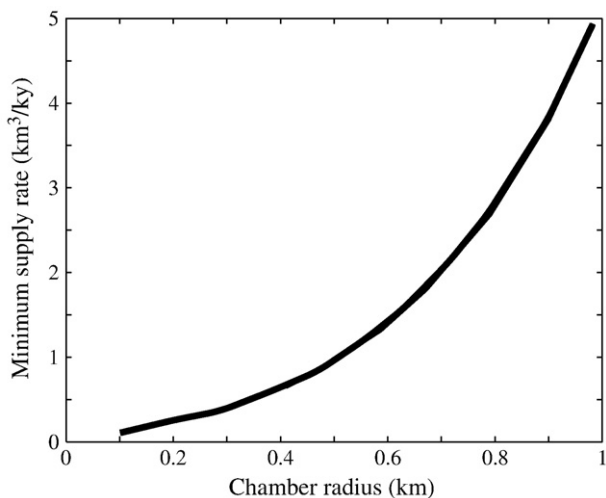


Fig. 14. Minimum replenishment rate required to maintain melt in a reservoir as a function of reservoir radius.

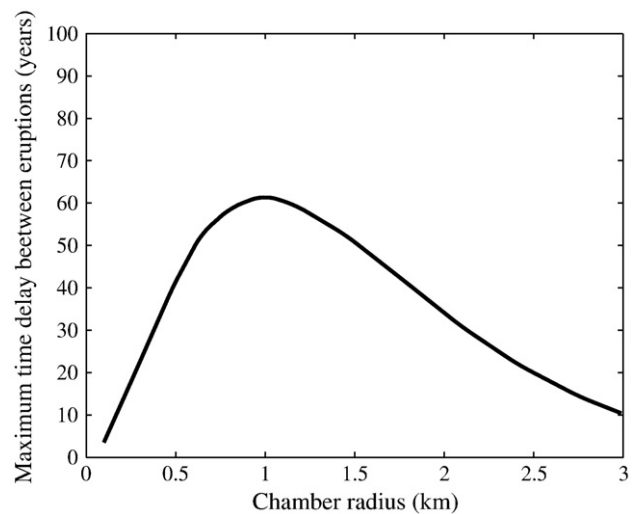


Fig. 15. Maximum repose time between two eruptions required to maintain melt in a reservoir as a function of reservoir radius. Calculations were made with the assumption that 5% of the reservoir volume is lost during an eruption.

References

- Albino, F., Pinel, V., Sigmundsson, F., 2002. Influence of surface load variations on eruption likelihood: Application to two Icelandic subglacial volcanoes, Grímsvötn and Katla. *Geophys. J. Int.* 181, 1510–1524. doi:10.1111/j.1365-246X.2010.04603.x.
- Annen, C., Pichavant, M., Bachman, O., Burgisser, A., 2008. Conditions for the growth of a long-lived shallow crustal magma chamber below Mount Pelee volcano (Martinique, Lesser Antilles Arc). *J. Geophys. Res.* 113, b07209. doi:10.1029/2007JB005049.
- Ban, M., Yamamoto, T., 2002. Petrological study of Nasu-Chausudake Volcano (ca. 16 ka to Present), Northeastern Japan. *Bull. Volcanol.* 64, 100–116.
- Beget, J.E., Kienle, J., 1992. Cyclic formation of debris avalanches at Mount St Augustine volcano. *Nature* 356, 701–704.
- Breton Gonzalez, M., Ramirez, J.J., Navarón, C., 2002. Summary of the historical eruptive activity of Volcan Colima, Mexico 1519–2000. *J. Volcanol. Geotherm. Res.* 117, 21–46.
- Burnham, C.W., Jahns, R.H., 1962. A method for determining the solubility of water in silicate melts. *Am. J. Sci.* 260, 721–745.
- Carey, S., Gardner, J., Sigurdsson, H., 1995. The intensity and magnitude of Holocene plinian eruptions from Mount St. Helens volcano. *J. Volcanol. Geotherm. Res.* 66, 185–202.
- Currenti, G., Del Negro, C., Ganci, G., 2007. Modelling of ground deformation and gravity fields using finite element method: an application to Etna volcano. *Geophys. J. Int.* 169, 775–786.
- Dahm, T., 2000. Numerical simulations of the propagation path and the arrest of fluid-filled fractures in the Earth. *Geophys. J. Int.* 141, 623–638.
- Davidson, J., DeSilva, S., 2000. Composite volcanoes. In: Sigurdsson, H. (Ed.), *Encyclopedia of volcanoes*. Academic Press, London. 663–682 pp.
- Druitt, T.H., Edwards, L., Mellors, R.M., Pyle, D.M., Sparks, R.S.J., Lanphere, M., Davies, M., Barreiro, B., 1999. Santorini Volcano: Geological Society, London, Memoirs, 19.
- Dvorak, J.J., Dzurisin, D., 1993. Variations in magma supply rate at Kilauea volcano, Hawaii. *J. Geophys. Res.* 98, 22,255–22,268.
- Dvorak, J.J., Okamura, A.T., 1987. A hydraulic model to explain variations in summit tilt rate at Kilauea and Mauna Loa volcanoes. *Volcanism in Hawaii: US Geological Survey Professional Paper*, 1350. 1,281–1,296 pp.
- Elder, J.W., 1978. Magma Traps: Part I and II.
- Endo, E.T., Malone, S.D., Nosen, L.L., W.C.S., 1981. Locations, magnitudes, and statistics of the March 20–May 18 earthquake sequence. In: Lipman, P.W., Mullineaux, D.R. (Eds.), *The 1980 eruptions of Mount St. Helens*, Washington: US Geological Survey Professional Paper, 1250. 93–107 pp.
- Francis, P., Oppenheimer, C., Stevenson, D., 1993. Endogenous growth of persistently active volcanoes. *Nature* 366, 554–557.
- Garcia, M.O., Pietruszka, A.J., Rhodes, J.M., 2003. A petrological perspective of Kilauea volcano's summit magma reservoir. *J. Petrol.* 44, 2,313–2,339.
- Gardner, J.E., Rutherford, M., Carey, S., Sigurdsson, H., 1995. Experimental constraints on pre-eruptive water contents and changing magma storage prior to explosive eruptions of Mount St Helens volcano. *Bull. Volcanol.* 57, 1–17.
- Gudmundsson, A., 2006. How local stresses control magma-chamber ruptures, dyke injections, and eruptions in composite volcanoes. *Earth Sci. Rev.* 79, 1–31.
- Hall, M.L., Robin, C., Beate, B., Mothes, P., Monzier, M., 1999. Tungurahua Volcano, Ecuador: structure, eruptive history and hazards. *J. Volcanol. Geotherm. Res.* 91, 1–21.
- Hausback, B.P., Swanson, D.A., 1990. Record of prehistoric debris avalanches on the north flank of Mount St. Helens volcano, Washington. *Geosci. Can.* 17, 142–145.
- Hildreth, W., 1981. Gradients in silicic magma chambers: implications for lithospheric magmatism. *J. Geophys. Res.* 86, 10,153–10,192.
- Hildreth, W., Lanphere, M.A., 1994. Potassium–argon geochronology of a basalt–andesite–dacite arc system: the Mount Adams volcanic field, Cascade Range of southern Washington. *Geol. Soc. Am. Bull.* 106, 1,413–1,429.
- Hopson, C.A., Melson, W.G., 1980. Compositional trends and eruptive cycles at Mount St. Helens. *Geosci. Can.* 17, 131–141.
- Hora, J.M., Singer, B.S., Wörner, G., 2007. Volcano evolution and eruptive flux on the thick crust of the Andean Central Volcanic Zone: $^{40}\text{Ar}/^{39}\text{Ar}$ constraints from Volcán Parícuta, Chile. *GSA Bull.* 119, 343–362.
- Huppert, H., Woods, A.W., 2002. The role of volatiles in magma chamber dynamics. *Nature* 420, 493–495.
- Hurwitz, D.M., Long, S.M., Grosfils, E.B., 2009. The characteristics of magma reservoir failure beneath a volcanic edifice. *J. Volcanol. Geotherm. Res.* 188, 379–394. doi:10.1016/j.jvolgeores.2009.10.004.
- Jellinek, A.M., DePaolo, D.J., 2003. A model for the origin of large silicic magma chambers: precursors of caldera-forming eruptions. *Bull. Volcanol.* 65, 363–381. doi:10.1007/s00444-003-0277-y.
- Jellinek, A.M., Manga, M., Saar, M.O., 2004. Did melting glaciers cause volcanic eruptions in eastern California? Probing the mechanics of dike formation. *J. Geophys. Res.* 109, b09206. doi:10.1029/2004JB002978.
- Johnson, D.J., 1992. Dynamics of magma storage in the summit reservoir of Kilauea Volcano, Hawaii. *J. Geophys. Res.* 97, 1,807–1,820.
- Johnson, D.J., Sigmundsson, F., Delaney, P.T., 2000. Comment of “Volume of magma accumulation or withdrawal estimated from surface uplift or subsidence, with application to the 1960 collapse of Kilauea volcano” by P. T. Delaney and D. F. McTigue. *Bull. Volcanol.* 61, 491–493.
- Kavanagh, J.L., Menand, T., Sparks, S., 2006. An experimental investigation of sill formation and propagation in layered media. *Earth Planet. Sci. Lett.* 245, 799–813.
- Kervyn, M., Ernst, G.G.J., van Wryk de Vries, B., Mathieu, L., Jacobs, P., 2009. Volcano load control on dyke propagation and vent distribution: insights from analogue modeling. *J. Volcanol. Geotherm. Res.* 114, b03401. doi:10.1029/2008JB005653.
- Lénat, J.-F., Bachèlery, P., 1988. Dynamics of magma transfert at Piton de la Fournaise volcano (Réunion Island, Indian Ocean), in: *Modeling of Volcanic processes* edited by C.-Y. King and R. Scarpa, Fried. Vieweg, und Sohn, Brunswick, Germany, pp. 57–72.
- Lengliné, O., Marsan, D., Got, J.-L., Pinel, V., Ferrazzini, V., Obuko, P.G., 2008. Seismicity induced by magma accumulation at three basaltic volcanoes. *J. Geophys. Res.* 113, B12305. doi:10.1029/2008JB005937.
- Lister, J.R., Kerr, R.C., 1991. Fluid-mechanical models of crack propagation and their application to magma transport in dykes. *J. Geophys. Res.* 96, 10,049–10,077.
- Lu, Z., Masterlark, T., 2003. Magma supply dynamics of Okmok volcano inferred from interferometric SAR: *Eos. Trans. AGU*, 87, fall. Meet. Suppl., Abstract V51J-0403.
- Lu, Z., Wicks, C., Dzurisin, D., Thatcher, W., Freymueller, J.T., McNutt, S.R., Mann, D., 2000. Aseismic inflation of Westdahl volcano, Alaska revealed by satellite radar interferometry. *Geophys. Res. Lett.* 27, 1,567–1,570.
- Lu, Z., Masterlark, T., Dzurisin, D., 2003. Magma supply dynamic at Westdahl volcano, Alaska modeled from satellite radar interferometry. *J. Geophys. Res.* 108 (B7), 2354. doi:10.1029/2002JB002311.
- Marsh, B.D., Carmichael, I.S.E., 1974. Benioff zone magmatism. *J. Geophys. Res.* 79, 1,196–1,206.
- Marzocchi, W., Sandri, L., Gasparini, P., Newhall, C., Boschi, E., 2004. Quantifying probabilities of volcanic events: the example of volcanic hazard at Mount Vesuvius. *J. Geophys. Res.* 109, b11201. doi:10.1029/2004JB003155.
- McTigue, D.F., 1987. Elastic stress and deformation near a finite spherical magma body: resolution of the point source paradox. *J. Geophys. Res.* 92, 12,931–12,940.
- Mendoza-Rosas, A.T., De la Cruz-Reyna, S., 2008. A statistical method linking geological and historical eruption time series for volcanic hazard estimations: applications to active polygenetic volcanoes. *J. Volcanol. Geotherm. Res.* 176, 277–290.
- Miyasaka-Amma, M., Nakagawa, M., 2003. Evolution of deeper basaltic and shallower andesitic magmas during the AD 1469–1983 Eruption of Miyake-Jima Volcano, Izu-Mariana Arc: inferences from temporal variations of mineral compositions in crystal clots. *J. Petrol.* 44, 2,113–2,138.
- Mogi, K., 1958. Relations between the eruptions of various volcanoes and the deformations of the ground surfaces around them. *Bull. Earthquake Res. Inst., Univ. Tokyo* 36, 99–134.
- Moore, J.G., Albee, W.C., 1981. Topographic and structural changes, March–July 1980 – photogrammetric data. In: Lipman, P.W., Mullineaux, D.R. (Eds.), *The 1980 eruptions of Mount St. Helens*, Washington: US Geological Survey Professional Paper, 1250. 123–134 pp.
- Moran, S.C., 1994. Seismicity at Mount St. Helens, 1987–1992: evidence for repressurization of an active magmatic system. *J. Geophys. Res.* 99, 4,341–4,354.
- Muller, J.R., Ito, G., Martel, S.J., 2001. Effects of volcano loading on dike propagation in an elastic half-space. *J. Geophys. Res.* 106, 11,101–11,113.
- Mullineaux, D.R., Crandell, D.R., 1981. The eruptive history of Mount St. Helens. In: Lipman, P.W., Mullineaux, D.R. (Eds.), *The 1980 eruptions of Mount St. Helens*, Washington: US Geological Survey Professional Paper, 1250. 3–15 pp.
- Musumeci, C., Gresta, S., Malone, S.D., 2002. Magma system recharge of Mount St. Helens from precise relative hypocenter location of microearthquakes. *J. Geophys. Res.* 107, 2264. doi:10.1029/2001JB000629.
- Pedersen, R., Sigmundsson, 2006. Temporal development of the 1999 intrusive episode in the Eyjafjallajökull volcano, Iceland, derived from InSAR images. *Bull. Volcanol.* 68, 377–393.
- Peltier, A., Famin, V., Bachèlery, P., Cayol, V., Fukushima, Y., Staudacher, T., 2008. Cyclic magma storages and transfers at Piton de la Fournaise volcano (La Réunion hotspot) inferred from deformation and geochemical data. *Earth Planet. Sci. Lett.* 270, 180–188.
- Pinel, V., Jaupart, C., 2000. The effect of edifice load on magma ascent beneath a volcano. *Philos. Trans. R. Soc. Lond. A* 358, 1,515–1,532.
- Pinel, V., Jaupart, C., 2003. Magma chamber behavior beneath a volcanic edifice. *J. Geophys. Res.* 108 (B2), 2072. doi:10.1029/2002JB001751.
- Pinel, V., Jaupart, C., 2004a. Likelihood of basaltic eruptions as a function of volatile content and volcanic edifice size. *J. Volcanol. Geotherm. Res.* 137, 201–217. doi:10.1016/j.jvolgeores.2004.05.010.
- Pinel, V., Jaupart, C., 2004b. Magma storage and horizontal dyke injection beneath a volcanic edifice. *Earth Planet. Sci. Lett.* 221, 245–262. doi:10.1016/j.epsl.2004.01.031.
- Pinel, V., Jaupart, C., 2005a. Some consequences of volcanic edifice destruction for eruption conditions. *J. Volcanol. Geotherm. Res.* 145, 68–80. doi:10.1016/j.jvolgeores.2005.01.012.
- Pinel, V., Jaupart, C., 2005b. Caldera formation by magma withdrawal from a reservoir beneath a volcanic edifice. *Earth Planet. Sci. Lett.* 230, 273–287. doi:10.1016/j.epsl.2004.11.016.
- Pinel, V., Sigmundsson, F., Sturkell, E., Geirsson, H., Einarsson, P., Gudmundsson, M.T., Högnadóttir, T., 2007. Discriminating volcano deformation due to magma movements and variable surface loads: application to Katla subglacial volcano, Iceland. *Geophys. J. Int.* 169, 325–338.
- Ruprecht, P., Wörner, G., 2007. Variable regimes in magma systems documented in plagioclase zoning patterns: El Misti stratovolcano and Andahua monogenetic cones. *J. Volcanol. Geotherm. Res.* 165, 142–162.
- Rutherford, M.J., Devine, J.D., 2008. Magmatic conditions and processes in the storage zone of the 2004–2006 Mount St Helens dacite. In: Sherrod, D.R., Scott, W.E., Stauffer, P.H. (Eds.), *A volcano rekindled: The renewed eruption of Mount St. Helens, 2004–2006*. U.S. Geological Survey Professional Paper, 1750. 703–725 pp.
- Siebert, L., Beget, J.E., Glicken, H., 1995. The 1883 and late-prehistoric eruptions of Augustine volcano, Alaska. *J. Volcanol. Geotherm. Res.* 66, 367–395.
- Singer, B.S., Thompson, R.A., Dungan, M.A., Feeley, T.C., Nelson, S.T., Pickens, J.C., Brown, L.L., Wulff, A.W., Davidson, J.P., Metzger, J., 1997. Volcanism and erosion during the past 930 k.y. at the Tatará–San Pedro complex, Chilean Andes. *GSA Bull.* 109, 127–142.

- Sturkell, E., Einarsson, P., Sigmundsson, F., Geirsson, H., Olafsson, H., Pedersen, R., de Zeeuw-van Dalfsen, E., Linde, A.T., Sacks, S.I., Stefansson, R., 2006. Volcano geodesy and magma dynamics in Iceland. *J. Volcanol. Geotherm. Res.* 150, 14–34.
- Taisne, B., Jaupart, C., 2009. Dyke propagation through layered rocks. *J. Geophys. Res.* 114, b09203. doi:10.1029/2008JB006228.
- Tait, S., Jaupart, C., Vergnolle, S., 1989. Pressure, gas content and eruption periodicity of a shallow, crystallising magma chamber. *Earth Planet. Sci. Lett.* 92, 107–123.
- Tanguy, J.C., Kieffer, G., 1993. Les éruptions de l'Etna et leurs mécanismes. *Mém. Soc. Géol. Fr.* 163, 239–252.
- Thouret, J.-C., Finizola, A., Fornari, M., Legeley-Padovani, A., Suni, J., Frechen, M., 2001. Geology of El Misti volcano near the city of Arequipa, Peru. *GSA Bull.* 113, 1593–1610.
- Thouret, J.-C., Rivera, M., Wörner, G., Gerbe, M.-C., Finizola, A., Fornari, K., Gonzales, M., 2005. Ubinas: the evolution of the historically most active volcano in southern Peru. *Bull. Volcanol.* 67, 557–589.
- Touloukian, Y.S., Judd, W.R., Roy, R.F., 1981. Physical properties of rocks and minerals. Data series on Material properties, vol 1–2. Mc Graw-Hill, New-York.
- Tsukui, M., Sakuyama, M., Koyaguchi, T., Ozawa, K., 1986. Long-term eruption rates and dimensions of magma reservoirs beneath quaternary polygenetic volcanoes in Japan. *J. Volcanol. Geotherm. Res.* 29, 189–202.
- Turner, M.B., Bebbington, M.S., Cronin, S.J., Stewart, R.B., 2009. Merging eruption datasets: building an integrated Holocene eruptive record of Mt Taranaki, New Zealand. *Bull. Volcanol.* 71, 903–918. doi:10.1007/s00445-009-0274-x.
- Wadge, G., 1980. Output rate of magma from active central volcanoes. *Nature* 288, 253–255.
- Wadge, G., 1982. Steady state volcanism: evidence from eruption histories of polygenetic volcanoes. *J. Geophys. Res.* 87, 4035–4049.
- Watanabe, T., Koyaguchi, T., Seno, T., 1999. Tectonic stress controls on ascent and emplacement of magmas. *J. Volcanol. Geotherm. Res.* 91, 65–78.
- Yang, X., Davis, P.M., Delaney, P.T., Okamura, A.T., 1992. Geodetic analysis of dike intrusion and motion of the magma reservoir beneath the summit of Kilauea Volcano, Hawaii: 1970–1985. *J. Geophys. Res.* 97, 3305–3324.

Chapitre 3

DEFORMATION DE SURFACE INDUITE PAR DES PERTURBATIONS DE L'ÉCOULEMENT DE MAGMA DANS UN CONDUIT VOLCANIQUE

3.1 Introduction

Les volcans andésitiques font références aux larges édifices situés en zone de subduction. Parmi les volcans les plus connus, nous pouvons citer le Mont St Helens (Cascades, USA), le Pinatubo (Philippines) ou le Mont Fuji (Japon). Les produits émis en surface sont différenciés et possèdent des teneurs en silice intermédiaires (SiO_2 : 57-63 %). Cette composition implique un mode de stockage et de mise en place qui permet cette différenciation. Les éruptions volcaniques alternent entre des périodes extrusives en relation avec la mise en place de dômes de lave au sommet du volcan et des phases explosives avec l'émission de coulées pyroclastiques. Ces éruptions andésitiques peuvent être très meurtrières, comme cela fut le cas pour l'éruption de la Montagne Pelée en 1902, qui détruisit la ville de St Pierre (Martinique) et fit près de 29000 morts.

Dans ce contexte, un modèle conceptuel propose une connection entre le réservoir magmatique et la surface à travers un conduit permanent (Wilson et al., 1980; Jaupart, 1996). Le transport de magma dans ce conduit volcanique est associé à des processus physiques complexes. Ainsi, sur plus de deux décennies, les auteurs se sont intéressés à développer des modèles pour caractériser la dynamique de l'écoulement de magma (Slezin, 1983; Woods, 1995; Sparks, 1997; Massol et al., 2001; Melnik & Sparks, 2002; Collier & Neuberg, 2006; Collombet, 2009). Les premiers modèles physiques ont insisté sur l'importance des volatiles dans la dynamique de l'écoulement. Ils ont montré que des processus de dégazage ont lieu lors de la remontée du magma (Jaupart & Allegre, 1991), provoquant la cristallisation du magma (Cashman & Blundy, 2000; Blundy & Cashman, 2005). Cette perte de gaz est supportée également par des études pétrologiques (Eichelberger et al., 1986; Westrich et al., 1988), isotopiques (Taylor et al., 1983) ainsi que l'observation des fumerolles (Heiken, 1988).

Cela a conduit à ouvrir un large champ d'étude qui s'est intéressé à modéliser les effets du dégazage et de la cristallisation sur la dynamique éruptive (Sparks, 1997; Melnik & Sparks, 1999; Barmin et al., 2002; Melnik & Sparks, 2002, 2005). Cette connaissance est primordiale dans la compréhension du dynamisme éruptif en surface et dans les transitions entre les différents styles éruptifs (Jaupart & Allegre, 1991). Ces modèles ont illustré notamment des comportements de l'écoulement non linéaires causés lors des changements de rhéologie du magma. En effet, la perte de volatiles et la cristallisation sont des processus qui provoquent tout deux l'augmentation de viscosité du magma (Shaw, 1963; Lejeune & Richet, 1995; Hess & Dingwell, 1996; Richet et al., 1996) (Fig. 3.1).

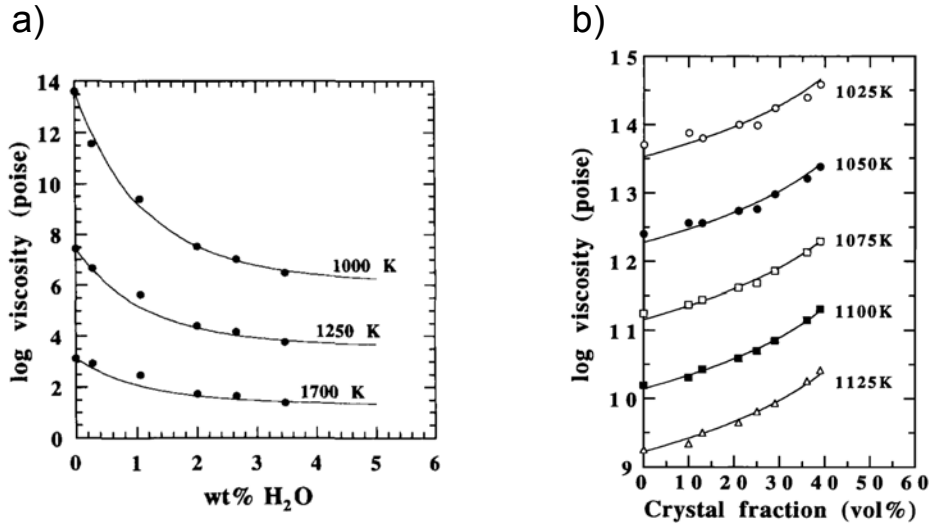


FIG. 3.1 – a) From Richet et al. (1996), viscosity of synthetic andesites as a function of water content at three temperatures. Circles are values constrained by the Tammann-Vogel-Fulcher (TVF) equations and solid lines are by model equations (see Richet et al. (1996) for detail). b) From Lejeune & Richet (1995), viscosity of $Mg_3Al_2Si_3O_{12}$ melt as a function of crystal fraction at the temperatures indicated. Symbols indicated experimental data interpolated and curves is calculated from a model equation (see Lejeune & Richet (1995) for detail).

La viscosité peut augmenter de plusieurs ordres de grandeur lors du dégazage du magma (Sparks, 1997), conduisant à la mise en place d'un corps plus visqueux, appelé plug, dans la partie supérieure du conduit volcanique (Lensky et al., 2008; Iverson et al., 2006; Diller et al., 2006). L'apparition et l'évolution de ce plug provoquent des variations dans la dynamique de l'écoulement, notamment dans la distribution de pression dans le conduit, variations qui peuvent être à l'origine de déformations en surface.

La mesure des précurseurs, sismicité et déformation, et leur comparaison avec des modèles de déformation sont nécessaires à la compréhension de la dynamique du conduit. Cependant, une des difficultés de ce contexte volcanique provient de la multiplicité des sources à l'origine des observables. En plus des modifications de l'écoulement de magma dans le conduit volcanique, la déformation peut être la conséquence des variations de pression dans le réservoir magmatique ou de la dynamique du dôme en surface.

L'exemple du volcan andésitique Soufrière Hills situé à Montserrat permet d'illustrer ces différentes sources de déformation (Fig. 3.2). L'amplitude et la période des variations du champ de déplacements permet de discriminer au premier ordre les processus. Alors qu'une évolution mensuelle ou annuelle de la déformation est reliée à la dynamique du réservoir magmatique (Mattioli et al., 1998; Wadge et al., 2006), les cycles très courts, de l'ordre de quelques heures, sont eux attribués à la pressurisation du magma lors de l'écoulement de magma dans le conduit volcanique (Denlinger & Hoblitt, 1999; Voight et al., 1999; Wylie et al., 1999). En complément, des cycles intermédiaires, de plusieurs semaines, ont aussi été identifiés à Montserrat et ont été mis en relation avec la dynamique d'un dyke qui pourrait connecter la chambre magmatique et le conduit cylindrique (Voight et al., 1999; Costa et al., 2007b,a; Hautmann et al., 2009).

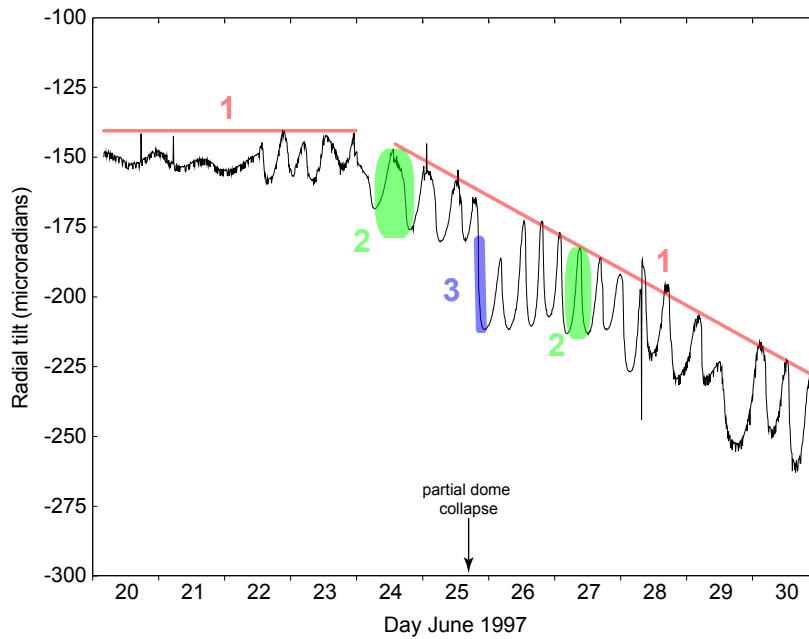


FIG. 3.2 – From Sparks (2003), the tilt pattern at the Soufrière Hills Volcano, Montserrat in June 1997. The tiltmeter was situated at Chances Peak (Fig. 3.15), around 500 m from the centre of the dome. The tilt axis for data shown being approximately radial to the dome centre . Color areas show the different time scales of tilt variations. 1- Red lines : long-term variations (over weeks) with a cumulative amplitude reaching $100 \mu\text{rad}$ for one week ; these displacements have been attributed to magma reservoir pressure change or magma flow in dykes. 2- Green circles : rapid tilt cycles, less than one day, with successions of inflation and deflation phase with an amplitude around $25 \mu\text{rad}$; process is related to the dynamic of the shallow cylindrical conduit. 3- Blue area : very rapid deflation, less than one hour, which occurs during the partial dome collapse of 25 June (see the black arrow).

Pour les déformations induites par l'écoulement, de nombreux modèles sont proposés ; ils utilisent des solutions analytiques (Bonaccorso & Davis, 1999; Nishimura, 2009) ou numériques (Green et al., 2006; Hautmann et al., 2009), mais souvent le couplage entre le magma (fluide) et l'encaissant crustal (solide) n'est pas complètement pris en compte. Certains par exemple considèrent uniquement la contrainte de traction exercée à la paroi, négligeant les gradients de pression du magma.

Dans notre étude, nous travaillerons sur cet aspect de couplage entre magma et encaissant en réalisant un modèle de plug qui prend en compte le champ de contrainte total causé par l'écoulement ainsi que la déformation de la paroi du conduit. Considérant comme état de référence un écoulement de magma de viscosité constante, nous quantifierons le déplacement de surface induit par cette augmentation de viscosité du magma au sommet du conduit. Nous évaluerons également la détectabilité des signaux de déformation calculés, afin de caractériser les cas pour lesquels ils seront mesurables par l'instrumentation géodésique actuelle. A travers l'exemple de deux volcans andésitiques, Soufrière Hills à Montserrat (Antilles) et le Mont St Helens (Cascades, USA), nous montrerons que notre modèle de plug permet d'expliquer en partie les cycles de déformation observés sur le terrain.

3.2 Modèle

L'écoulement de magma dans le conduit volcanique est modélisé à l'aide du logiciel COMSOL, en utilisant la méthode des Eléments Finis (FEM). Notre modèle possède une géométrie axi-symétrique et se divise en deux domaines : un domaine élastique représentant l'encaissant solide et un domaine fluide représentant le magma s'écoulant dans le conduit (Fig. 3.3). La géométrie du conduit volcanique est caractérisée par son rayon a_c et sa longueur L_c .

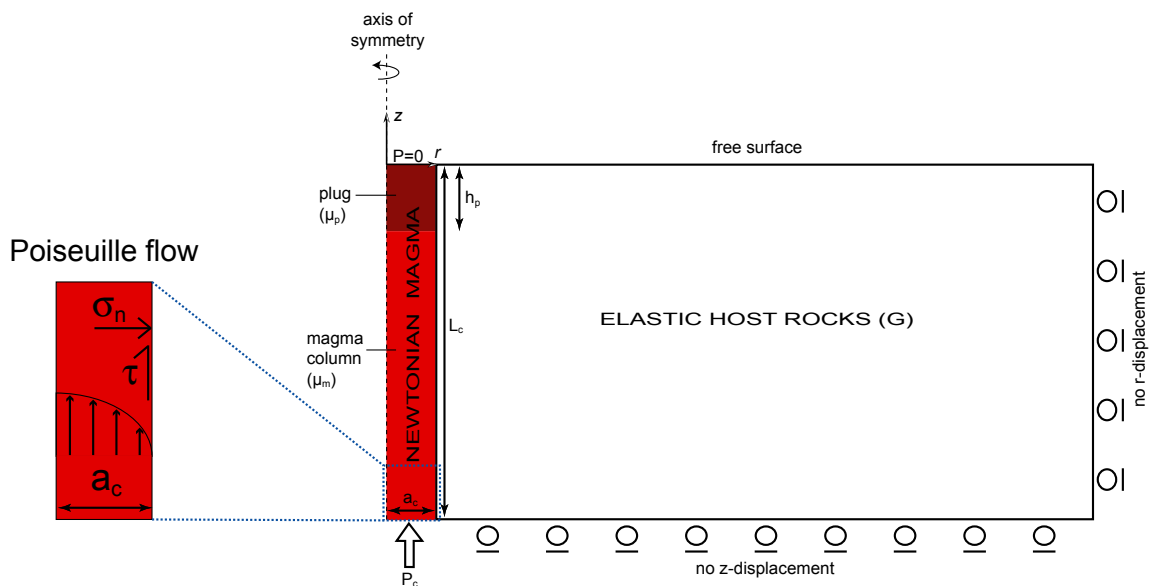


FIG. 3.3 – *Plug flow model used in our study. All Parameters and boundary conditions imposed are shown. In left, a zoom of the fluid domain details the velocity profile of the flow and the resulting stresses at the conduit wall.*

Le magma est considéré comme un fluide Newtonien. Dans un premier temps, le magma est incompressible, c'est à dire que sa densité ρ_m reste constante dans toute la colonne. Nous discuterons de cas compressibles dans la partie 3.4.1. L'écoulement de magma est stationnaire et généré par un différentiel de pression entre la base du conduit et la surface. La pression en base de conduit, P_c , correspond à la surpression du réservoir magmatique. La pression à la surface est nulle. Afin de se concentrer seulement sur l'effet de perturbations dans le conduit, les variations de surpressions liées au réservoir magmatique ou à l'activité du dôme en surface ne seront pas prises en considération.

L'encaissant solide est élastique et caractérisé par le module de cisaillement G . Ce domaine solide est en contact avec le domaine fluide à travers la paroi du conduit, où une condition de non-glissement (vitesse verticale nulle : $v_z = 0$) est imposée. Cette paroi élastique va se déformer sous l'action des contraintes causées par le mouvement du magma dans le conduit. Pour modéliser les changements de rhéologie induits lors de la perte de gaz dans le magma, nous prenons comme état de référence un écoulement de magma de viscosité constante μ_m . La perturbation consiste en une augmentation de la viscosité du magma situé au sommet du conduit. Seules des variations verticales de viscosité sont considérées. En première approximation, le changement de viscosité avec la profondeur est modélisé à travers une fonction palier (Barmin et al., 2002) :

- (1) $\mu(z) = \mu_m$ pour $-L_c < z < -h_p$
- (2) $\mu(z) = \mu_p$ pour $-h_p < z < 0$

Ainsi, le conduit est divisé en deux parties, chacune contenant un magma de rhéologie différente (Fig. 3.4) : (1) la partie inférieure contient le magma initial de viscosité μ_m et (2) la partie supérieure correspond au plug caractérisé par un magma plus visqueux μ_p (Fig. 3.3). Le paramètre h_p correspond à l'épaisseur du plug. De par les conditions imposées dans notre modèle, l'écoulement suit une loi de Poiseuille. Pour le cas de référence d'un magma de viscosité constante μ_m , l'expression de la vitesse verticale v_z et du flux Q sont connues :

$$v_z = \frac{1}{4\mu_m} \frac{P_c}{L_c} (a_c^2 - r^2) \quad Q = \frac{\pi a_c^4}{8\mu_m} \frac{P_c}{L_c}$$

Le profil parabolique de la vitesse d'écoulement v_z cause à la paroi du conduit volcanique une contrainte tangentielle τ et normale σ_n (Fig. 3.3, zoom). Ce champ de contrainte dépend uniquement du gradient de pression dans le conduit et de la géométrie du conduit. La contrainte cisailante à la paroi, τ_{ref} , vaut $(\frac{a_c}{2})(\frac{P_c}{L_c})$ et la contrainte normale, σ_n , est égale à $(\frac{P_c}{L_c})z$. Pour notre modèle d'écoulement à deux viscosités, deux gradients de pressions sont présents :

- (1) $\frac{P_c - P_p}{L_c - h_p}$ pour $-L_c < z < -h_p$ et (2) $\frac{P_p}{h_p}$ pour $-h_p < z < 0$

Chaque gradient de pression est associé à une valeur de contrainte cisailante, l'une au plug, τ_{up} , et l'autre à la colonne de magma située sous le plug, τ_{low} (Fig. 3.4).

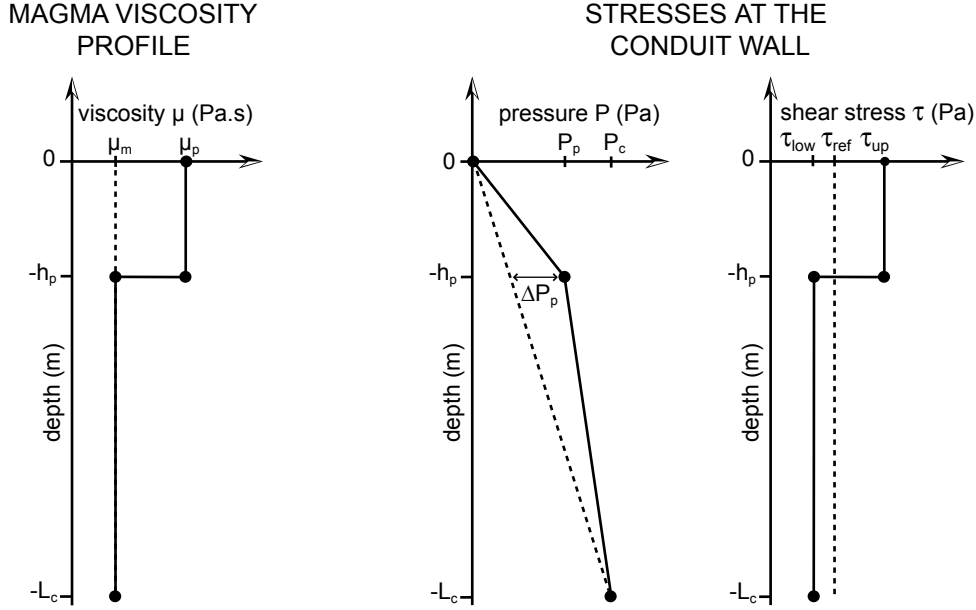


FIG. 3.4 – 1D viscosity profile used in our calculation (left side) and the resulting stresses at the conduit wall (right side). Solid curves are associated to the plug flow, with an increase of the viscosity modelled by a step function : μ_p , the viscosity of the plug and μ_m , the viscosity in the magma column below the plug. Dashed curves show the reference case : the Poiseuille flow with a constant viscosity, μ_m , at any depth.

Par rapport à l'état de référence, l'augmentation de la viscosité provoque des variations du champ de contraintes à la paroi du conduit qui se traduisent par une augmentation du gradient de pression et de la contrainte cisailante en sub-surface. En utilisant la conservation du flux le long du conduit, la pression à la base du plug se déduit de la relation suivante :

$$P_p = \left(\frac{\left(\frac{\mu_p}{\mu_m}\right)\left(\frac{h_p}{L_c}\right)}{1 + \frac{h_p}{L_c}\left(\frac{\mu_p}{\mu_m} - 1\right)} \right) P_c$$

Cette pression dépend des caractéristiques du plug, à travers deux nombres sans dimension que sont le rapport de longueur entre le plug et le conduit total, $\frac{h_p}{L_c}$, et le contraste de viscosité entre le plug et le magma initial, $\frac{\mu_p}{\mu_m}$. La mise en place du plug cause la pressurisation du conduit, pressurisation qui sera maximale à la base de ce dernier, à la profondeur h_p . Cette valeur de pressurisation, ΔP_p , est reliée à la valeur de pression P_p à travers l'égalité $\Delta P_p = P_p - \frac{h_p}{L_c} P_c$. La Figure 3.5 ci-dessous nous montre cette variation de pression ΔP_p en fonction des deux nombres sans dimension qui caractérise le plug. Les valeurs sont normalisées par la pression appliquée en base de conduit, une valeur de 1 implique donc $\Delta P_p = P_c$. Pour une taille de plug donnée, la pressurisation est toujours maximale pour les plus forts contrastes de viscosité, et dans ce cas ΔP_p vaut $(1 - \frac{h_p}{L_c}) P_c$. Pour un rapport de viscosité constant $\frac{\mu_p}{\mu_m}$, une taille de plug critique donne le maximum de pressurisation (Fig. 3.5 - ligne pointillée).

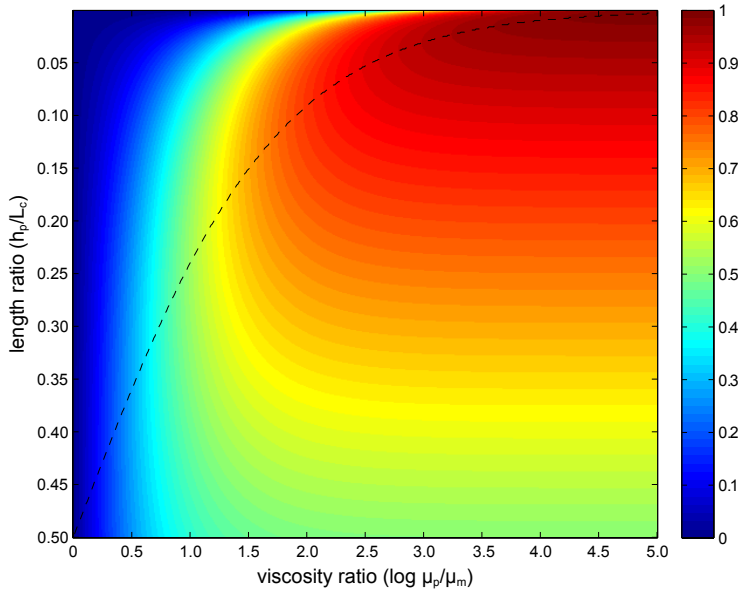


FIG. 3.5 – Normalized pressure variation occurring at the bottom of the plug during its emplacement $\frac{\Delta P_p}{P_c}$, as a function of the two dimensionless numbers of the plug, the length ratio ($\frac{h_p}{L_c}$) and the viscosity ratio ($\frac{\mu_p}{\mu_m}$). The black dashed line indicates the maximal value of this parameter for a given viscosity ratio.

3.3 Résultats

3.3.1 Le cas référence : viscosité constante (μ_m)

La déformation de l'encaissant est fonction des contraintes qui s'appliquent à la paroi du conduit lors de l'écoulement mais aussi des paramètres élastiques du milieu encaissant. Dans le modèle de référence d'un écoulement à viscosité constante, les déplacements de surface sont dépendants :

- (i) de la géométrie du conduit a_c, L_c
- (ii) de la pression en base de conduit P_c
- (iii) du module de cisaillement G de l'encaissant

Dans ce cas particulier, la déformation induite par l'écoulement ne dépend pas de la viscosité du magma μ_m . En normalisant les distances par la longueur du conduit L_c et les déplacements par le terme $(\frac{P_c}{G}L_c)$, nous nous affranchissons de l'influence de ces paramètres. Les déplacements normalisés sont uniquement fonction de la géométrie du conduit, à travers le rapport $\frac{a_c}{L_c}$.

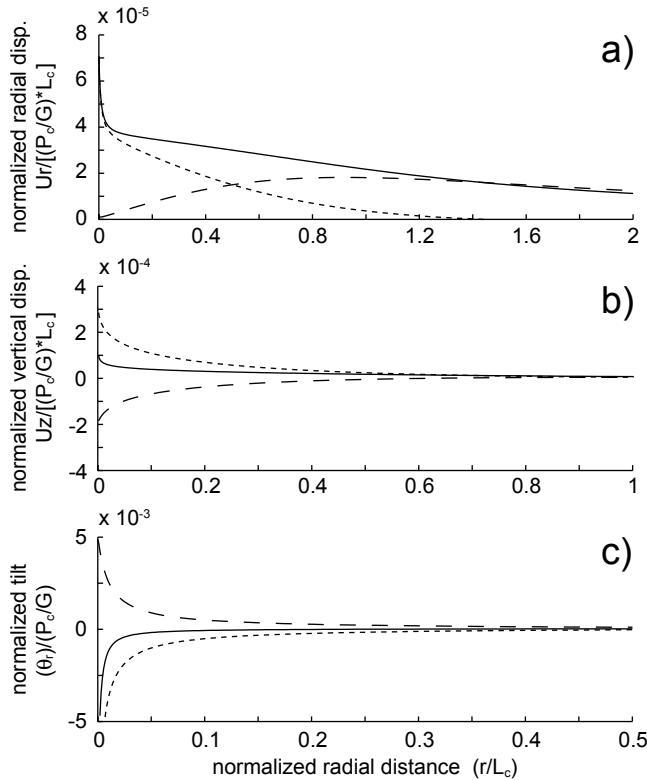


FIG. 3.6 – *Normalized surface displacements : radial (a), vertical (b) and tilt (c) caused by a magma flow with a constant viscosity μ_m . Conduit has an aspect ratio $\frac{a_c}{L_c} = 0.01$. The origine of the r -axis is taken at the conduit wall. Short and large dashed lines represent the part of displacement induced respectively by the shear stress and the pressure component. Solid lines are the total displacement, which is the sum of both components.*

La Figure 3.6 nous illustre les déplacements radiaux U_r (a), verticaux U_z (b) ainsi que le tilt radial θ_r (c) pour la géométrie de conduit $\frac{a_c}{L_c} = 0.01$. Le tilt radial, noté θ_r , représente la variation d'angle de la surface du sol par rapport à l'horizontale dans la direction radiale, soit $\theta_r = \text{atan}(\frac{\delta U_z}{\delta r})$. Par la suite, l'emploi du terme tilt fera toujours référence au tilt radial.

Pour les déplacements radiaux, la contrainte cisailante contribue majoritairement aux déplacements en surface en champ proche, pour des distances largement inférieures à la moitié de la longueur du conduit ($\frac{r}{L_c} < 0.5$). A cette distance ($\frac{r}{L_c} = 0.5$), chaque composante du tenseur de contrainte joue pour 50 % du déplacement total de surface. En champ lointain ($\frac{r}{L_c} > 0.5$), les contributions s'inversent et la contrainte normale cause l'essentiel du déplacement radial.

Pour les déplacements verticaux et le tilt, chacune des contraintes induit un déplacement de même amplitude mais de direction opposée : la contrainte cisailante provoque un mouvement d'inflation du sol (U_z positif ; θ_r négatif) tandis que la contrainte normale cause un mouvement de subsidence (U_z négatif ; θ_r positif). Cela conduit à produire un déplacement vertical total de faible amplitude.

Le fait de négliger la contrainte normale dans les modèles de déformation aura pour conséquence de sous-estimer les déplacements radiaux et au contraire de surestimer les déplacements verticaux et tilts. Toutes ces conclusions énoncées sont valables quelque soit la géométrie du conduit $\frac{a_c}{L_c}$. En effet, le paramètre $\frac{a_c}{L_c}$ affecte peu la longueur d'onde du champ de déplacements et a une influence essentiellement sur l'amplitude des déplacements. Lorsque le rapport $\frac{a_c}{L_c}$ est divisé par 10 (conduits plus larges ou moins longs), l'amplitude des déplacements est 100 fois plus importante (Fig. 3.7).

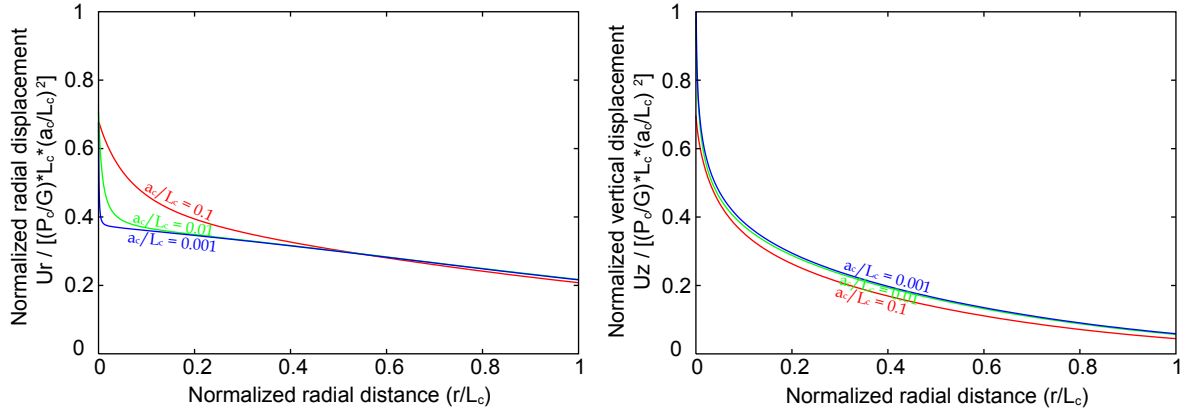


FIG. 3.7 – Normalized radial (left panel) and vertical (right panel) displacements as a function of the distance from the conduit wall for three values of conduit aspect ratio $\frac{a_c}{L_c}$: 0.1 (red curve), 0.01 (green curve) and 0.001 (blue curve). Note that displacements is now divided by the square of the ratio ($\frac{a_c}{L_c}$). Curves are very similar trend from $\frac{r}{L_c} > 0.5$, means that the amplitude of displacements is multiplied by 100 when the conduit ratio $\frac{a_c}{L_c}$ is divided by 10.

La longueur des conduits volcaniques L_c est estimée entre 1 et 10 km, la surpression du réservoir P_c entre 1 et 20 MPa (Sparks, 1997; Melnik & Sparks, 1999, 2005) et le module de cisaillement G entre 1 et 20 GPa (Tait et al., 1989; Voight et al., 1999; Costa et al., 2007b). Le facteur de normalisation ($\frac{P_c}{G}L_c$) est donc compris entre 0.05 à 200. nous pouvons estimer la gamme attendue des déplacements. Pour l'exemple de $\frac{a_c}{L_c} = 0.01$, l'amplitude des déplacements normalisés est de l'ordre de 10^{-5} m pour la composante radiale et verticale. Le facteur de normalisation ($\frac{P_c}{G}L_c$) varie de 0.05 à 200, Pour un conduit $\frac{a_c}{L_c}$, les déplacements ne dépasseront pas quelques millimètres. Les signaux de déformation causés par l'écoulement d'un magma de viscosité constante sont de faibles amplitudes et seront difficilement mesurables sur le terrain.

3.3.2 Les déplacements induits par la mise en place du plug

Les déplacements induits par l'augmentation de viscosité dans la colonne de magma dépendent des paramètres a_c , L_c , P_c , G et aussi des caractéristiques du plug, son épaisseur h_p et sa viscosité μ_p . Pour quantifier ces déplacements, nous allons explorer l'espace des paramètres associés aux plugs à travers les deux nombres sans dimension définis précédemment :

- (i) le rapport entre l'épaisseur du plug et la longueur du conduit $\frac{h_p}{L_c}$
- (ii) le contraste de viscosité entre le plug et le magma situé en dessous $\frac{\mu_p}{\mu_m}$

Un certain nombre d'hypothèse est fait sur ces deux rapports. Le plug n'occupe pas plus de la moitié du conduit, ce qui donne $0 < \frac{h_p}{L_c} \leq 0.5$ et le plug est au maximum 10^5 plus visqueux que le magma initial (Sparks, 1997), c'est à dire $1 < \frac{\mu_p}{\mu_m} \leq 10^5$. Pour ces deux rapports, la borne inférieure, respectivement $\frac{h_p}{L_c} = 0$ et $\frac{\mu_p}{\mu_m} = 1$, correspond aux cas où il n'y a pas de plug dans le conduit, c'est à dire un écoulement à viscosité constante.

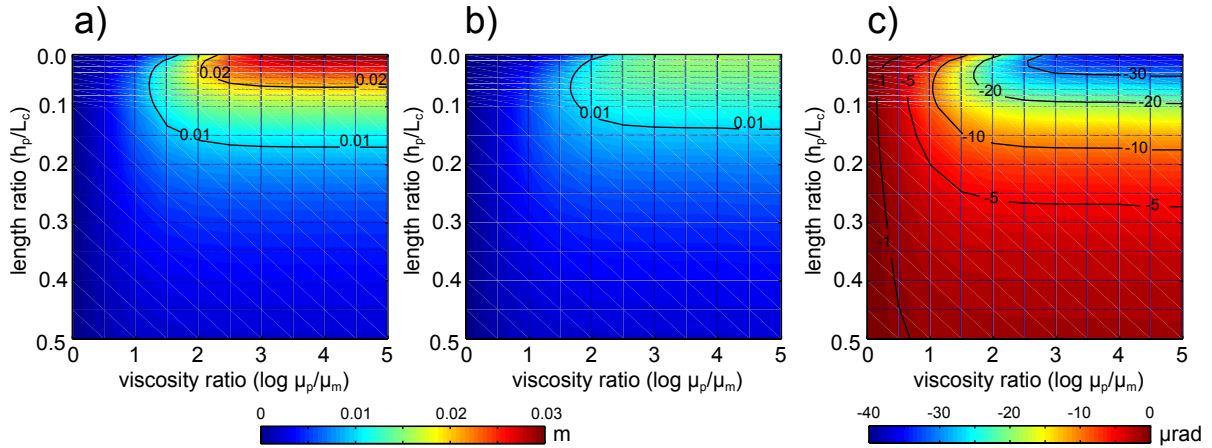


FIG. 3.8 – Radial displacement (a), vertical displacement (b) and tilt (c) induced by the formation of a plug. Displacements are calculated at 500 m away from the conduit wall. Results are shown as a function of the length ratio ($\frac{h_p}{L_c}$) and the viscosity ratio ($\frac{\mu_p}{\mu_m}$) of the plug model. The conduit has a 50 m radius and a 5000 m length ($\frac{a_c}{L_c} = 0.01$). The pressure P_c is fixed at 10 MPa and the shear modulus of the host rocks, G , is equal to 0.8 GPa.

La mise en place d'un plug, quelque soit ses propriétés, cause un mouvement d'inflation du sol. Les déplacements de surface sont de grandes amplitudes pour les plugs les plus visqueux (fort $\frac{\mu_p}{\mu_m}$) et les plus minces (faible $\frac{h_p}{L_c}$). La Figure 3.8 illustre les résultats des déplacements de surface pour un jeu de paramètre fixé (voir légende). A 500 mètres du conduit, l'amplitude des déplacements dépasse le centimètre uniquement pour des plugs occupant moins de 15 % du conduit (Fig. 3.8a-b). Le tilt connaît quant à lui des amplitudes qui peuvent atteindre jusqu'à 30 μrad (Fig. 3.8c), ce qui pourra être détectable par la plupart des tiltmètres.

Pour toutes les composantes du déplacement, à forts contrastes de viscosité ($\frac{\mu_p}{\mu_m} > 10^3$ pour l'exemple de la Figure 3.8), l'amplitude des déplacements ne dépend plus de la viscosité du plug mais uniquement de son épaisseur. Pour de faibles contrastes de viscosité ($\frac{\mu_p}{\mu_m} < 10^3$), le maximum de déplacement n'est pas causé par le plug le plus mince mais par un plug de taille intermédiaire. Cette taille critique, donnant les plus forts déplacements, dérive directement des conditions de pressurisation du conduit (Fig. 3.5).

Comme pour l'écoulement à viscosité constante, les contraintes de cisaillement et la pression jouent un rôle dans le déplacement total de surface, lors de la mise en place d'un plug. Négliger la contrainte de pression conduit toujours à une sous-estimation du déplacement radial et à une surestimation du déplacement vertical dans les modèles de déformation. A travers l'exemple présenté dans la Figure 3.9, le biais sur le tilt peut atteindre une dizaine de microradians pour une mesure de déplacement effectuée toujours à 500 mètres du conduit.

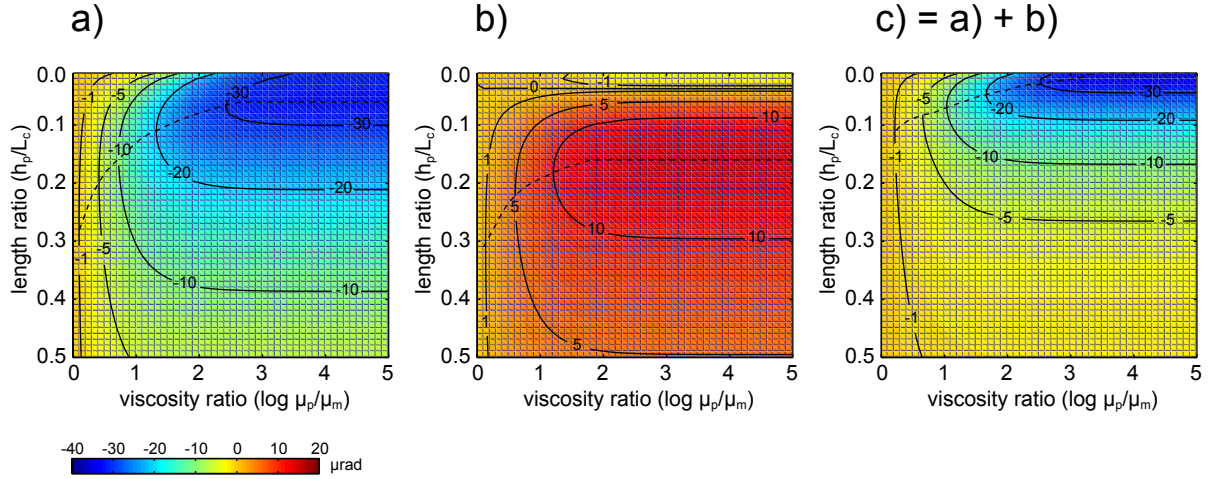


FIG. 3.9 – Tilt induced by the formation of a plug at the top of the conduit, shown as a function of the length ratio $(\frac{h_p}{L_c})$ and the viscosity ratio $(\frac{\mu_p}{\mu_m})$. Tilt is always calculated at 500 m from the conduit wall. Results are shown for a given conduit geometry, with a radius (a_c) of 50 m and a length (L_c) of 5000 m. The pressure P_c applied at the bottom is fixed at 10 MPa and the shear modulus of the host rocks, G , is equal to 0.8 GPa. a) Part of the tilt induced by the shear stress, b) Part of the tilt induced by the pressure and c) Total tilt, which is the sum of both components. In each sketch, the dark dashed line corresponds to the critical plug thickness which gives the maximal tilt value for a given viscosity ratio.

En terme de pourcentage, la part de chacune des contraintes sur le déplacement total est indépendante du contraste de viscosité $\frac{\mu_p}{\mu_m}$. Donc seul le rapport de longueur $\frac{h_p}{L_c}$ sera déterminant. Pour ce calcul de pourcentage, nous raisonnons en terme de valeurs absolues des déplacements et ainsi, la fraction de déplacement induite par la contrainte de pression, notée χ , s'exprime sous la forme suivante :

$$\chi = \frac{|U_{\sigma_n}|}{|U_{\sigma_n}| + |U_{\tau}|}$$

Les paramètres U_{σ_n} et U_{τ} correspondent au déplacement de surface induit respectivement par la contrainte normale et la contrainte cisailante exercée à la paroi du conduit. Pour la majorité des plugs, les deux composantes du tenseur de contrainte interviennent dans le champ de déformation en surface. La composante de pression est considérée comme négligeable pour $\chi < 0.2$. Pour l'exemple d'un conduit avec $\frac{a_c}{L_c} = 0.01$, cette condition n'est jamais atteinte pour les déplacements de surface radiaux (Fig. 3.10). Pour le calcul du tilt, la composante de pression sera négligeable uniquement pour des plugs occupant moins de 7.5 % du conduit total. Dès lors que le plug devient plus épais, cette composante de pression a une influence sur le tilt et peut causer jusqu'à 30 % du tilt total.

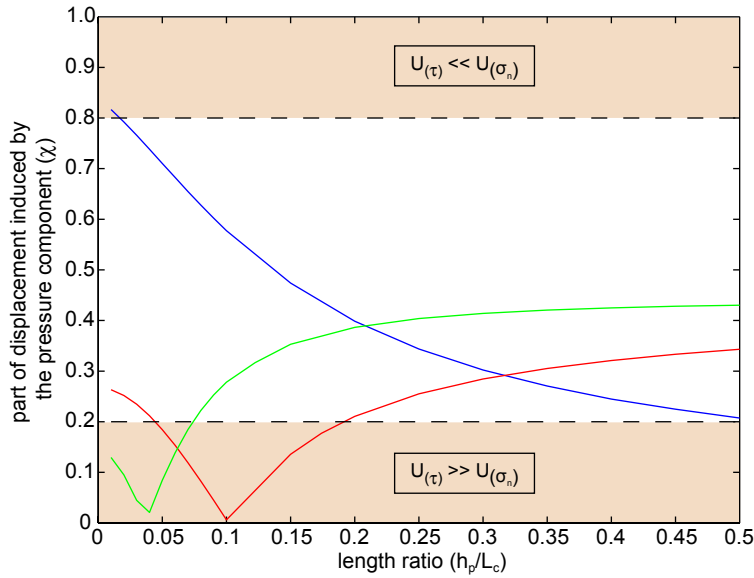


FIG. 3.10 – Part of the radial displacement (blue), vertical displacement (red) and tilt (green) induced by the pressure at the conduit wall as a function of the length ratio $\frac{h_p}{L_c}$. Displacements are calculated at 500 m from the conduit wall, for a conduit aspect ratio $\frac{a_c}{L_c}$ equal to 0.01. The pressure component will be considered negligible in the deformation calculation in case of $\chi < 0.2$ (bottom area). In the opposite way, the shear stress will be negligible if $\chi > 0.8$ (top area).

En plus de ces deux paramètres $\frac{h_p}{L_c}$ et $\frac{\mu_p}{\mu_m}$, l'amplitude des déplacements est évidemment dépendante des valeurs de a_c , L_c , P_c , et G . Le jeu de valeurs $\{ a_c = 50 \text{ m} - L_c = 5000 \text{ m} - P_c = 10 \text{ MPa} - G = 0.8 \text{ GPa} \}$, choisi précédemment pour illustrer les résultats, correspond à une géométrie de conduit et des propriétés de l'encaissant qui donnent de larges déplacements. En effet, d'après la littérature des conduits volcaniques, le rayon du conduit pour la majorité des volcans est plutôt situé autour de 10-25 m (Fig. 3.11).

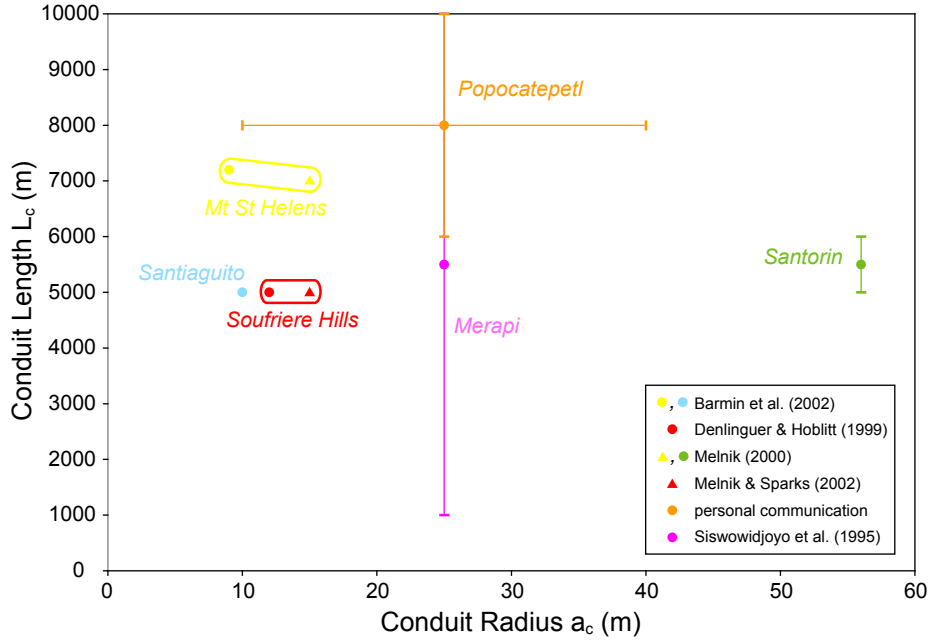


FIG. 3.11 – Radius VS Length for conduit in different volcanic areas. Values are deduced from field observations and model calculation. In some cases, the values of the parameters, especially the length of the conduit, are not well constrained.

Pour le module de cisaillement G , la valeur de 0.8 GPa (Green et al., 2006) est une borne inférieure, ce paramètre pouvant être jusqu'à 25 fois plus important. Plus généralement, ce paramètre dans les modèles de conduit est compris dans l'intervalle 1-5 GPa (Costa et al., 2007b). Ainsi, pour des conduits plus étroits (a_c faible) et un encaissant moins déformable (G fort), l'amplitude des déplacements va être largement réduite. Par rapport au cas étudié précédemment (Fig. 3.12a), l'amplitude du tilt va être divisée par 50 pour un conduit possédant un rayon de 15 m et un encaissant avec un module de cisaillement de 4 GPa. (Fig. 3.12d).

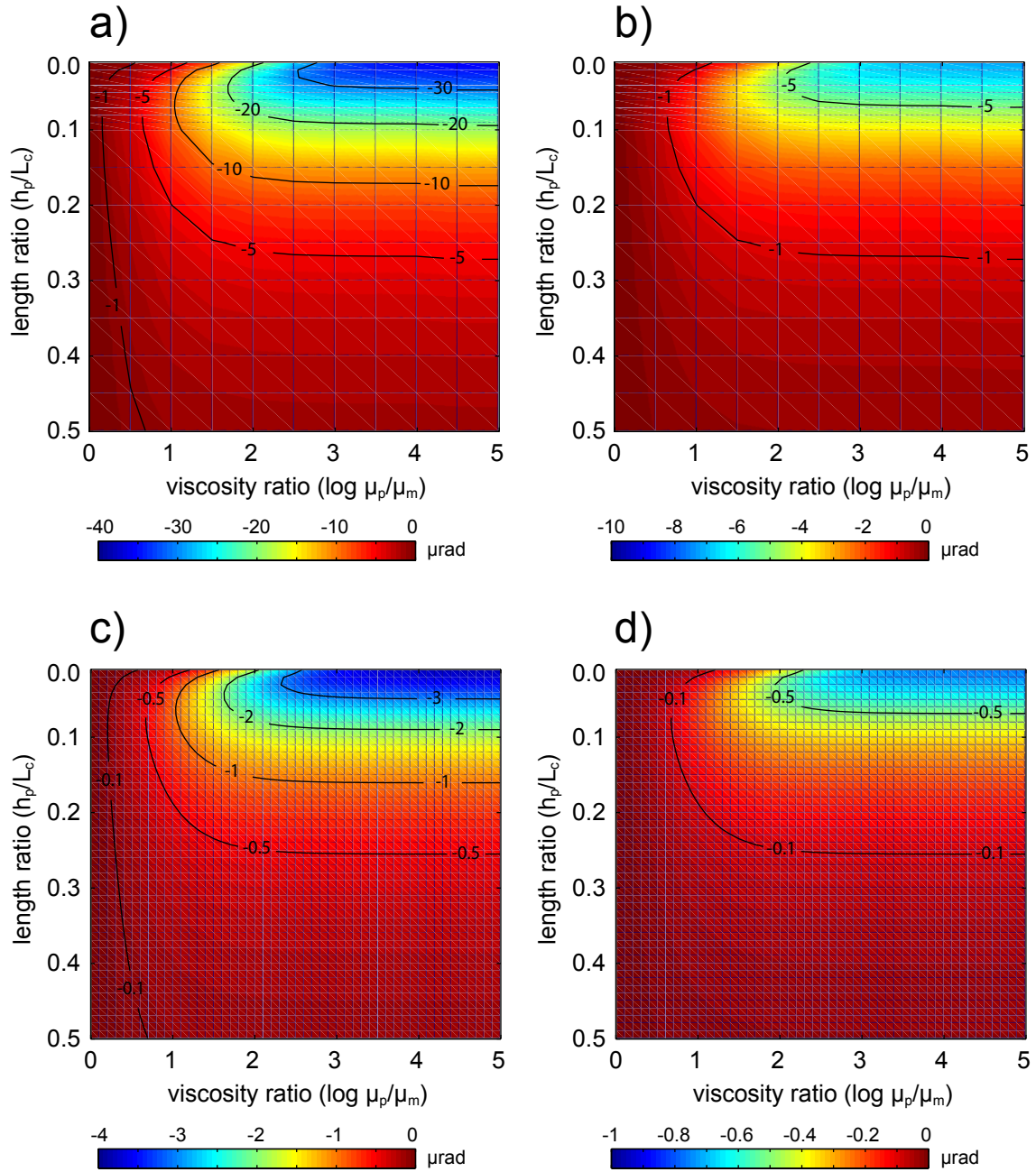


FIG. 3.12 – Tilt as a function of the two dimensionless numbers related to the plug : $(\frac{h_p}{L_c})$ and $(\frac{\mu_p}{\mu_m})$. The conduit length (L_c) and the pressure (P_c) applied at the bottom are, respectively, set to 5000 m and 10 MPa. Results are presented for 4 different cases, depending on the values of the conduit radius a_c and the shear modulus G : a) $a_c = 50 \text{ m}$ - $G = 0.8 \text{ GPa}$, b) $a_c = 50 \text{ m}$ - $G = 4.0 \text{ GPa}$, c) $a_c = 15 \text{ m}$ - $G = 0.8 \text{ GPa}$ and d) $a_c = 15 \text{ m}$ - $G = 4.0 \text{ GPa}$.

Ce processus de mise en place d'un plug dans le conduit volcanique cause de faibles déplacements en surface. Il sera donc nécessaire d'instrumenter le volcan à proximité du conduit afin de pouvoir mesurer la déformation induite. C'est pourquoi, dans le but d'aider à l'instrumentation future des volcans andésitiques, nous allons apporter des contraintes sur la détectabilité de ce phénomène en quantifiant par la suite le rayon de détection de tels signaux de déformation.

3.3.3 La détection des signaux de déplacement

Dans notre étude, nous définissons le rayon de détection comme la distance maximale jusqu'à laquelle le déplacement de surface est observable. Cette distance est directement fonction du seuil de détection de l'instrumentation mise en place sur le volcan. Pour les GPS, les déplacements horizontaux de l'ordre du millimètre sont détectables, alors que la précision est plus faible pour les déplacements verticaux avec un seuil autour du centimètre (www.igage.com/GPSaccy/index.html). En complément, des tiltmètres permettent la mesure de tilt, avec globalement une précision du microradian, et même dans certains cas de l'ordre du centième de microradian (www.carboceramics.com/Tiltmeters-Clinometers). Par rapport au GPS, cette instrumentation permet de mettre en évidence des mouvements du sol de plus faibles amplitudes, 1 μrad correspondant à une variation de 1 mm sur une distance de 1 km. Par contre, en domaine volcanique, l'utilisation de tiltmètres est rendue difficile de par sa haute sensibilité aux variations de pression atmosphérique et de température (Van der Laat, 1996).

Pour les calculs du rayon de détection, nous nous focalisons uniquement sur la mesure du tilt, qui *a priori* possède une meilleure sensibilité. Nous choisissons 1 μrad comme seuil de détection pour les tiltmètres. La Figure 3.13 représente le rayon de détection du tilt en fonction du rapport de longueur $\frac{h_p}{L_c}$ et du contraste de viscosité $\frac{\mu_p}{\mu_m}$ pour les 4 cas illustrés précédemment dans la Figure 3.12. Le rayon de détection est fonction de l'amplitude des déplacements, il sera donc plus important pour des plugs visqueux (fort $\frac{\mu_p}{\mu_m}$) et minces (faible $\frac{h_p}{L_c}$). Pour un large conduit ($a_c = 50$ m) et un faible module de cisaillement ($G = 0.8$ GPa), le rayon de détection est de l'ordre du kilomètre (Fig. 3.13a).

Ce rayon de détection va fortement diminuer pour des conduits volcaniques plus étroits ou un encaissant moins déformable. Il n'est plus que de quelques centaines de mètres pour un rayon de conduit de 15 m et un module de cisaillement de 4 GPa (Fig. 3.13d).

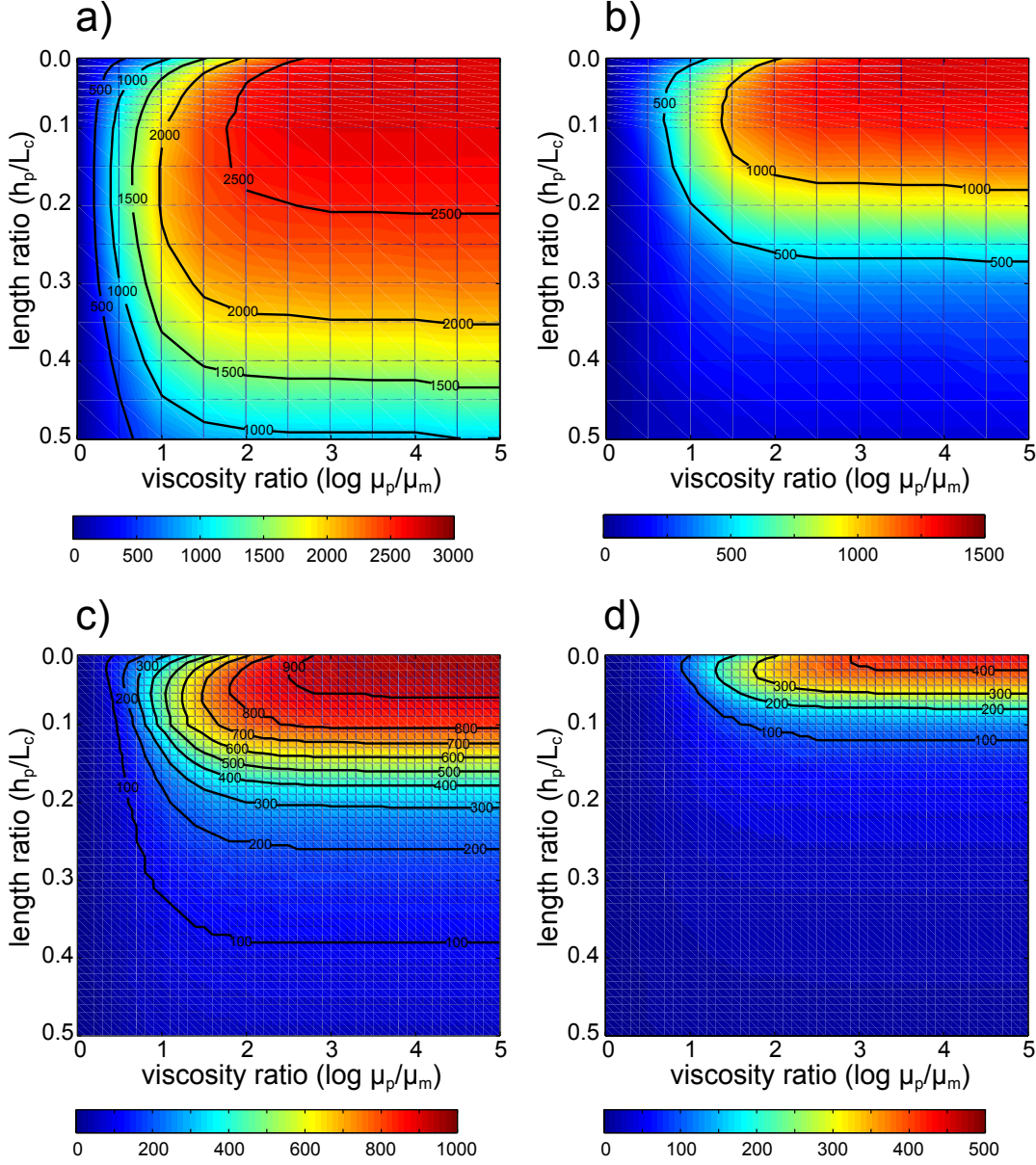


FIG. 3.13 – Detection distance for the tilt signal, function of the two dimensionless numbers related to the plug : $(\frac{h_p}{L_c})$ and $(\frac{\mu_p}{\mu_m})$. The conduit length (L_c) and the pressure (P_c) applied at the bottom are, respectively, set to 5000 m and 10 MPa. Results are presented for two different values of conduit radius a_c and shear modulus G : a) $a_c = 50$ m - $G = 0.8$ GPa, b) $a_c = 50$ m - $G = 4.0$ GPa, c) $a_c = 15$ m - $G = 0.8$ GPa and d) $a_c = 15$ m - $G = 4.0$ GPa.

3.3.4 L'évolution d'un plug : déplacements et taux d'extrusion

La formation d'un plug en sommet de conduit a pour conséquence de réduire le flux de magma Q et donc le taux d'extrusion du dôme. Le flux Q se déduit de la relation :

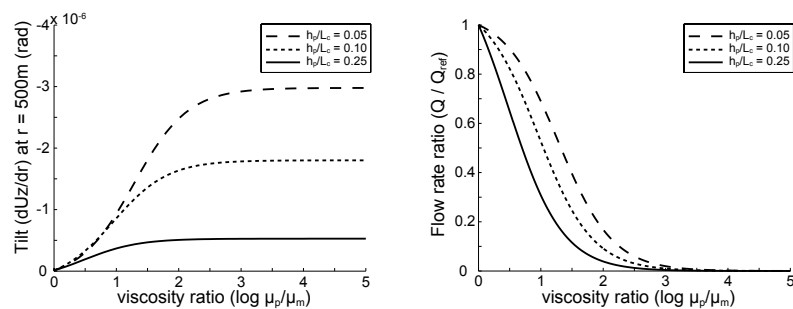
$$\frac{Q}{Q_{ref}} = \frac{1}{1 + \frac{h_p}{L_c} \left(\frac{\mu_p}{\mu_m} - 1 \right)}$$

Le paramètre Q_{ref} représente le flux pour le cas référence d'un écoulement à viscosité constante. L'évolution du flux peut se faire soit par croissance progressive de l'épaisseur du plug (augmentation de h_p), soit par augmentation de sa viscosité (augmentation de μ_p). Dans la réalité, nous pouvons supposer que le mécanisme d'évolution du plug dans le conduit est une combinaison des deux effets.

Lors de l'augmentation de la viscosité du plug (Fig. 3.14a), flux et déplacement sont anti-corrélés : l'amplitude du tilt augmente alors que le flux de magma diminue. Au delà d'un seuil de contraste de viscosité, aucune variation de l'amplitude du tilt en surface ne se produit. Par contre, dans le cas où la taille du plug augmente (Fig. 3.14b), nous constatons que globalement le flux de magma et les déplacements en surface sont corrélés : l'amplitude du tilt diminue conjointement à la baisse du flux. Dans le détail, les plugs les plus minces montrent une légère phase d'augmentation dans l'amplitude du tilt pour les faibles contrastes de viscosité $\frac{\mu_p}{\mu_m}$. Le maximum d'amplitude est atteint pour une taille de plug critique, évoqué auparavant, qui dépend du contraste de viscosité entre le plug et le magma sous-jacent. Ces comportements dans les déplacements de surface sont à mettre en relation avec l'évolution de l'amplitude ΔP_p et de la profondeur h_p de la pressurisation sous le plug. Après la mise en place du plug critique, plug qui donne le maximum de déplacements en surface, deux évolutions sont possibles :

- (1) par augmentation de viscosité, l'amplitude et la profondeur de pressurisation restent constante, ce qui provoque aucun déplacement du sol (Fig. 3.14a).
- (2) par augmentation de la taille, la zone de pressurisation devient plus profonde, ce qui induit une baisse de l'amplitude des déplacements et donc un mouvement relatif de subsidence du sol (Fig. 3.14b).

a) Upper magma viscosity increase



b) Plug thickness increase

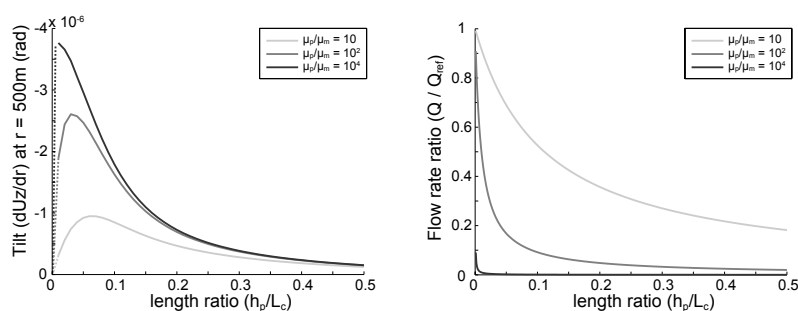


FIG. 3.14 – Relationship between the surface tilt (left panels) and the magma flow rate (right panels) during plug growth within the conduit. Tilt is calculated at a radial distance of 500 m from the conduit wall. The conduit dimensions are those used in Montserrat model : $a_c = 15$ m and $L_c = 5000$ m (Melnik & Sparks, 2002). Condition for the bottom pressure (P_c) is fixed to 10 MPa and the elastic shear modulus (G) equal to 0.8 GPa. Two end-members for the plug growth are tested : a) the plug becomes more and more viscous but its size keeps constant. b) the plug increases in size but its viscosity keeps constant.

Avec ces modèles simples, nous avons mis en évidence que l'évolution du plug dans le conduit peut être une origine possible aux variations de courte période de l'amplitude des déplacements sur les volcans andésitiques. Une succession de phases de croissance puis de réduction du plug peut conduire à des cycles de déformation d'inflation et de subsidence, couramment observés dans les périodes d'extrusion de ces volcans.

3.4 Discussion

3.4.1 Les cycles de déformation du volcan Soufrière Hills

Le volcan Soufrière Hills est un stratovolcan situé sur l'île de Montserrat (Antilles) et culminant à environ 900 m au dessus du niveau de la mer (Fig. 3.15). Ce volcan connaît depuis 2005 une activité quasi-permanente. Les éruptions essentiellement explosives constituent un risque majeur pour la population. L'éruption du 18 Juillet 1995, par exemple, a détruit entièrement la capitale Plymouth et a conduit à l'exode 2/3 des habitants de l'île. Ces phases explosives associées au départ de nombreuses coulées pyroclastiques alternent avec des phases d'extrusion pendant lesquelles se met en place un dôme de lave visqueux. Cet édifice constitue un fabuleux exemple de l'activité d'un dôme volcanique qui se caractérise par des phases de construction plus ou moins longues auxquelles succèdent de rapides évènements d'effondrement.

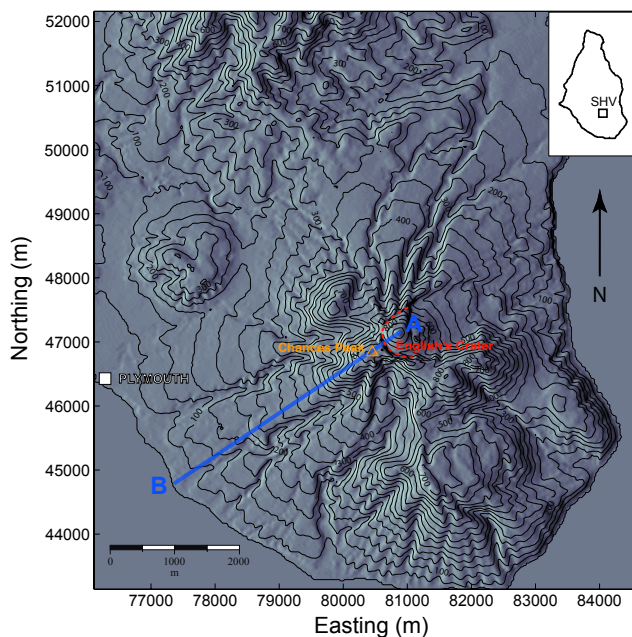


FIG. 3.15 – *Digital Elevation Model of Soufrière Hills Volcano (SHV) in UTM coordinates, with a 50 m elevation contour. The English's crater (red dashed lines) where lava dome is emplaced as well as the tiltmeter stations installed at Chances Peak (orange triangle) are located on the map. Outline of Montserrat island with the summit area (black square) is shown in the right inset map.*

L'instrumentation (sismomètres - tiltmètres) présente sur les flancs de ce volcan a permis de caractériser la déformation et la sismicité associées à ce type de volcanisme, dans le but de comprendre les processus en action. Les mesures de tilt, réalisées à environ un demi kilomètre du dôme, ont mis en évidence des alternances de phases d'inflation et de subsidence sur de courtes périodes, de l'ordre de la dizaine d'heures (Voight et al., 1998). Ces cycles de tilt sont par exemple très visibles sur les épisodes extrusifs de Décembre 1996 ou encore Mai 1997. Dans le premier épisode, les cycles avaient une période de 6-8 h et une amplitude de 1-2 μrad ; dans le second, en 1997, la période était de 12-18 h pour une amplitude plus importante, comprise entre 10 à 25 μrad . De plus, ces cycles de déformation sont corrélés avec une cyclicité de l'activité sismique, le pic de sismicité étant corrélé aux phases de déflation (Neuberg et al., 2006).

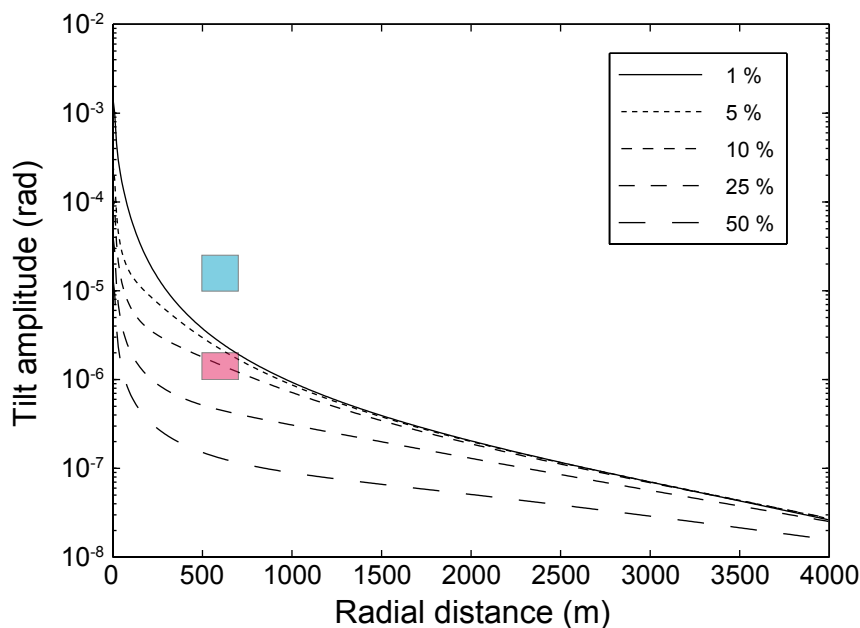


FIG. 3.16 – Radial tilt amplitude induced by our plug model flow as a function of the distance of the volcanic vent. Values for the conduit geometry is taken as previous studies : radius of 15 m and length of 5000 m. Shear modulus of the host rocks is fixed to 0.8 GPa and overpressure at the conduit bottom is constant and equal to 10 MPa. Different curves represent the displacement for a high viscous plug occupying from 1 % to 50 % of the total conduit (see the inlet). The red and blue rectangles show the range of tilt amplitude recorded by the tiltmeters at Soufrière Hills, respectively in December 1996 and May 1997.

En comparant les amplitudes de tilts calculées par notre modèle avec ceux observés à Montserrat (Fig. 3.16), nous constatons que la mise en place d'un plug d'une épaisseur de 500 m (10% de la longueur du conduit) permet d'expliquer les cycles d'amplitude 1-2 μrad . Cela donne donc une profondeur de pressurisation du conduit autour de 500 m ; cette valeur est en accord avec d'autres modèles qui placent la pressurisation dans les dernières centaines de mètres du conduit (Sparks, 1997; Green et al., 2006). Bien qu'il explique les tilts de 1-2 μrad , notre modèle ne permet pas d'interpréter les cycles d'amplitude de 10-25 μrad et ce, même pour un module de cisaillement très faible ($G = 0.8$ GPa). Il convient de trouver un paramètre ou un processus qui peut amplifier le déplacement de surface calculé.

Jusqu'à maintenant, la surface du volcan était considérée comme une surface plane dans nos modèles d'écoulement. Or, la topographie a une influence non négligeable sur les résultats de déplacement pour des volcans à fortes pentes, comme l'a montré Cayol & Cornet (1998). Cet effet peut donc avoir son influence dans le cas du volcan de Soufrière Hills, l'édifice possédant des pentes autour de 20-30°. Pour tenir compte de la topographie, nous avons réalisé un profil du volcan d'après un Modèle Numérique de Terrain à 20 m (coupe AB sur la Figure 3.15).

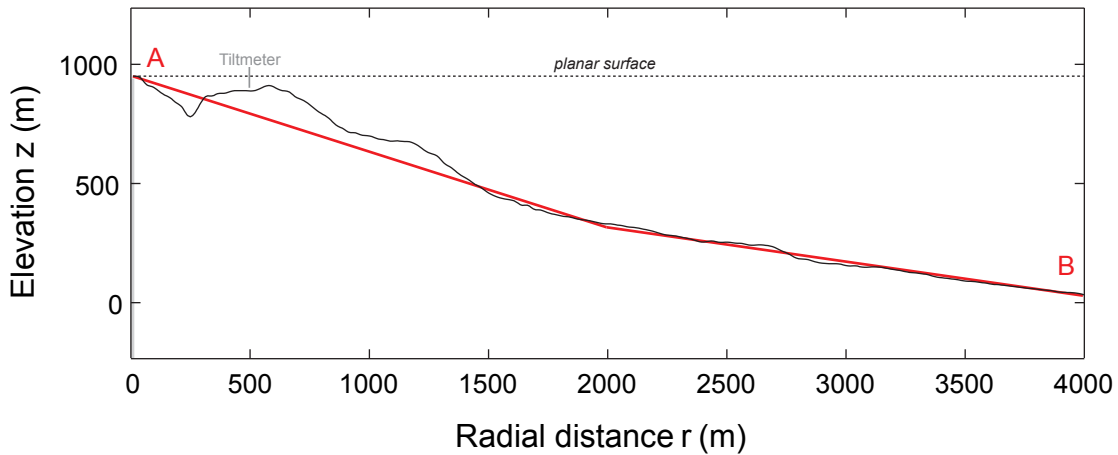


FIG. 3.17 – *Elevation profil along the AB segment (see Fig. 3.15). Position of the tiltmeter is indicated. In the model calculation, the real topography is approximated by two linear functions (red lines). Dashed line shows the planar surface taken in the previous models.*

Ce profil approximativement NE-SW part du sommet du dôme, traverse Chances Peak pour finir sur la côte. Pour le modèle d'écoulement, nous choisissons d'approximer la topographie par des fonctions linéaires : une pente de 18° entre 0 et 2 km et une pente plus faible autour de 8° entre 2 et 4 km (Fig. 3.17). Cela permet de prendre en considération l'effet général des pentes du volcan sur le champ de déformation en négligeant les petites hétérogénéités locales du relief. La pente sera considérée nulle au delà de 4 km. Ici, l'effet de la topographie a pour conséquence d'augmenter l'amplitude des déplacements. Cette élévation peut aller jusqu'à 30 % pour le tilt calculé à 500 m du conduit. Cependant, la prise en compte de la topographie de Montserrat ne permet toujours pas d'expliquer les amplitudes de 10-25 μrad mesurées par les tiltmètres.

Une deuxième approximation dans notre étude est la considération d'une fonction palier pour modéliser l'augmentation de la viscosité du magma dans le conduit. Les processus qui gouvernent la viscosité du magma, telles que l'exsolution ou la cristallisation, sont complexes. Mais des profils verticaux de viscosité liés à la dynamique de l'écoulement dans le conduit existent (Hess & Dingwell, 1996; Massol & Jaupart, 1999; Melnik & Sparks, 1999; Sparks, 1997). Ils montrent une augmentation progressive de la viscosité avec un fort contraste dans les derniers cents mètres (Fig. 3.18).

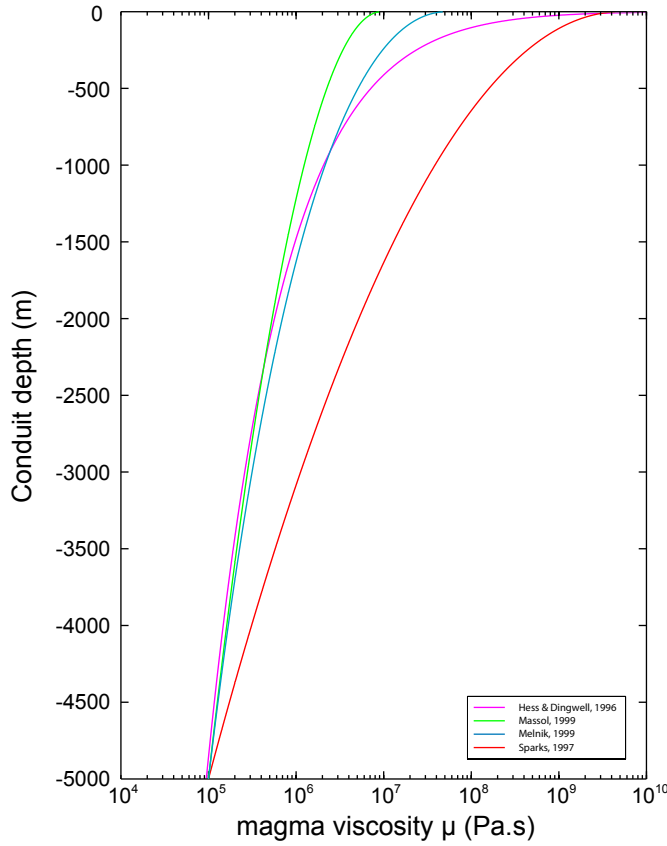


FIG. 3.18 – *Depth dependence of the magma viscosity within a volcanic conduit with 5000 m length. At the conduit bottom, magma viscosity is equal to 10^5 Pa.s and initial water content is fixed at 4.5 wt %. Each curve corresponds to different analytic solutions derived from references cited in the inlet (right bottom).*

Qu'en est-il de la déformation de surface pour de tels profils de viscosité ? Pour répondre à cette question, nous allons calculer la déformation associée à deux profils de viscosité plus réalistes que la fonction simple palier. Le premier modèle est dérivé des travaux de Sparks (1997). Il considère le dégazage vertical, et la viscosité du magma est une fonction de la profondeur qui dépend essentiellement des lois de solubilité. La variation de viscosité dans le conduit s'exprime à travers une loi de puissance : $\mu(z) = \mu_0 \exp(-az^n)$. Le paramètre μ_0 est la viscosité au sommet du conduit, a et n des valeurs paramétrables.

Le second profil de viscosité est relié aux modèles d'écoulement réalisés par Collombet (2009). Par rapport au modèle précédent, ce profil prend en compte, en plus du dégazage vertical, la perte de gaz latérale qui peut se produire grâce aux phénomènes de perméabilité de l'encaissant (Jaupart & Allegre, 1991). Par une considération 2D du dégazage, ce nouveau modèle vise à mieux évaluer l'effet du dégazage sur la dynamique de l'écoulement et l'évolution des propriétés du magma. Pour ce modèle, la viscosité du magma évolue donc verticalement mais aussi latéralement, en fonction de la position radiale dans le conduit.

Profils de viscosité et contraintes à la paroi pour ces deux modèles sont donnés dans la Figure 3.19a. Pour chacun de ces modèles d'écoulement, nous calculons les déformations induites en appliquant à la paroi du conduit les contraintes résultantes. Les profils plus réalistes montrent une forte augmentation de la viscosité dans la dernière centaine de mètres. Alors que l'amplitude du tilt associée au modèle Sparks (1997) est du même ordre de grandeur que nos modèles plugs, il s'avère que le modèle Collombet (2009) présente des déplacements d'un ordre de grandeur supérieur (Fig. 3.19b). La perte de gaz latérale, s'effectuant à travers la paroi du conduit volcanique, joue un rôle majeur dans la déformation en surface. Ainsi, l'augmentation de viscosité, liée au processus du dégazage vertical et latéral de la colonne de magma, peut être un mécanisme à l'origine des déplacements observés sur Soufrière Hills.

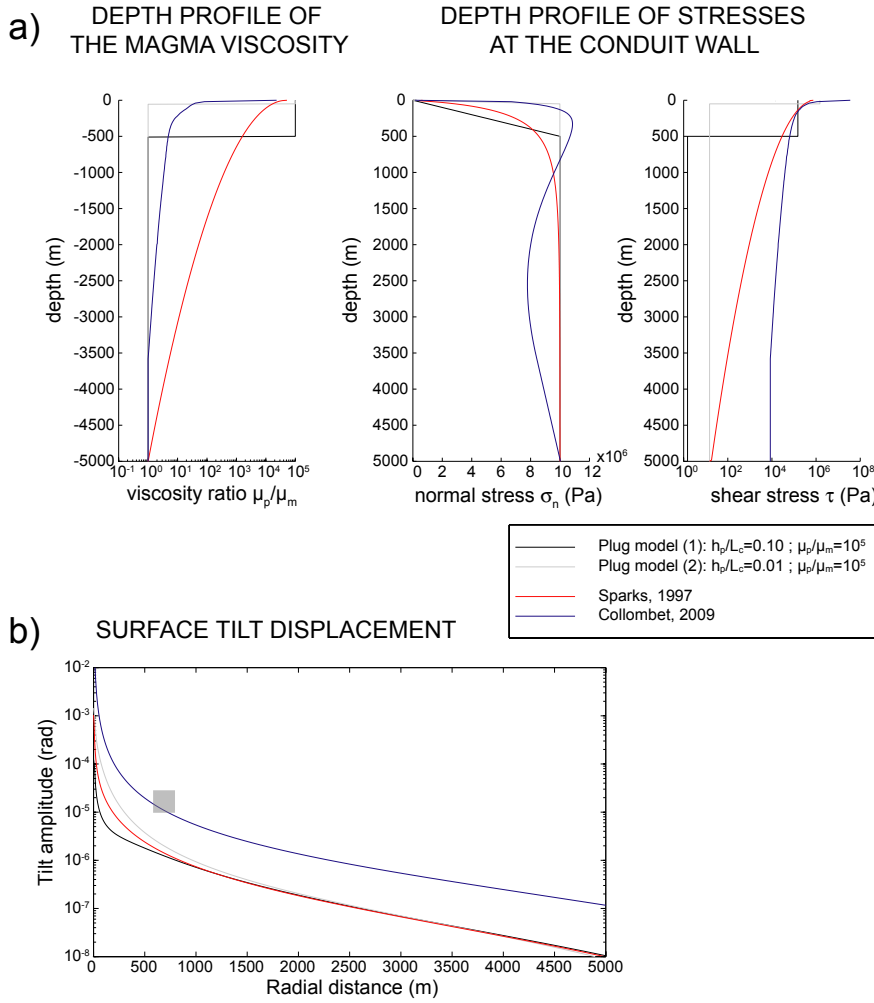


FIG. 3.19 – a) Magma viscosity at the conduit wall as a function of depth (left side) and resulting stress components along the conduit wall (right side) for various models. Black and grey solid lines correspond to plug models described in this study, with a "step" profile for the magma viscosity (see legend). Red and blue lines correspond to calculation with more realistic profile for magma viscosity, which depends on the gas escape process occurring on the magma column. The first is derived from Sparks (1997) and the second, deduced from the study of Collombet (2009). b) Tilt at the surface induced by the different magma viscosity profiles discussed above. The grey box indicates the amplitude range of 10-25 μrad recorded by Montserrat tiltmeters from May to August in 1997. Parameters used for the calculation are the same as in Figure 3.16.

3.4.2 Les inversions de tilt du volcan Mt St Helens

Au Mont St Helens, durant des phases d'extrusion en 1981-1982, les mesures de tilt ont mises en évidence des mouvements d'inflation du sol (Chadwick et al., 1988). Et cette inflation était suivie d'une rapide phase de subsidence avant le début de l'éruption. Les mesures de tilts indiquent un déplacement centrifuge (dirigé vers l'extérieur du dôme) durant plusieurs semaines avant l'éruption, caractéristique d'une phase d'inflation. Les déplacements augmentent en amplitude jusqu'à soudainement changer de direction et devenir centripète (dirigé vers le dôme) quelques heures avant l'éruption, indiquant un mouvement de déflation du sol. Cette inversion dans la direction du tilt peut s'expliquer par des variations de pression du réservoir magmatique (Dzurisin et al., 1983). Avant l'éruption, l'augmentation progressive de la pression (dégazage, cristallisation ou arrivée de nouveau magma) provoque la phase d'inflation. Puis, lors de la migration du magma vers la surface, le réservoir commence sa vidange pour alimenter le conduit, causant la diminution de pression à l'origine de la phase de déflation. Mais dans le cas du Mont St Helens, ce processus est peu probable, Chadwick et al. (1988) situant la source de pression à l'origine des déplacements aux profondeurs du conduit volcanique.

Nos modèles de plug dans le conduit volcanique peuvent apporter des contraintes sur les causes de cette inversion dans la direction du déplacement (Fig. 3.20). Considérons désormais que l'état initial du système est un conduit volcanique où l'écoulement de magma est bloqué par un plug. Initialement, le plug occupe 20 % du conduit ($\frac{h_p}{L_c} = 0.2$) et sa viscosité est 100 fois supérieure au magma sous-jacent ($\frac{\mu_p}{\mu_m} = 100$) (Fig. 3.20 - cas 1). La diminution de l'épaisseur du plug, de 20 à 10 % (Fig. 3.20 - cas 2), puis à 5 % (Fig. 3.20 - cas 3) provoque l'inflation des flancs du volcan. Cependant, durant cette inflation, le flux de magma n'évolue pas et reste faible voire quasi-nul. Ce mouvement d'inflation se poursuit jusqu'à que le plug atteigne une taille critique associée au pic d'amplitude du déplacement. Si la taille du plug continue à être réduite, l'amplitude du tilt désormais diminue ce qui implique un mouvement relatif de subsidence du sol (Fig. 3.20 - cas 4). Cette phase de subsidence est accompagnée d'une forte augmentation du flux de magma, qui peut conduire au début de l'éruption (Fig. 3.20 - cas 5).

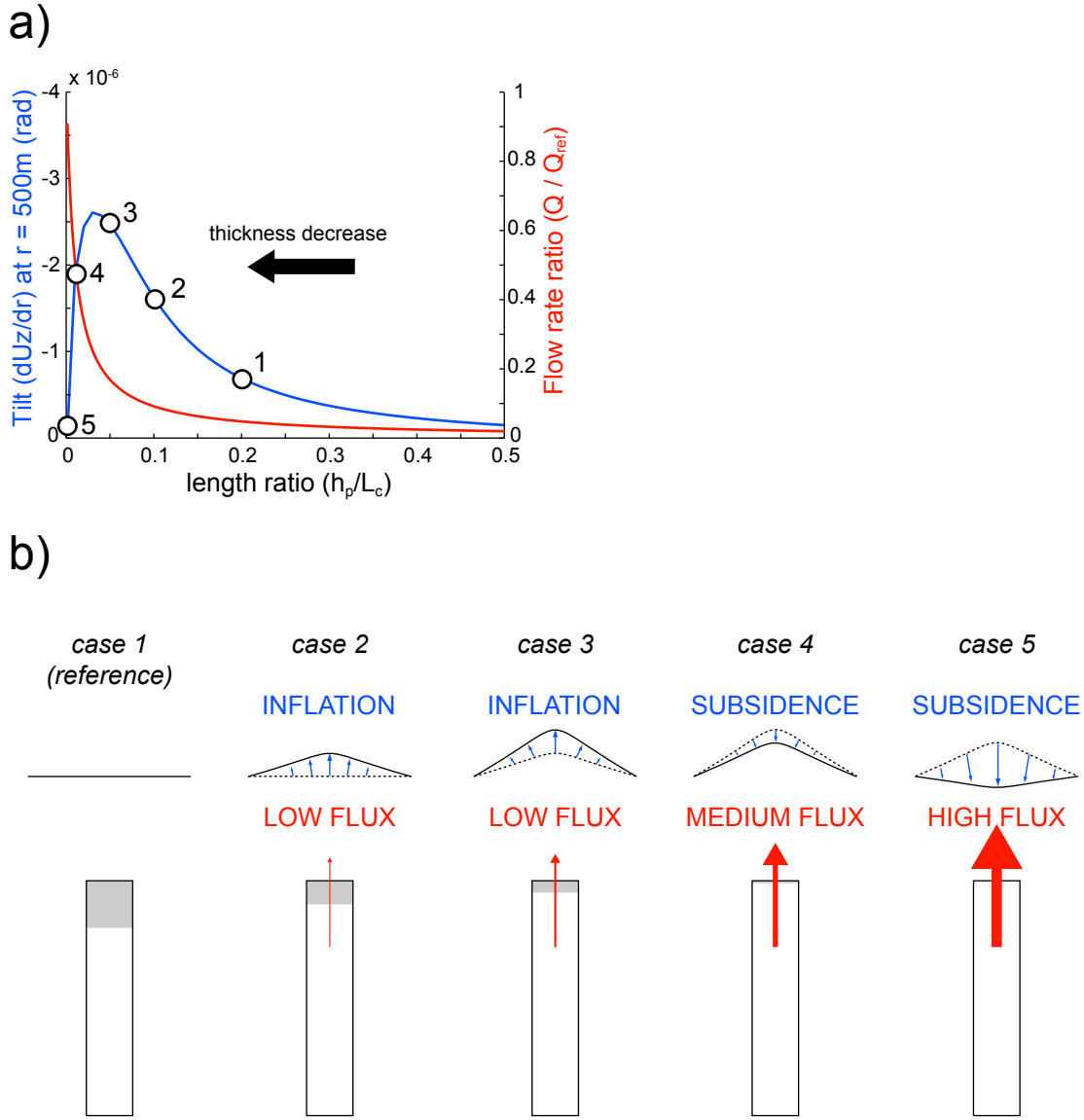


FIG. 3.20 – (a) Evolution of the tilt calculated at 500 m from the conduit (blue line) and the magma flow rate (red line) during the plug thickness decrease. The viscosity ratio $\frac{\mu_p}{\mu_m}$ is fixed at 100. All parameters are the same as in Figure 3.14b. The dots associated with numbers correspond to different cases of plug thickness, from 1 (very thick) to 4 (very thin). The last case, number 5, is related to a model without plug. (b) Sketch showing the evolution of ground movement and magma flow rate during the decrease of a plug thickness. From case 3 to 4, we see a change in the direction of ground movement (inflation to subsidence) correlated with a strong increase of the magma flux. Both changes could be used as precursors in the eruption forecasting of andesitic volcanoes.

3.5 Conclusion

A travers un modèle simple, nous avons étudié les déplacements de surface causés par la mise en place d'un plug au sommet d'un conduit volcanique, consécutif à l'augmentation soudaine de la viscosité du magma. L'approximation par une fonction palier de cette augmentation de viscosité a donné des déplacements dont les ordres de grandeur sont proches de modèles plus complexes.

Par l'augmentation de la contrainte cisailante à la paroi du conduit, l'apparition d'un plug provoque une inflation de la surface du volcan qui sera détectable si l'instrumentation est assez proche du conduit. Mais nous avons également démontré que le cisaillement n'est pas la seule source de la déformation lors de l'écoulement du magma. En effet, le gradient de pression qui s'exerce sur la paroi du conduit contribue de manière non négligeable aux déplacements induits en surface. Ainsi, l'augmentation des taux de cisaillement à la paroi du conduit et la pressurisation de la colonne magmatique sont à l'origine de l'inflation en surface.

Parallèlement à cette inflation, la présence du plug en sommet de conduit réduit le flux de magma ce qui, par conséquent, fait diminuer le taux d'extrusion en surface. Après son apparition dans le conduit, l'augmentation de la viscosité du plug ou la réduction de son épaisseur provoque une inflation du sol. Cependant le premier processus sera à l'origine d'une diminution de flux de magma tandis que le second d'une augmentation du flux. Si le plug diminue en deçà d'une taille critique, un mouvement de subsidence succède au mouvement d'inflation. Cela pourrait expliquer l'origine des inversions de tilt observées avant certaines phases éruptives au Mt St Helens.

3.6 Annexe : "Conditions for detection of ground deformation induced by conduit flow"

Les travaux présentés dans ce Chapitre 3 ont fait l'objet d'un papier scientifique, soumis au Journal of Geophysical Research et actuellement en processus de review.

Conditions for detection of ground deformation induced by conduit flow

F. Albino¹, V. Pinel¹, H. Massol² and M. Collombet¹

F. Albino, Laboratoire de Géophysique Interne et Tectonophysique, CNRS, IRD, Université de Savoie, Campus scientifique, 73376 Le Bourget du Lac Cedex, FRANCE. (Fabien.Albino@univ-savoie.fr)

M. Collombet, Laboratoire de Géophysique Interne et Tectonophysique, CNRS, IRD, Université de Savoie, Campus scientifique, 73376 Le Bourget du Lac Cedex, FRANCE.

H. Massol, Laboratoire IDES, Département des Sciences de la Terre, Université Paris XI, 91405 Orsay Cedex, FRANCE.

V. Pinel, Laboratoire de Géophysique Interne et Tectonophysique, CNRS, IRD, Université de Savoie, Campus scientifique, 73376 Le Bourget du Lac Cedex, FRANCE.

¹Laboratoire de Géophysique Interne et Tectonophysique, CNRS, IRD, Université de Savoie, Campus scientifique, 73376 Le Bourget du Lac Cedex, FRANCE.

²Lab. IDES, Département des Sciences de la Terre, Université Paris XI, 91405 Orsay Cedex, FRANCE.

Abstract. At mature andesitic stratovolcanoes, magma can reach the surface through the same path for several eruptions, forming a permanent conduit below the summit crater. During magma ascent through the conduit, physical properties and flow dynamics evolve. Due to degassing and crystallization, the magma viscosity increases in the upper part of the conduit inducing the formation of a plug. Here, we carry out numerical simulations in order to quantify the deformation field induced by this plug emplacement. A full coupling of the magma flow with the crust deformation is considered. Our parametric study shows that surface displacements only depend on three dimensionless numbers: the conduit aspect ratio (radius/length), the length ratio between the plug and the total conduit and the viscosity contrast between the plug and the magma column below. Larger surface displacements are obtained for conduits characterized by larger radius/length ratios when more viscous plugs are emplaced. For a given viscosity contrast, a critical plug thickness, corresponding to a maximal tilt, can be defined. We also estimate the distance of detection for ground displacement implying that only tiltmeters located close to the volcanic vent (less than 500 m) might record plug emplacement. Plug emplacement always causes a decrease of the discharge rate and most of the time an inflating signal. However under given conditions, an increase of the plug thickness can induce ground deflation providing a possible explanation for tilt reversal recorded before extrusive events.

1. Introduction

1 Cyclic patterns of activity, with a succession of episodes of lava dome growth and qui-
 2 escent periods, have been observed at many andesitic volcanoes, such as Soufriere Hills
 3 (Montserrat, 1995-present), Mt St Helens (USA, 1980-1986), Merapi (Philippines, 1768-
 4 1998), Unzen (Japan, 1990-1995) or Santiaguito (Guatemala, 1922-2000) [*Voight et al.*,
 5 1999; *Swanson and Holcomb*, 1990; *Voight et al.*, 2000; *Nakada et al.*, 1999; *Harris et al.*,
 6 2002]. Large fluctuations in discharge rate are correlated with fluctuations of various sig-
 7 nals such as ground deformation, seismicity and gas emissions. For long-term cycles, with
 8 periods of months to years, the mechanism invoked is pressure changes occurring within
 9 a magma reservoir [*Melnik and Sparks*, 2005]. In some volcanic areas such as Soufriere
 10 Hills, Mt St Helens or Merapi, improvement of volcanic monitoring, with acquisitions of
 11 high frequency and precise data, has permitted to identify cyclic patterns with a period
 12 of only a few hours, during phases of dome extrusion [*Voight et al.*, 1999]. Whereas cyclic
 13 deformation at long time-scales is attributed to magma reservoir dynamics, short time-
 14 scale changes are explained by the non-linear dynamics of magma flow in the volcanic
 15 conduit [*Denlinger and Hoblitt*, 1999; *Voight et al.*, 1999; *Wylie et al.*, 1999; *Lensky et al.*,
 16 2008; *Collier and Neuberg*, 2006]. Intermediate cycles with periods of several weeks have
 17 been attributed to the capacitor effect of dykes connecting magma reservoirs and upper
 18 conduits [*Costa et al.*, 2007b]. However sudden events characteristic of andesitic volcanic
 19 activity, such as dome collapse, can induce rapid pressure changes within the magma
 20 reservoir [*Voight et al.*, 2006]. It follows that a combination of changes taking place at
 21 different levels of the magma plumbing system, causes the temporal evolution of volcanic

activity. In order to improve eruption forecasting, it is required to study magma flow conditions in the volcanic conduit of andesitic volcanoes and relate their variations with the monitoring signals recorded at the surface.

Previous work [Sparks, 1997; Melnik and Sparks, 1999; Barmin et al., 2002], focussing on changes of the physical properties of the ascending magma, has showed that gas loss and crystallization occur mainly within the last hundred of meters below the surface. Both mechanisms may induce a strong increase in magma viscosity by several orders of magnitude [Shaw, 1963; Hess and Dingwell, 1996; Llewellyn and Manga, 2005]. For example, the viscosity of an andesite magma at 900 °C containing 5 wt% is around 10^4 Pa.s, but can reach values of 10^{11} Pa.s in case of a fully degassed magma [Sparks, 1997]. In this process, vertical as well as lateral gas escape may have a strong impact on the resulting viscosity profiles [Collombet, 2009]. It has been shown that degassing may be coupled with crystallization which, in turn, also affects magma viscosity [Sparks, 1997]. Costa et al. [2007a] consider a strong dependency of the viscosity on crystal content, with an increase in crystal content from 50 to 80 vol % leading to an increase in viscosity by a factor of 10^8 . As a consequence of these shallow crystallization and degassing processes, a more viscous body, a so-called plug, is typically emplaced at the upper part of the conduit. This plug formation tends to reduce the magma flow rate and also induces a pressurization within the conduit. Changes in magma rheology modify the overall flow dynamics within the conduit and, consequently, the stress field within the surrounding crust, which might therefore induce precursor signals such as deformation or seismicity. Ground deformation related to conduit flow processes has been studied through analytic solutions [Bonaccorso and Davis, 1999; Nishimura, 2006, 2009] as well as numerical modelling [Chadwick et al., 1988;

45 *Beauducel et al.*, 2000; *Green et al.*, 2006; *Hautmann et al.*, 2009]. However, deformation
 46 of the conduit wall due to the magma flow was not taken into consideration and most of
 47 studies considered only one component of the stress field acting on the wall rocks, either
 48 shear stress [*Beauducel et al.*, 2000; *Green et al.*, 2006] or normal stress [*Hautmann et al.*,
 49 2009].

50 Here, we consider the full coupling between the fluid flow and crustal deformation,
 51 taking into account the total stress field and the deformation of the conduit wall. We
 52 carry out numerical calculations in axial geometry to model the displacement field induced
 53 by a steady flow when a plug is emplaced at the top of the conduit. We perform a
 54 parametric study in order to quantify the deformation field induced by this increase of
 55 magma viscosity at the upper part of the conduit and give an estimation of the distance
 56 of detection of the induced signal. We then compare the magma flow rate and the tilt
 57 expected during plug growth within the conduit. We further discuss our results with
 58 regards to data recorded at andesitic volcanoes using the Soufriere Hills (Montserrat) as
 59 an example and consider more realistic flow conditions as well as data acquisition geometry
 60 (including volcano topography).

2. Model Description

61 Magma flow through a volcanic conduit embedded in the crust is modelled using a
 62 "Finite Element Method" (FEM) in axisymmetrical geometry (COMSOL software). The
 63 conduit is a vertical cylinder with radius (a_c) and length (L_c). The magma, considered as
 64 a Newtonian fluid, flows with steady state conditions due to an overpressure (P_c) applied
 65 at the conduit bottom and corresponding to the magma reservoir overpressure. A zero
 66 pressure condition at the conduit top and a no-slip condition at the lateral wall are applied.

67 The surrounding crust is treated as a homogeneous elastic medium, characterized by its
 68 shear modulus (G). Roller conditions (allowing no displacement in the perpendicular
 69 direction of the plane) are imposed at the right and lower boundaries of the elastic medium,
 70 the upper boundary being a free surface. A full coupling of magma flow and crustal
 71 deformation is considered by applying the continuity of the stress field (Fig. 1), including
 72 normal as well as tangential components, at the conduit wall. Conduit wall deformation
 73 is calculated by an iterative process as described in Appendix A. Calculations considering
 74 a compressible fluid have been done as well as complex and realistic flow conditions,
 75 which are presented within the discussion. However, the parametric study is performed
 76 for an incompressible fluid with a constant density (ρ_m) and a viscosity function ($\mu(z)$)
 77 and characterized by Poiseuille flow (no displacement at the conduit wall and no radial
 78 component of the flow). In the incompressible case, the component of the stress normal
 79 to the conduit wall is equal to the magma pressure. Our reference state is a flow with
 80 a constant viscosity. We then quantify displacements induced by the emplacement of a
 81 more viscous portion of the flow, the so-called plug, at the top of the conduit with respect
 82 to the reference case. Geometry, physical properties and boundary conditions applied in
 83 our model are shown in Figure 1a.

84 To first order, the increase of viscosity is approximated by a step function (Fig. 1b)
 85 that is dependent on the conduit depth. The plug is characterized by 2 parameters:
 86 its viscosity (μ_p), with $\mu_p > \mu_m$ (μ_m being the viscosity of the magma column) and its
 87 length (h_p), with $h_p < \frac{1}{2}L_c$. For Poiseuille flow, with a constant viscosity, expressions
 88 for the stress field components at the conduit walls are simplified: (i) the normal stress
 89 is equivalent to the fluid pressure and varies linearly with depth, $\frac{\delta P}{\delta z} = cste$; (ii) the

tangential stress or shear stress is a constant value, which only depends on the pressure gradient and the conduit radius, $\tau = (\frac{a_c}{2})(\frac{\delta P}{\delta z}) = cste$. In that case, and providing the conduit deformation remains small (see Appendix A for conditions), we only solve equations for the stress and displacement field within the elastic medium, applying the stress components corresponding to the fluid flow at the conduit wall. For magmas with constant viscosity (our reference case), the pressure gradient as well as the tangential stress applied at the conduit wall are constant $\tau_{ref} = \frac{a_c P_c}{2L_c}$ (the dashed curve in Fig. 1b). In this case, the surface displacements are a function of the conduit geometry (a_c , L_c), the overpressure at the bottom of the conduit (P_c) and the shear modulus (G) only. They do not depend on the viscosity value. For a plug model, the tangential stress is different from the reference case both at the upper part of the conduit (τ_{up}) and at the lower portion (τ_{low}) (see the solid curve in Fig. 1b). The increase of magma viscosity within the upper part induces an overpressure when compared to the reference case. This overpressure reaches a maximum value, denoted ΔP_p , at the base of the plug (Fig. 1b). At the plug bottom, the magma pressure, P_p , can be derived using the conservation of the volumetric flux along the conduit:

$$P_p = \frac{\mu_p h_p}{\mu_p h_p + \mu_m (L_c - h_p)} P_c \quad (1)$$

It follows that the overpressure (ΔP_p) can be expressed as a function of the viscosity contrast and the length ratio:

$$\Delta P_p = P_p - \frac{h_p}{L_c} P_c = \left(\frac{(\frac{\mu_p}{\mu_m})(\frac{h_p}{L_c})}{1 + \frac{h_p}{L_c}(\frac{\mu_p}{\mu_m} - 1)} - \frac{h_p}{L_c} \right) P_c \quad (2)$$

This overpressure is equal to zero when there is no viscosity contrast, $\mu_p = \mu_m$, and reaches the value $P_c(1 - \frac{h_p}{L_c})$ when the viscosity within the plug tends to infinity. For the plug case, the two magma viscosities, μ_m and μ_p , as well as the length of the plug,

113 h_p , have an effect on the displacement. Using the conduit length (L_c) as a length scale
 114 and the term ($\frac{P_c}{G}L_c$) as a displacement scale, dimensionless solutions are only dependent
 115 on the following three dimensionless numbers: (i) the conduit aspect ratio ($\frac{a_c}{L_c}$), (ii) the
 116 length ratio between the plug and the total conduit ($\frac{h_p}{L_c}$), (iii) the viscosity ratio between
 117 the two magmas ($\frac{\mu_p}{\mu_m}$).

3. Results

3.1. Surface Displacements

118 This parametric study, exploring a range of values for each dimensionless number, is
 119 performed to describe the influence of various parameters on the ground deformation. For
 120 each model, radial displacements (U_r), vertical (U_z) displacements and tilts ($\frac{\delta U_z}{\delta r}$) are
 121 calculated at the surface. Radial and vertical displacements are positive when directed
 122 respectively outward and up from the conduit wall (see r,z direction in Fig. 1a). Tilts are
 123 negative when the surface is moving upward going toward the vent, which corresponds to a
 124 ground inflation. Results for the reference state (i.e. constant viscosity: $\frac{\mu_p}{\mu_m} = 1$) for three
 125 different conduit aspect ratios ($\frac{a_c}{L_c}$) are shown in Figure 2. The displacements trend is
 126 similar for various conduit aspect ratios except in the vicinity of the vent: some differences
 127 are observed for radial distances less than 20% of the conduit length. The amplitude of
 128 the displacements is more important for larger values of $\frac{a_c}{L_c}$, corresponding to the largest
 129 or shortest conduits. This means, as previously shown by *Chadwick et al.* [1988], that
 130 a larger pressure is required to explain a given displacement when considering a smaller
 131 conduit radius. In Figure 2, we also show that displacements are both induced by the
 132 shear stress component and by the pressure. Both components induce displacements of
 133 the same order of amplitude. For radial displacements, shear stress has a strong influence

in the near field (for $\frac{r}{L_c} < 0.5$) whereas pressure has more effect in the far field (for $\frac{r}{L_c} > 0.5$). For vertical displacements and tilt, pressure and shear stress induce ground movement in the opposite direction. Shear stress induces inflation whereas pressure stress induces deflation. However, the amplitude of the shear stress effect is larger, which results in a total displacement directed upward. In this case, neglecting the pressure component leads to an overestimate in the induced displacement field. For near field measurements, this overestimation is greater for a smaller conduit radius over length ratio. For example, our model gives an error larger than 20% for tilt at a distance of 500 m from the conduit, if pressure at the conduit wall is neglected, with the conditions taken by *Green et al.* [2006] (i.e.: a shear stress of 0.5 MPa applied on the wall of a 15 m radius conduit, with a Young modulus fixed at 2 GPa). Thus, each stress component has an important effect in the total displacement field and none of them should be neglected in deformation models.

In case a viscous plug is present at the top of the conduit, larger displacements are induced than those described above for the constant viscosity case (reference case hereafter). We calculated surface displacements due to plug flow models exploring the range of 10^0 - 10^5 for the viscosity ratio ($\frac{\mu_p}{\mu_m}$) and 0-0.5 for the length ratio ($\frac{h_p}{L_c}$). Figure 3 shows the tilt calculated at a radial distance of 500 m from the conduit, for the tested parameter range, considering a conduit of 15 m radius and 5000 m length. Magma pressure at the conduit bottom (P_c) and the elastic shear modulus (G) of the crust are respectively fixed at 10 MPa and 0.8 GPa. Such values seem realistic for Soufriere Hills [*Green et al.*, 2006; *Costa et al.*, 2007b; *Voight et al.*, 1999]. Tilt calculation is relative to our reference case obtained with constant viscosity, such that the value tends to zero when either h_p tends to zero or $\frac{\mu_p}{\mu_m}$ tends to 1. Figure 3a shows that the plug emplacement induces an inflation

(negative tilt values). At 500 m from the conduit wall, tilt values reach more than $3 \mu rad$ for thin plugs characterized by a large viscosity contrast ($\frac{\mu_p}{\mu_m} > 10^{2.5}$ and $\frac{h_p}{L_c} < 0.05$). However the largest displacements are not always obtained with the thinnest plugs: for small viscosity ratios ($\frac{\mu_p}{\mu_m} < 10^3$), there exists a critical plug thickness, $h_{p(crit)}$, corresponding to a maximum of the induced tilt amplitude. For large viscosity ratios ($\frac{\mu_p}{\mu_m} > 10^3$), $h_{p(crit)}$ tends to zero: the tilt increases when the plug length decreases. In addition, for large viscosity ratio, tilt does not depend on the viscosity ratio, but is mainly a function of the plug length. The influence of each stress component on the ground displacements is also shown in Figure 3b and 3c. Even if the pressure acting along the conduit wall does not dominate the tilt signal, it has a strong influence inducing a ground deflation (positive tilt values). The effect is maximum, with an amplitude larger than $1 \mu rad$, for intermediate length ratios (between 0.1 and 0.3). In most cases, except for the thinnest plugs, neglecting the pressure effect leads to an overestimation of the induced tilt, which means that the tangential stress component will be underestimated when interpreting an observed signal.

3.2. Detection of Ground Deformation

We have showed that an increase of magma viscosity occurring at the top of a conduit causes a displacement at the ground surface. In order to guide the choice for in-situ instrument types and locations, it seems important to quantify the maximal distance from the volcanic vent, where this signal can be detected. We estimate this critical distance, hereafter called "detection distance" using a threshold value of detection for each component of the displacement. Horizontal and vertical ground movements can be detected by GPS receivers. The theoretical precision of the instrumentation used in volcanology

is around 5 mm and 10 mm respectively for the horizontal and vertical displacement
 (http://www.igage.com/GPSaccy/index.html). However, field measurements can be per-
 turbed by the atmospheric component or local perturbations of the instrumented site. We
 thus assume in our study that only millimetric changes for the radial displacements and
 centimetric changes for the vertical displacements will be detected. On the other hand,
 a more accurate method to detect ground motion is to measure the tilt of the volcano
 surface. According to the tiltmeters used, ground deformation less than $1 \mu rad$ can be
 detected (http://www.carboceramics.com/Tiltmeters-Clinometers), one microradian cor-
 responding to a vertical variation of one millimeter over a distance of one kilometer. This
 type of measurement is difficult to set up because instruments are highly sensitive to
 changes in temperature or atmospheric pressure. In order to minimize the influence of
 these external effects on measurements recorded, tiltmeters are often placed in boreholes,
 several centimeters beneath the surface. Here, we choose an upper value for our detection
 threshold and we consider that only tilt variations larger than $1 \mu rad$ are detected.

We use the same model parameters as in Figure 3 ($G = 0.8$ GPa, $P_c = 10$ MPa,
 $L_c = 5000$ m and $a_c = 15$ m) and threshold values of 1 mm and 1 cm respectively for
 the radial and vertical displacements and $1 \mu rad$ for the tilts. We find that: (i) radial
 displacement is never detectable for plugs representing more than 20% of the total conduit,
 but it can be observed over 1 km for plugs with length ratio less than 10% and viscosity
 contrast more than 10^2 . (ii) vertical displacement can never be detected, except a few
 meters from the conduit for the thinnest plugs. (iii) tilt displacement can be detected
 until a few hundred meters depending on the plug characteristics as detailed in Figure 4c.
 Tiltmeters seem thus to be more appropriate than GPS instruments to detect the ground

deformation induced by plug emplacement within the upper part of a volcanic conduit.

As previously explained, the amplitude of the displacements is not only dependent on the viscosity ratio ($\frac{\mu_p}{\mu_m}$) and length ratio ($\frac{h_p}{L_c}$) but is also function of the balance between the reservoir overpressure and the host rocks elastic properties, $\frac{P_c}{G}$, as well as the conduit aspect ratio ($\frac{a_c}{L_c}$). Figure 4 shows the effect of these two parameters on the detection distance. The case a) provides the detection distance for a larger radius (a_c), the case d) for a larger shear modulus (G) and the case b) when both parameters are increased. As expected, an increase of the conduit radius or a decrease of the host rocks shear modulus, tends to increase the detection distance for tilt signal. During the extrusive phase, the detection of ground deformation caused by plug emplacement will be much easier in the case of andesitic volcanoes with a large conduit embedded in soft host rocks.

3.3. Flow Rate Versus Tilt Signal During Plug Evolution

The formation of a viscous plug at the top of the volcanic conduit induces a decrease of magma flow. The flow rate for a plug model can be expressed as a function of the reference flow rate, Q_{ref} , of the "constant viscosity" case:

$$Q = \left(\frac{1}{1 + \frac{h_p}{L_c} \left(\frac{\mu_p}{\mu_m} - 1 \right)} \right) Q_{ref} \quad (3)$$

In the previous section, we showed that plug emplacement also induces ground motion signals large enough to be detected under certain conditions. During the extrusive phases of andesitic volcanoes, a plug may form in the upper portion of the conduit and evolve through time due to continuous degassing as well as crystallization processes. Plug evolution can proceed either through an increase of its viscosity or its size. In nature, both

cases are probably mixed, but here we choose to compare the relative evolution of tilt and flow rates observed at the surface as a consequence of these two end-members (Figure 5).

For a constant plug length, an increase of plug viscosity reduces, as expected, the magma flow rate produced at the surface (Fig. 5a, right side). Whatever the value of $\frac{h_p}{L_c}$, the flow rate falls below 5% of its reference value for a viscosity contrast larger than 10^3 . This increase of viscosity induces a ground inflation: the tilt amplitude first increases with the viscosity contrast before reaching a constant and maximum value (Fig. 5a, left side). The threshold value of viscosity at which the maximum of tilt amplitude is reached, depends on the plug size, with larger values for thinner plugs. For plugs that are more viscous than the threshold value, the tilt amplitude remains constant and the magma flow rate is close to zero. Thus, if a high contrast of viscosity already exists between the plug and the magma column, the evolution of the plug viscosity can not be detected from the surface displacement measurements.

The other end-member behaviour is the one induced by a thickening plug of constant viscosity. Once again due to plug evolution, the magma flow rate decreases (Fig. 5b, right side). However for small viscosity contrasts, the flow rate reduction remains small. For the induced tilt (Fig. 5b, left side), the behaviour is different than in the previous case: we observe a rapid ground inflation (upward displacement when going towards the crater), until the plug reaches its critical thickness, $h_{p(crit)}$, as previously defined. Once the plug thickness is larger than this critical value, the tilt amplitude decreases together with the flow rate. For a large viscosity contrast, the critical thickness tends to zero, and the first phase can not be distinguished. This result is related to the fact that the maximum amplitude of the surface displacements is not always obtained for the thinnest plugs but

for a critical plug size, which depends on the viscosity contrast. For plugs larger than the critical thickness, the decrease trend of the tilt amplitude is mainly controlled by the variation of the pressurization level (h_p) rather than its value (ΔP_p). Indeed, an increase of the plug length corresponds to an increase of the depth of the maximal pressurization within the conduit.

To summarize, in the early stage of the plug emplacement (a small viscosity contrast and a thin thickness), the resulting increase of overpressure below the plug, ΔP_p , induces an inflation, while the magma flow rate is reduced. Depending on the preponderant effect during plug growth, either in the thickness or in the viscosity contrast evolution, an increase or a decrease of tilt amplitude might occur afterward. The joint interpretation of the flow rate and ground motion evolution through time, using this kind of model, can thus provide useful constraints on magma viscosity profiles within the conduit. Tracking the evolution of magma physical properties through time is essential to explain drastic and sudden changes of magmatic activity observed at andesitic volcanoes.

4. Discussion

4.1. Effect of Conduit Flow Versus Other Deformation Sources

In this study, we have always modelled ground motion due to magma conduit flow considering no pressure changes within the magma reservoir and no magma accumulation at the surface. It is obvious, however, that flow dynamics changes occurring within the conduit are not the only source of deformation on andesitic stratovolcanoes. Pressure changes within a shallow magma reservoir [Mogi, 1958] and surface load variations due to dome growth/collapse can also induce ground motion [Beauducel et al., 2000]. Figure 6 allows a comparison of the relative amplitude of these various phenomena. It shows displacements

induced by (i) surface pressure change of 1 MPa related to the emplacement/removal of a lava dome (1 MPa corresponding to a height change of 60 m of a material with a density of 1700 kg.m^{-3}), (ii) an overpressure variation of 1 MPa occurring within a magma reservoir and (iii) the emplacement of a plug in the upper part of the conduit. All the parameters taken for these models are detailed in the caption of the Figure 6. In the far field, at distances greater than $0.2 L_c$ from the volcanic vent, magma pressure changes or dome height variations induce larger displacements at the Earth's surface than the magma conduit flow. Emplacement of a plug at the top of the conduit might provide for larger amplitudes in displacements than magma reservoir or lava dome processes only in the immediate vicinity of the vent.

To conclude, with the context of an incompressible magma, ground motion induced by magma viscosity increases at the top of the volcanic conduit will be detectable only if: (i) instruments are located in the near field, few hundred meters from the volcanic vent ; (ii) plugs have reduced size and high viscosity contrast compared to the magma column ; (iii) other processes, such as magma reservoir pressure changes or lava dome growth/collapse, do not dominate the deformation signal. *Melnik and Sparks* [2005] proposed a transient model of magma flow in an open volcanic conduit including gas exsolution and escape, bubble growth as well as crystallization effects. They show that the system can fluctuate between two stable states, one being characterised by a high flow rate of less viscous magma and the other by a low flow rate of more viscous magma. Considering the given viscosity profiles and reservoir overpressures, we have quantified the induced displacements when the system goes from one regime to the other. Deformation at the surface is almost entirely due to the pressure changes occurring within the reservoir, the viscosity profile

changes occurring within the conduit having a smaller effect. However the model proposed by *Melnik and Sparks* [2005], cannot simultaneously explain cycles occurring on a period of several years or several weeks. Short time-scales cycles have been explained by models with a constant reservoir pressure [*Costa et al.*, 2007b], which justifies our choice to quantify the displacement field induced by magma flow condition within the conduit in case there is no magma reservoir pressure change.

4.2. Influence of Topography

In all previous calculations, the volcano surface is modelled as a flat surface, but andesitic stratovolcanoes are characterized by significant topography with slopes up to 35° . Because topography can have an effect on ground deformation results [*Cayol and Cornet*, 1998], we calculate displacements induced by plug emplacement with an upper surface corresponding, in the first approximation (a linear trend), to Montserrat topography. Including this topography, we obtain the same conclusions as for a flat topography, excepted that the amplitude of the displacements is larger (around 20-30%) when the real topography is considered.

4.3. Influence of Viscosity Profile

At Soufriere Hills Volcano (Montserrat), tilt cycles were recorded at 600-700 m from the crater vent, first in December 1996 with an amplitude of $1\text{-}2\ \mu\text{rad}$ and a period of 6-8 h, and few months after, from April to May 1997, with an amplitude between 10 and 25 μrad and a period of 12-18 h [*Voight et al.*, 1998]. The cyclic behaviour of the surface deformation, with a deflation phase more rapid than the inflation one, is also correlated with cycles in seismic activity and gas emissions of SO_2 [*Watson et al.*, 2000]. Here we

309 compare the amplitude of tilt recorded at Montserrat with those obtained by plug models.
310 Because the viscosity profile considered in our model is simplified, we also compare the
311 observation with displacements obtained considering more realistic viscosity profiles. One
312 is taken from *Sparks* [1997] and corresponds to the model 3 presented in the paper as a
313 case "where a lava dome up to 100 m thick is being fed from a conduit and the gas is
314 lost during ascent for magma that just remains gas-saturated at the local pressure". In
315 this model, the viscosity profile is expressed as a power law and increases progressively
316 from the bottom of the conduit to the surface. We solved the Navier-Stokes equations for
317 an incompressible magma using this viscosity profile and applied the resulting stress at
318 the conduit wall in order to calculate the displacement field. The other viscosity profile
319 considered is obtained from *Collombet* [2009]. We used the stationary solution for flow
320 conditions described by *Collombet* [2009] and applied the resulting stress at the conduit
321 wall. In comparison with the previous models that only consider vertical gas escape, it
322 also takes into account the lateral gas loss due to the permeability of the conduit wall.
323 In this case, the large viscosity change occurs only in the upper few hundred metres of
324 the conduit, which induced large stresses at the conduit wall close to the surface (Fig.
325 7a). The particularity of this last model is that, for shallow depths (above 750 m depth),
326 magma overpressure in the conduit reaches larger values than those applied at the conduit
327 bottom, due to magma compressibility effects. This maximal pressure, associated with a
328 high shear stress at shallow levels of the conduit, produced tilts one order of magnitude
329 larger than the two other models (Fig. 7b). Assuming a value of 0.8 GPa for the shear
330 modulus and 10 MPa for the magma reservoir overpressure, the model obtained from
331 *Collombet* [2009], taking into account the vertical as well as the lateral degassing, seems

to better explain the amplitude of the tilt inflation measured in Soufriere Hills Volcano during the April-May period.

4.4. Origin of Cyclic Deformation

The formation of a viscous plug in the shallow part reduces the magma flow rate and builds up large overpressures in the last few hundred metres, which may cause the tilt inflation observed at the surface. Plug formation is well explained by the magma viscosity increase as a consequence of exsolution, gas loss and crystallization processes. In order to account for the cyclic behaviour, an explanation for the following depressurisation is required. In most cases, the mechanism invoked is a stick-slip transition. Above a threshold criterion, plug motion occurs because the magma starts to slip along the conduit walls, the speed of slip being a function of the wall friction. The plug is extruded and the magma pressure is released, causing the return to the initial state without the plug. The threshold criterion used is either a given overpressure within the magma below the plug [Lensky *et al.*, 2008] or the condition for brittle failure of the magma [Collier and Neuberg, 2006]. The onset of brittle failure has been identified to occur when the product of the melt viscosity and the shear strain rate is larger than the shear strength of the melt (σ_s) [Webb and Dingwell, 1990], values being estimated between 10^7 and 10^8 Pa for pure glass [Tuffen *et al.*, 2003; Tuffen and Dingwell, 2005].

In our plug flow model, this criterion is equivalent to $\tau_{up} = \frac{a_c P_p}{2 h_p} > \sigma_s$ and thus only depends on the conduit radius, the plug thickness and the pressure at the plug bottom. Largest shear stress is obtained for the most viscous and the thinnest plugs. From a value of magma shear strength of 10^7 Pa and classic values of 15 m and 10 MPa respectively for the conduit radius (a_c) and the bottom pressure (P_c), we deduce than the plug length

(h_p) must be less than 7.5 m to reach the magma failure. In other terms, in a case of a more realistic plug size, such as 50 m, a bottom overpressure larger than the 66.7 MPa is required for a 15 m radius conduit. In the case of a more realistic overpressure of 10 MPa, the brittle failure of the magma is obtained if the conduit radius is larger than 100 m. Based on these results, conditions required to cause magma failure remain unlikely, such that we used a no-slip condition at the conduit wall. However, there is some experimental as well as textural evidence of magma brittle failure in the upper portion of volcanic conduits [Lavallée *et al.*, 2008; Tuffen *et al.*, 2008]. The value of shear strength we used might be overestimated for real magma.

Another way to account for plug removal is to consider a modification of permeability at the conduit wall as proposed by Edmonds *et al.* [2003]. For example, Taisne and Jaupart [2008] have shown that the loading of the crater floor by the dome acts to prevent gas leakage from magma by closing fractures around the volcanic conduit. A permeability decrease would prevent lateral degassing and might reduce the plug either by decreasing its viscosity contrast or its length. This is consistent with the fact that, as at Soufrière Hills, Montserrat, a decrease in SO₂ emission rate was observed prior to the start of magma ascent, after a pause in dome growth [Edmonds *et al.*, 2003].

4.5. Origin of Tilt Reversals Before Eruptions

Reversals of ground tilt direction have been documented before eruptions. Chadwick *et al.* [1988] showed that before extrusions occurring at Mount St Helens from May 1981 to August 1982, outward tilting was observed during several weeks, accelerated sharply and then abruptly changed direction to inward tilting, minutes to hours before eruptive activity began. Such a phenomenon could be linked to a variation of magma pressure within a

shallow reservoir. It would be consistent with a pressure increase due to replenishment or degassing occurring weeks before the eruptive event and followed by a pressure decrease as a response to magma discharge within a propagating dyke. However, in this case, the source of the ground deformation is likely to be located within the conduit as proposed by *Chadwick et al.* [1988]. A possible explanation might come from the evolution of the plug within the volcanic conduit. As shown in Figure 8, considering the plugged conduit as the reference state (high value of $\frac{h_p}{L_c}$), the decrease of the plug thickness induces first an increase of the vertical displacement and tilt, correlated to a relative constant flow rate. These displacements correspond to a ground inflation with the slopes of the volcano tilting away from the volcanic vent. The inflation is followed by a decrease of ground displacements, which indicates a phase of rapid deflation. During this subsidence, the magma flow rate rapidly increases to reach its maximal value when the plug is totally removed ($\frac{h_p}{L_c} = 0$). Because the ground movement has changed in direction, the surface of the volcano now tilts towards the vent. As a result, the process of thickness variation development of a viscous plug in a volcanic conduit can be a possible origin for the tilt reversal observed before an eruption at andesitic volcanoes, such as Mount St Helens.

5. Conclusions

We estimated ground deformation induced at a volcano surface by magma viscosity changes occurring in the upper portion of the conduit. Calculations were performed considering a simplified viscosity profile for the magma, the viscosity taking two different values: a higher value within the plug and a lower value within the magma column itself. This model provides a good estimation of ground displacement, not different, in amplitude, from the one produced by more realistic models with power-law profiles of

viscosity. Plug emplacement results in a decrease of the magma discharge rate together with a rise of the shear stress levels along the conduit walls, which is considered to be the main source of displacements at the surface. However even if it is most often dominant, the shear stress effect is not the only effect of importance: the conduit is also pressurized below the plug. We have shown that the pressure gradient within the conduit also has a significant effect on surface deformation and should thus not be neglected. Plug growth always results in an overall decreasing magma flow rate, whereas it may either induce an increase or a decrease of the outward tilt, depending on the magnitude and the depth of the pressurization level. Tilt signals caused by plug emplacement might be detected only few hundred metres from the crater vent, according to the size and the viscosity of the plug as well as the size of the conduit and the mechanical properties of the host rocks. The estimated distance of detection should be taken into consideration when deciding for the type and the location of geodetic instrumentation at andesitic volcanoes.

Appendix A: Fluid-Solid Interaction

In our study, we treat the full coupling between the fluid and the elastic solid by an iterative process. At each step, we solve for the fluid flow, apply the resulting stress components at the conduit wall, and then we calculate the displacements at the conduit walls and modify, in consequence, the geometry of the fluid domain boundaries. We iterate this process until convergence occurs. Usually convergence is immediate because the radial displacements of the conduit wall is reduced. This radial displacement can be approximated analytically. Neglecting the tangential stress effects and considering that the pressure gradient with depth remains small, we can use the solution of an infinite pressurised pipe with an axial geometry to estimate, to a first approximation, the radial

displacement of the conduit wall. It gives $U_r = \frac{1}{2}(\frac{P_c}{G})a_c$ [Landau and Lifshitz, 1975], where P_c is the overpressure at the conduit bottom, G the shear modulus of host rocks and a_c the conduit radius. In volcanic conduits, the magma overpressure does not exceed values of 20 MPa [Melnik and Sparks, 1999] and the shear modulus is around 1-10 GPa [Costa et al., 2007b; Voight et al., 1999; Barmin et al., 2002]. So, the amplitude of the radial displacement (U_r) at the conduit wall remains smaller than 1% of the conduit radius. For a 10 metre radius, the expected maximal wall displacement will be only 10 centimeters. We quantified, in our plug model, the effect of this wall deformation on the displacement field at the surface. First, wall deformation has a larger effect for a low shear modulus (G) and a large overpressure (P_c). Secondly, from a shear modulus of 0.4 GPa and a magma overpressure of 10 MPa, the amplitude of the surface displacements is only 5% larger when we take into account the conduit wall deformation compared with the rigid conduit case. In many volcanic contexts, the effect of conduit wall deformation will not affect significantly the surface displacements and can thus be neglected to a first approximation.

References

- Barmin, A., O. Melnik, and R. Sparks, Periodic behavior in lava dome eruptions, *Earth Planet. Sci. Lett.*, *199*, 173–184, 2002.
- Beauducel, F., F.-H. Cornet, E. Suhanto, T. Duquesnoy, and M. Kasser, Constraints on magma flux from displacements data at Merapi volcano, Java, Indonesia, *J. Geophys. Res.*, *105*, 8193–8203, 2000.

- Bonaccorso, A., and P. Davis, Models of ground deformation from vertical conduits with application to eruptions of Mount St. Helens and Mount Etna, *J. Geophys. Res.*, *104*, 10,531–10,542, 1999.
- Cayol, V., and F. Cornet, Effects of topography on the interpretation of the deformation field of prominent volcanoes - Application to Etna, *Geophys. Res. Letters*, *25*, 1979–1982, 1998.
- Chadwick, W., R. Archuleta, and D. Swanson, The Mechanics of Ground Deformation Precursory to Dome-Building Extrusions at Mount St. Helens 1981-1982, *J. Geophys. Res.*, *93*, 4351–4366, 1988.
- Collier, L., and J. Neuberg, Incorporating seismic observations into 2D conduit flow modeling, *J. Volcanol. Geotherm. Res.*, *152*, 331–346, 2006.
- Collombet, M., Two-dimensional gas loss for silicic magma flows: toward more realistic numerical models, *Geophys. J. Int.*, *177*, 309–318, 2009.
- Costa, A., O. Melnik, and R. Sparks, Controls of conduit geometry and wallrock elasticity on lava dome eruptions, *EPSL*, *260*, 137–151, 2007a.
- Costa, A., O. Melnik, R. Sparks, and B. Voight, Control of magma flow in dykes on cyclic lava dome extrusion, *Geophys. Res. Letters*, *34*, L02,303, 2007b.
- Denlinger, R., and R. Hoblitt, Cyclic eruptive behavior of silicic volcanoes, *Geology*, *27*, 459–462, 1999.
- Edmonds, M., C. Oppenheimer, D. Pyle, R. Herd, and G. Thompson, SO₂ emissions from Soufrière Hills Volcano and their relationship to conduit permeability, hydrothermal interaction and degassing regime, *J. Volcanol. Geotherm. Res.*, *124*, 23–43, 2003.

- Green, D., J. Neuberg, and V. Cayol, Shear stress along the conduit wall as a plausible source of tilt at Soufrière Hills volcano, Montserrat, *Geophys. Res. Letters*, *33*, L10,306, 2006.
- Harris, A., W. Rose, and L. Flynn, Temporal trends in lava dome extrusion at Santiaguito 1922-2000, *65*, 77–89, 2002.
- Hautmann, S., J. Gottsmann, R. Sparks, A. Costa, O. Melnik, and B. Voight, Modelling ground deformation caused by oscillating overpressure in a dyke conduit at Soufrière Hills Volcano, Montserrat, *Tectonophysics*, *471*, 87–95, 2009.
- Hess, K.-U., and D. Dingwell, Viscosities of hydrous leucogranitic melts: A non-Arrhenian model, *American Mineralogist*, *81*, 1297–1300, 1996.
- Landau, L., and E. Lifshitz, *Theory of elasticity*, 2nd ed. ed., Pergamon, Tarrytown, N.Y., 1975.
- Lavallée, Y., P. Meredith, D. Dingwell, K.-U. Hess, J. Wassermann, B. Cordonnier, A. Gerik, and J. Kruhl, Seismogenic lavas and explosive eruption forecasting, *Nature*, *453*, 507–509, 2008.
- Lensky, N., R. Sparks, O. Navon, and V. Lyakhovsky, Cyclic activity at Soufrière Hills Volcano, Montserrat: degassing-induced pressurization and stick-slip extrusion, in *Fluid Motions in Volcanic Conduits: A Source of Seismic and Acoustic Signals*, vol. 307, Geological Society ed., pp. 169–188, Lane, S.J. & Gilbert, J.S., London, 2008.
- Llewellyn, E., and M. Manga, Bubble suspension rheology and implications for conduit flow, *J. Volcanol. Geotherm. Res.*, *143*, 205–217, 2005.
- Melnik, O., and R. Sparks, Nonlinear dynamics of lava dome extrusion, *Nature*, *402*, 37–41, 1999.

- Melnik, O., and R. Sparks, Controls on conduit magma flow dynamics during lava dome building eruptions, *J. Geophys. Res.*, *110*, 2005.
- Mogi, K., Relations between the eruptions of various volcanoes and the deformation of the ground surfaces around them, *Bull. Earthquake Res. Inst., Univ. Tokyo*, *36*, 99–134, 1958, analytic.
- Nakada, S., H. Shimizu, and K. Ohta, Overview of the 1990-1995 eruption at Unzen Volcano, *J. Volcanol. Geotherm. Res.*, *89*, 1–22, 1999.
- Nishimura, T., Ground deformation due to magma ascent with and without degassing, *Geophys. Res. Letters*, *33*, L23,309, 2006.
- Nishimura, T., Ground deformation caused by magma ascent in an open conduit, *J. Volcanol. Geotherm. Res.*, *187*, 178–192, 2009.
- Shaw, H., Obsidian-H₂O Viscosities at 1000 and 2000 Bars in the Temperature Range 700° to 900°C, *J. Geophys. Res.*, *68*, 6337–6343, 1963.
- Sparks, R., Causes and consequences of pressurisation in lava dome eruptions, *Earth Planet. Sci. Lett.*, *150*, 177–189, 1997.
- Swanson, D., and R. Holcomb, Regularities in growth of the Mount St. Helens dacite dome 1980-1986, in *Lava Flows and Domes: Emplacement and Mechanisms and Hazards Implications*, Springer ed., pp. 3–24, J.H. Fink, New York, 1990.
- Taisne, B., and C. Jaupart, Magma Degassing and Intermittent Lava Dome Growth, *Geophys. Res. Letters*, *35*, 2008.
- Tuffen, H., and D. Dingwell, Fault textures in volcanic conduits: evidence for seismic trigger mechanisms during silicic eruptions, *Bull. Volcanol.*, *67*, 370–387, 2005.

- Tuffen, H., D. Dingwell, and H. Pinkerton, Repeated fracture and healing of silicic magma generate flow banding and earthquakes?, *Geology*, *31*, 1089–1092, 2003.
- Tuffen, H., R. Smith, and R. Sammonds, Evidence for seismogenic fracture of silicic magma, *Nature*, *453*, 511–513, 2008.
- Voight, B., R. Hoblitt, A. Clarke, A. Lockhart, A. Miller, L. Lynch, and J. McMahon, Remarkable cyclic ground deformation monitored in real-time on Montserrat, and its use in eruption forecasting, *Geophys. Res. Letters*, *25*, 3405–3408, 1998.
- Voight, B., E. Constantine, S. Siswovidjoyo, and R. Torley, Historical eruptions of Merapi Volcano, central Java, Indonesia, 1768-1998, *J. Volcanol. Geotherm. Res.*, *100*, 69–138, 2000.
- Voight, B., et al., Magma Flow Instability and Cyclic Activity at Soufriere Hills Volcano, Montserrat, British West Indies, *Science*, *283*, 1999.
- Voight, B., et al., Unprecedented pressure increase in deep magma reservoir triggered by lava-dome collapse, *Geophys. Res. Letters*, *33*, 2006.
- Watson, I., et al., The relationship between degassing and ground deformation at Soufriere Hills Volcano, Montserrat, *J. Volcanol. Geotherm. Res.*, *98*, 117–126, 2000.
- Webb, S., and D. Dingwell, Non-Newtonian Rheology of Igneous Melts at High Stresses and Strain Rates: Experimental Results for Rhyolite, Andesite, Basalt, and Nephelinite, *J. Geophys. Res.*, *95*, 15,695–15,701, 1990.
- Wylie, J., B. Voight, and J. Whitehead, Instability of Magma Flow from Volatile-Dependent Viscosity, *Science*, *285*, 1999.

Figure 1

Figure 1. a) Schematic representation of the plugged conduit model. Geometric and physical parameters are shown. Roller conditions (no displacement in the perpendicular direction) are imposed in the elastic medium at the right and lower boundaries. The upper boundary is a free surface. The right boundary is situated far away from the conduit (at 100 km) in order to prevent boundary effects. Fluid flow is caused by pressure differential between the conduit bottom ($P = P_c$) and the surface ($P = 0$). A no-slip condition is applied at the fluid along the conduit wall. The continuity of the stress field, normal as well as tangential components, is applied at the conduit wall. The formation of the plug at the top of the conduit is modelled by an increase of the magma viscosity. b) 1-D viscosity profile used in our calculation (left side) and the resulting stresses (pressure and shear stress) at the conduit wall (right side). At first approximation, the increase of the viscosity is modelled by a "step" function, with two extreme values: the viscosity in the magma column below the plug, μ_m , and the viscosity of the plug, μ_p . we consider an incompressible magma with constant density. In each sketch, dashed curves represented our reference case: the Poiseuille flow with a constant viscosity ($\mu = \mu_m$ at any depth).

Figure 2. Surface displacements: radial (a) and vertical (b) as well as tilt (c) induced by a constant viscosity magma flow (reference case). Results are presented for three different conduit aspect ratio ($\frac{a_c}{L_c}$). Distances are normalized by the conduit length (L_c) and displacement by the ratio ($\frac{P_c}{G}L_c$). The distance $r=0$ corresponds to the conduit wall. In each case, the total displacement (solid line) as well as displacement only induced by the shear stress component (short dashed) or by the pressure (large dashed) are shown.

Figure 3. Tilt induced by the formation of a plug at the top of the conduit, shown as a function of the two dimensionless numbers characterizing the plug: the length ratio ($\frac{h_p}{L_c}$) and the viscosity ratio ($\frac{\mu_p}{\mu_m}$). Tilt is calculated, at the surface, 500 m away from the conduit wall. Results are shown for a given conduit geometry, with a radius (a_c) of 15 m and a length (L_c) of 5000 m. The pressure P_c applied at the bottom is fixed at 10 MPa and the shear modulus of the host rocks, G , is equal to 0.8 GPa. a) Tilt induced by the magma flow. b) Part of the tilt which is only induced by the shear stress applied at the conduit wall. c) Part of the tilt which is only induced by the pressure applied at the conduit wall. Tilt represented in a) is the summation of the values shown in b) and c). The dashed line corresponds to the critical plug thickness, $h_{p(crit)}$, thickness which gives the maximal tilt value for a given viscosity ratio. Note that tilt is relative to our reference case obtained with a constant viscosity magma flow, which means that tilt tends to zero when either h_p tends to zero or the viscosity ratio $\frac{\mu_p}{\mu_m}$ tends to 1.

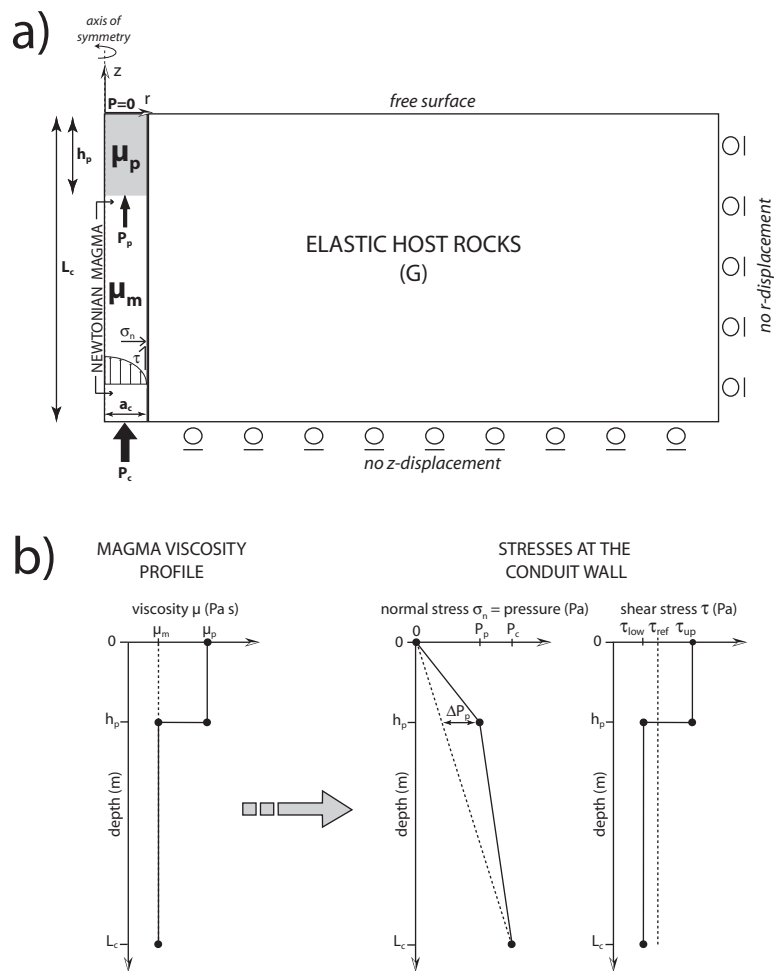
Figure 4. Detection distance for the tilt signal, function of the two dimensionless numbers related to the plug: the length ratio ($\frac{h_p}{L_c}$) and the viscosity ratio ($\frac{\mu_p}{\mu_m}$). The detection distance here corresponds to the maximal radial distance from the conduit wall where a tilt larger in amplitude than one microradian is expected. The conduit length (L_c) and the pressure (P_c) applied at the bottom are, respectively, set to 5000 m and 10 MPa. Results are presented for four different cases: a) $a_c = 50$ m and $G = 0.8$ GPa b) $a_c = 50$ m and $G = 4.0$ GPa, c) $a_c = 15$ m and $G = 0.8$ GPa and d) $a_c = 15$ m and $G = 4.0$ GPa.

Figure 5. Relationship between magma flow rate and tilt during plug growth within the conduit. Tilt is calculated at radial distance of 500 m from the conduit wall. Conditions are, as for Figure 3, obtained for a conduit radius (a_c) of 15 m, a conduit length (L_c) of 5000 m, a bottom pressure (P_c) of 10 MPa and a shear modulus (G) equal to 0.8 GPa. Two end-members are tested. a) plug length remains constant when the magma within the plug becomes more and more viscous. b) magma viscosity within the plug remains constant when the plug length increases. The left axis corresponds to our reference case, $\mu_p = \mu_m$ in a) and $h_p = 0$ in b), such that tilt value tends to zero and the flow rate tends to Q_{ref} .

Figure 6. Amplitude of radial displacement a), vertical displacement b) and tilt c) calculated at surface for various processes occurring on andesitic statovolcanoes, detailed on sketch d). Numerical calculations are performed with the COMSOL software, taking a value of 0.8 GPa for rocks rigidity. The reference state is an overpressurized reservoir ($P_c = \rho_m g L_c + 10$ MPa) embedded in a lithostatic medium, which feeds an open conduit with length (L_c) and radius (a_c) respectively equal to 5000 m and 15 m. Magma in the conduit has a constant viscosity (μ_m). Perturbations are the following: (1) Overpressure change of $\Delta P_c = 1$ MPa due to magma replenishment or withdrawal within a 10 km^3 spherical magma reservoir (long dashed curves in a-b-c). (2) Plug emplacement in the upper part of the conduit, characterised by a thickness (h_p) of 50 m and a viscosity ratio ($\frac{\mu_p}{\mu_m}$) equal to 10^5 (solid curves in a-b-c). (3) Load change of $P_d = 1$ MPa due to the construction/destruction of a 200 m radius (R_d) lava dome at the surface (short dashed curves in a-b-c). Note that the value of 1 MPa can be associated to a dome height variation of 60 m for eruptive products density of 1700 kg.m^{-3} .

Figure 7. a) Magma viscosity as a function of depth (left side) and resulting stress components along the conduit wall (right side) for various models. Black and grey solid lines correspond to plug models described in this study, with a "step" profile for the magma viscosity. Two plug models are represented: one with length ratio $\frac{h_p}{L_c} = 0.1$, the other one $\frac{h_p}{L_c} = 0.01$; both models have the same viscosity ratio $\frac{\mu_p}{\mu_m} = 10^5$. Red and blue lines correspond to calculation with more realistic profile for magma viscosity, which depends on the gas escape process occurring on the magma column. The first (red) is derived from *Sparks* [1997], where depth dependence of magma viscosity is expressed as a power-law function. The second (blue), deduced from the study of *Collombet* [2009], consider vertical gas loss as the previous, but also the lateral gas escape due to wall permeability. b) Tilt signal at the surface induced by the different magma viscosity profiles discussed above. The reference state is the Poiseuille flow with a constant viscosity. The grey box indicates the amplitude range of 10-25 μrad recorded by tiltmeters during cyclic ground deformation on Soufriere Hills volcano at Montserrat from May to August in 1997 [*Voight et al.*, 1998]. Parameters used for the calculation are the same as in Figure 3.

Figure 8. (a) Evolution of the tilt calculated at 500 m from the conduit (black line) and the magma flow rate (red line) during the plug thickness decrease. Viscosity contrast ($\frac{\mu_p}{\mu_m}$) between this plug and the magma is fixed to 100. Parameters for the conduit geometry and elastic constants are the same as in Figure 5. (b) Vertical displacement as a function of the radial distance for 4 specific values of plug thickness corresponding to the labelled dots on fig (a) (case 1 is for the thickness plug $\frac{h_c}{L_c} = 0.2$, case 4 for the thinnest plug $\frac{h_c}{L_c} = 0.01$). Around 500 m from the conduit (grey shaded area), we have, during the first stage of thickness decrease (from the case 1 to 3, blue curves), an increase of vertical displacement inducing a ground inflation. This inflation produce an outward movement from the volcanic vent in the tilt measurements (see in a). After the plug reaches a critical size (close to the case 3) which gives the maximum amplitude, the vertical displacement decreases causing a ground deflation (case 4, green curve). The tilt direction reverse, with an inward movement.



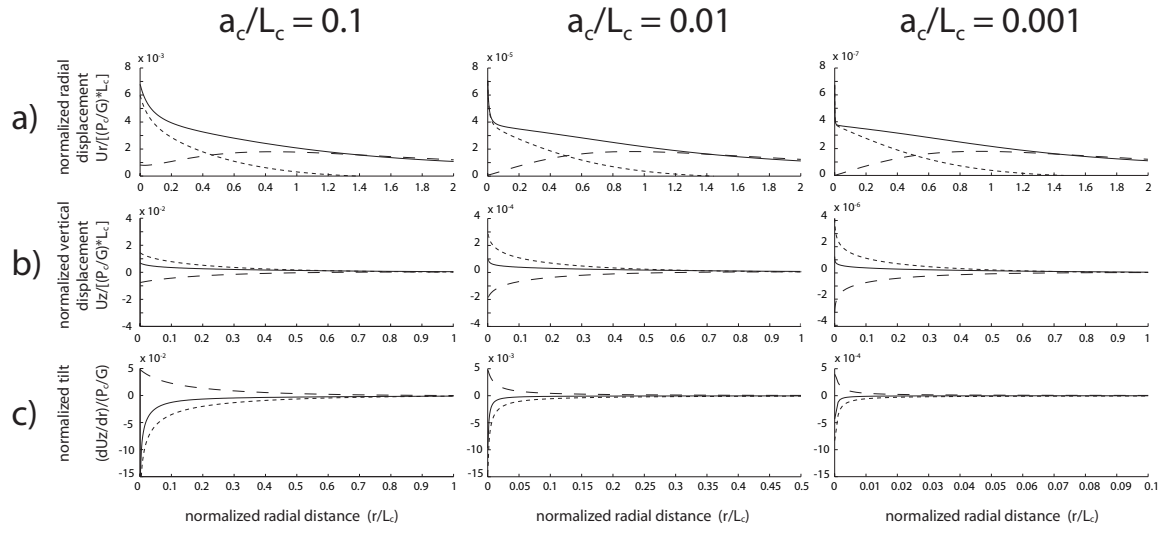


Figure 2

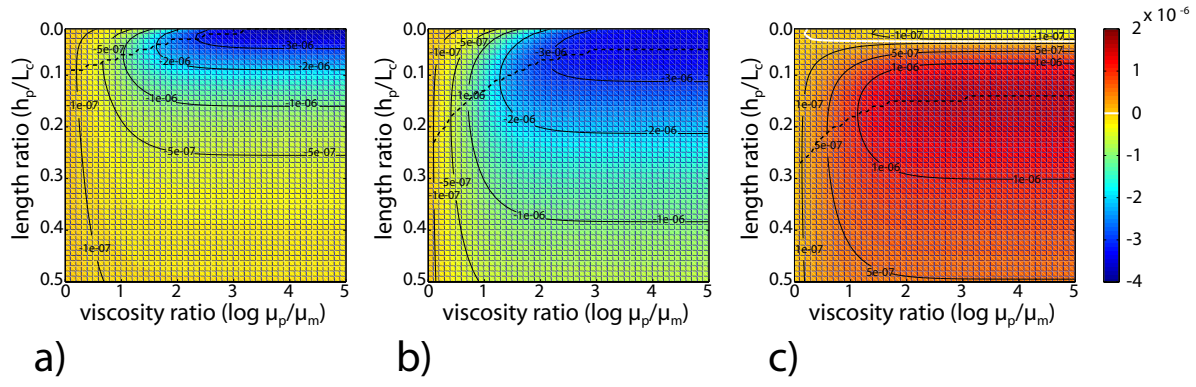


Figure 3

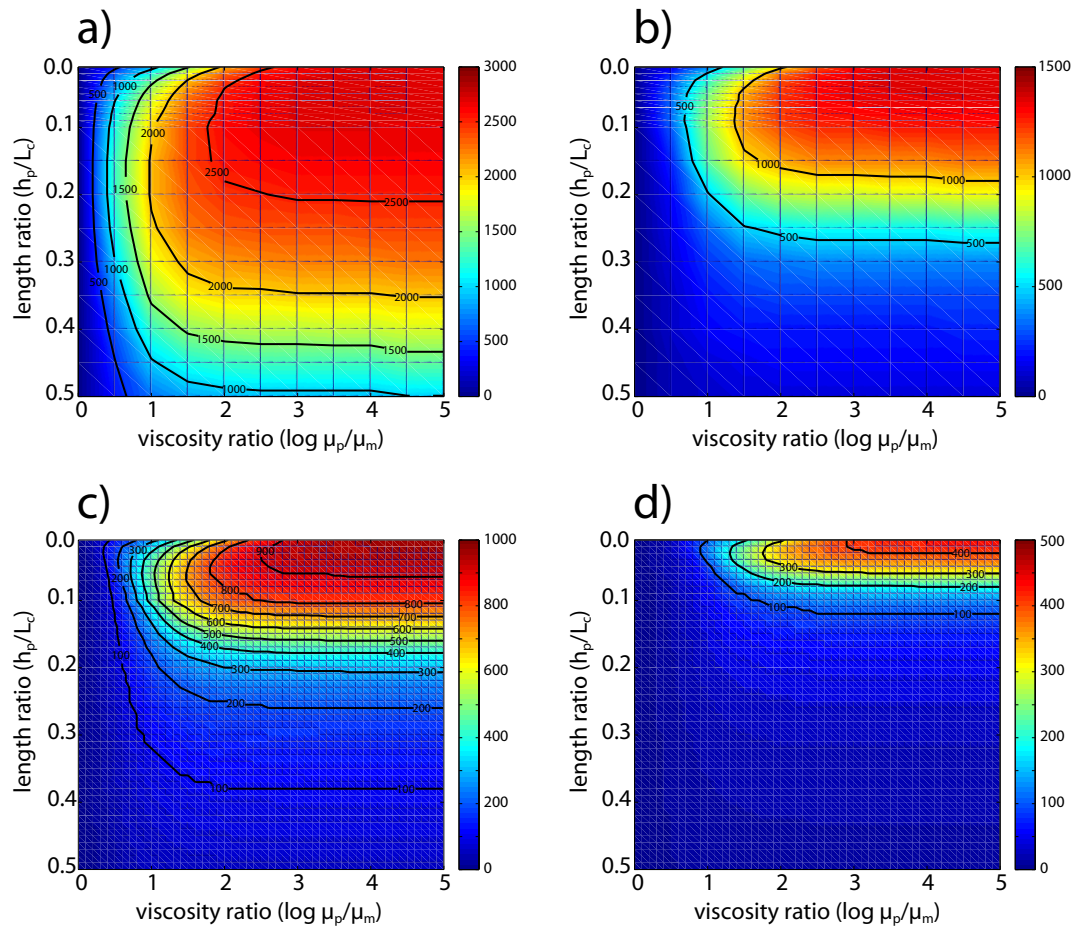
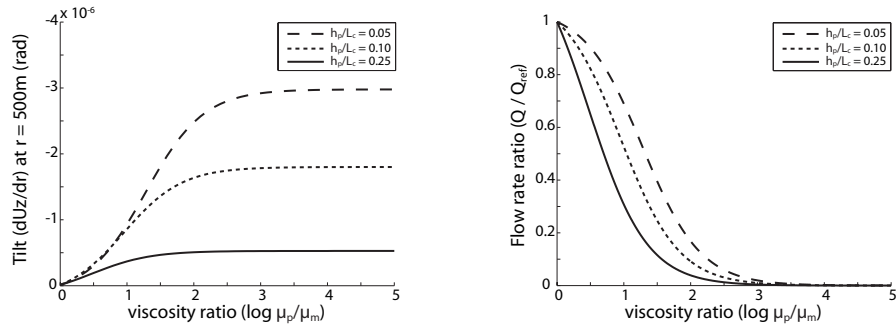


Figure 4

a) Upper magma viscosity increase



b) Plug thickness increase

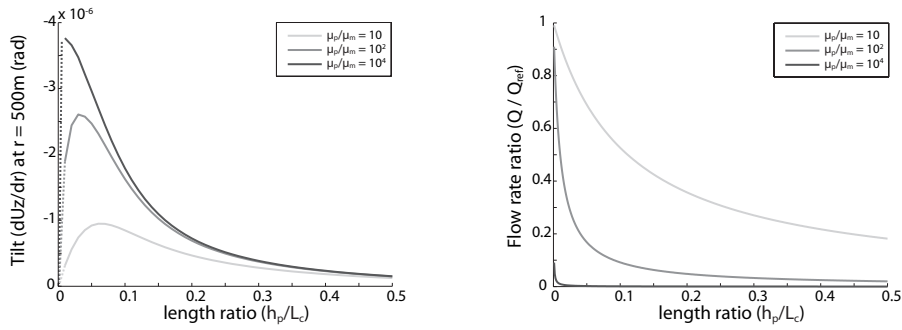


Figure 5

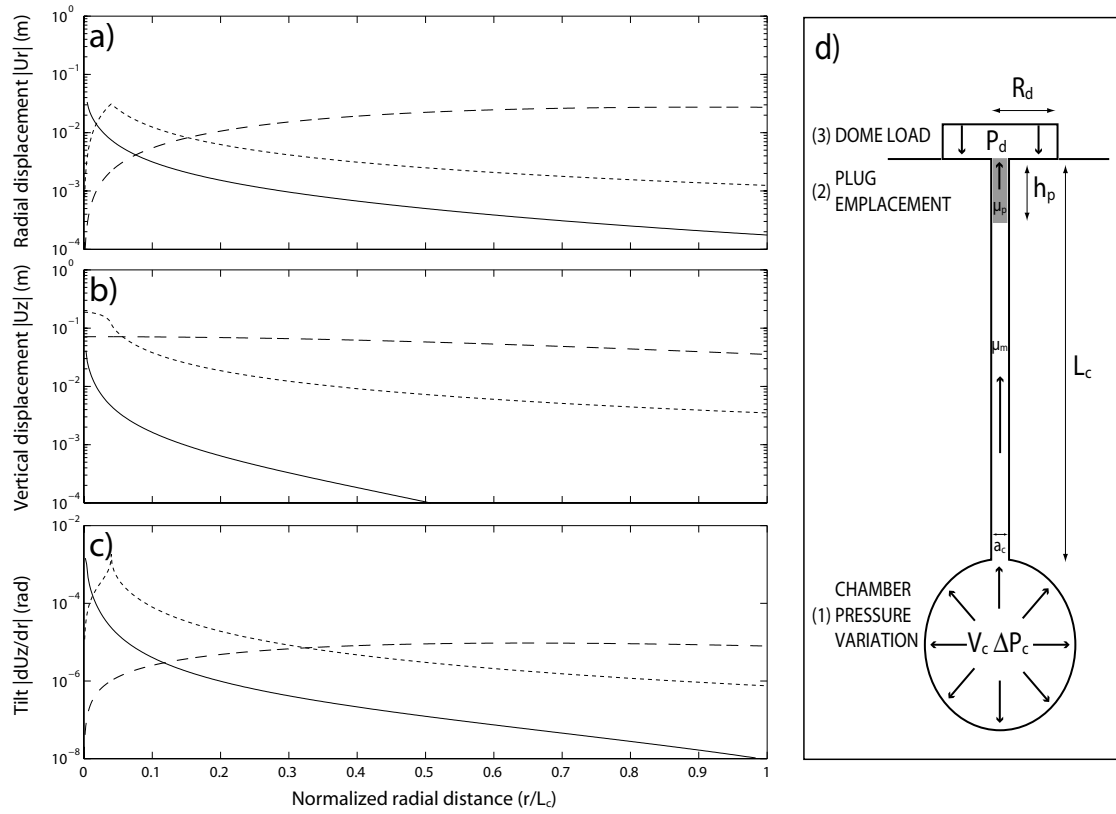


Figure 6

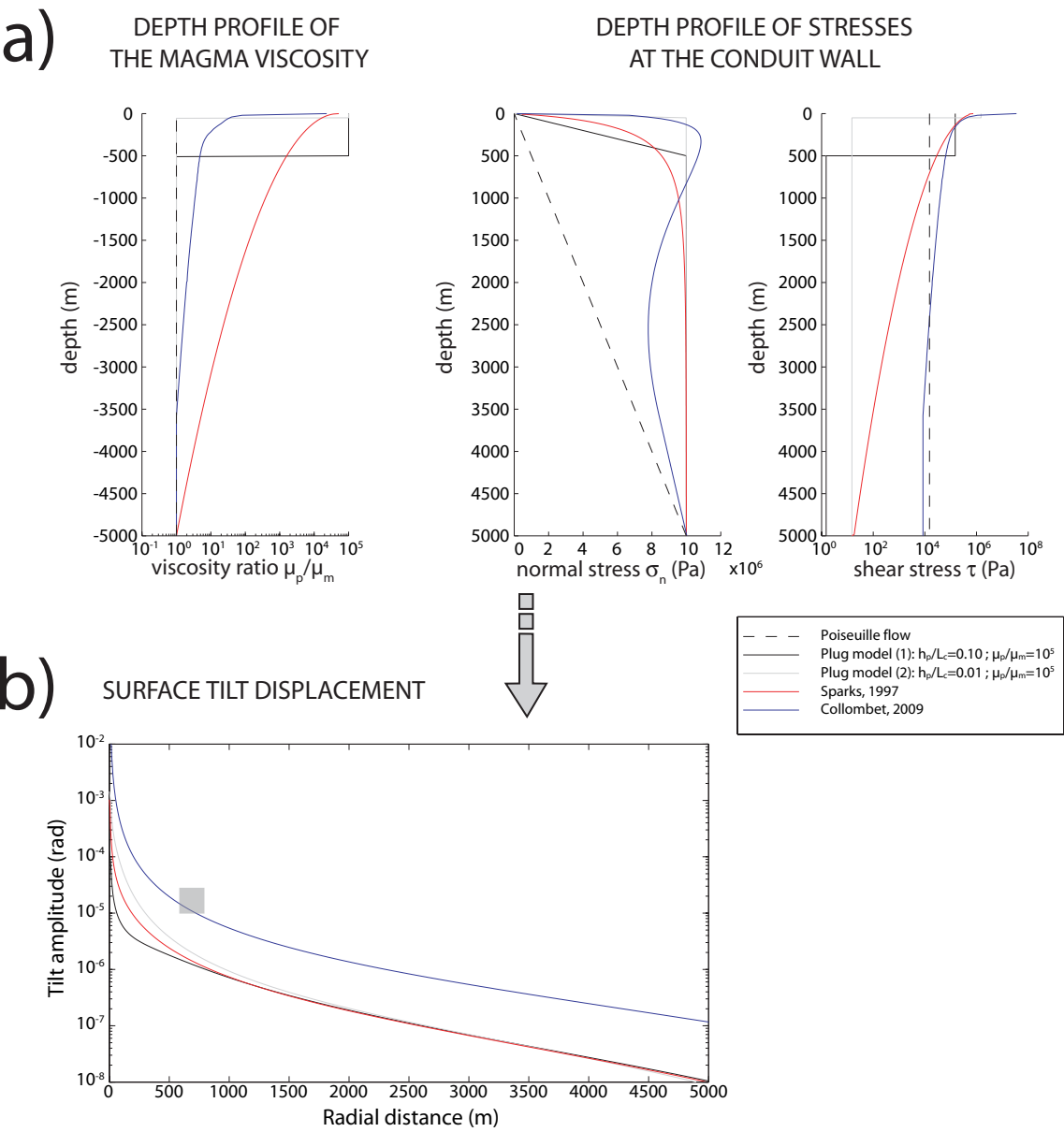


Figure 7

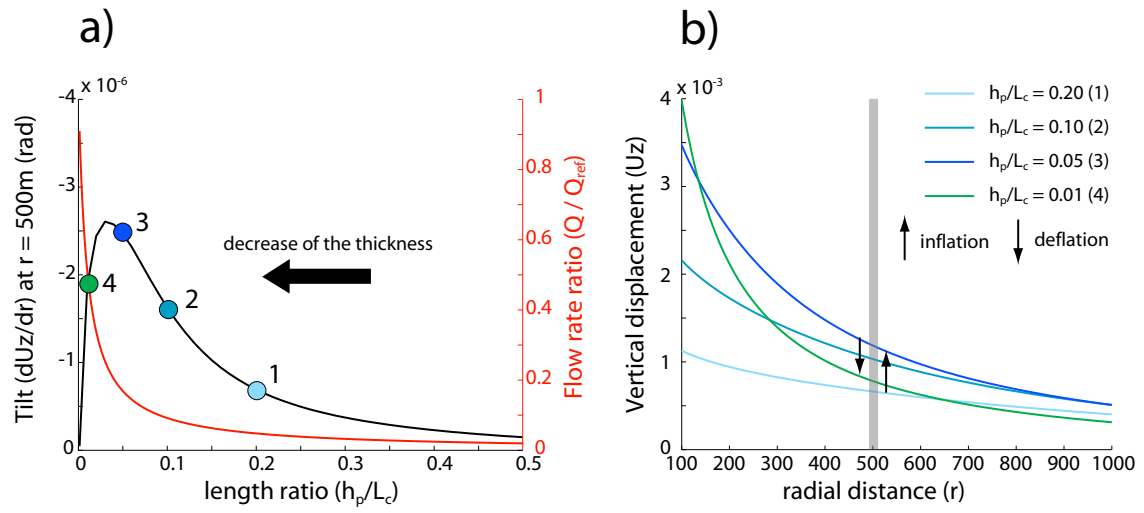


Figure 8

CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES

Nos modèles numériques ont permis d'apporter de nouvelles contraintes sur les mécanismes de couplage entre le magma et l'encaissant.

Le **Chapitre 1** a détaillé l'influence de perturbations de contraintes en surface sur la pression magmatique du réservoir. Un évènement de décharge provoque une décompression du réservoir ainsi que de fortes perturbations de contraintes à la paroi. Pourtant, cette modification de la dynamique du système magmatique aura peu d'effet sur la déformation en surface. Seuls les changements de la contrainte de Coulomb et la sismicité associée seront fortement influencés par ce couplage. Ainsi, l'étude détaillée de la sismicité associée à des phénomènes récurrents extérieurs à l'activité volcanique, comme les variations d'une charge glaciaire, peut éclairer la présence ou non d'un réservoir magmatique en profondeur et dans une moindre mesure son état de pressurisation. Cela passera par l'amélioration des localisations des évènements sismiques et par une meilleure connaissance des plans de fractures en profondeur.

Le **Chapitre 2** s'est intéressé aux conditions de rupture des réservoirs magmatiques pour ces mêmes évènements de surface. Nos travaux ont quantifié l'effet des perturbations de contraintes sur l'initiation d'intrusions magmatiques depuis le réservoir. Ils ont démontré que les perturbations peuvent favoriser le transport de magma depuis le réservoir, sous conditions que les réservoirs possèdent une forme sphérique ou oblate et que les magmas

contenus soient fortement compressibles. De précédentes études avaient montré les interactions mécaniques entre des événements sismiques et le système magmatique. Nos modèles ont démontré, à travers l'exemple de volcans Islandais sous-glaciaires, que des phénomènes extérieurs à l'activité volcanique comme la vidange d'un lac sous-glaciaire (jökulhlaup) au Grímsvötn ou la réduction de la charge glaciaire au Katla peuvent déclencher l'activité volcanique. Ce mécanisme de déclenchement nécessite cependant que l'état du réservoir magmatique soit proche de son état de rupture. Une des perspectives serait de poursuivre l'étude des interactions mécaniques entre les variations de charge glaciaire et l'activité volcanique en l'Islande, en se focalisant sur le phénomène de déglaciation à long-terme lié au réchauffement climatique mondial. Cette étude nécessiterait le développement de modèles mécaniques visco-élastiques, prenant en compte la relaxation du manteau causée par l'action des contraintes.

Le **Chapitre 3** a été consacré à l'étude de la déformation de l'encaissant suite aux modifications de rhéologie du magma lors de son écoulement dans les conduits volcaniques. Les modèles proposés ont montré les conséquences de la mise en place d'un plug sur le champ de déplacement en surface et sur le flux de magma. La suite à donner serait de poursuivre notre effort dans la complexification des modèles, en développant la partie fluide notamment avec des écoulements compressibles dynamiques comme ceux proposés par Collombet (2009). Dans le futur, la mise en relation de nos modèles de plugs avec la sismicité pourra être envisagée. Comme il l'a été discuté, une sismicité associée à des événements de basse fréquence est souvent présente sur les volcans andésitiques (Voight et al., 1998; Arciniega-Ceballos et al., 2003; Iverson et al., 2006). De nombreux modèles tentent de corréler les variations de cette sismicité à l'écoulement de fluide dans les conduits volcaniques. Cependant, les mécanismes physiques proposés pour expliquer ces événements sismiques sont nombreux et encore largement débattus (Chouet, 1996; Denlinger & Hoblitt, 1999; Goto, 1999; Neuberg et al., 2006; Tuffen et al., 2008; Lavallée et al., 2008).

Bibliographie

- Alfaro, R., Brandsdóttir, B., Rowlands, D., White, R., & Gudmundsson, M. T., 2007. Structure of the Grimsvötn central volcano under the Vatnajökull icecap, Iceland, *Geophys. J. Int.*, **168**, 863–876.
- Alvarado, G., 2003. *Estabilidad del cono y comportamiento de la fundación debido al crecimiento del edificio volcánico del Arenal (Costa Rica)*, Ph.D. thesis, Escuela de Geología, University of Costa Rica.
- Amelung, F., Yun, S.-H., Walter, T., Segall, P., & Kim, S.-W., 2007. Stress Control of Deep Rift Intrusion at Mauna Loa Volcano, Hawaii, *Science*, **316**, 1026–1030.
- Anderson, E., 1936. The dynamics of the formation of cone sheets, ring-dykes and cauldron subsidences, *R. Soc. Edinburgh Proc.*, **56**, 128–163.
- Anderson, E., 1951. *The Dynamics of Faulting and Dyke Formation*, Oliver and Boyd.
- Arciniega-Ceballos, A., Chouet, B., & Dawson, P., 2003. Long-period events and tremor at Popocatepetl volcano (1994-2000) and their broadband characteristics, *Bull. Volcanol.*, **65**, 124–135.
- Árnadóttir, T., Jonsson, S., Pedersen, R., & Gudmundsson, G., 2003. Coulomb stress changes in the South Iceland Seismic Zone due to two large earthquakes in June 2000, *Geophys. Res. Letters*, **30**, 1205.
- Barmin, A., Melnik, O., & Sparks, R., 2002. Periodic behavior in lava dome eruptions, *Earth Planet. Sci. Lett.*, **199**, 173–184.

-
- Berthier, E., Björnsson, H., Pálsson, F., Feigl, K., Llubes, M., & Rémy, F., 2006. The level of the Grimsvötn subglacial lake, Vatnajökull, Iceland, monitored with SPOT5 images, *Earth Planet. Sci. Lett.*, **243**, 293–302.
- Björnsson, H., 2002. Subglacial lakes and jökulhlaups in Iceland, *Glob. Planet. Change*, **35**, 255–271.
- Björnsson, H. & Einarsson, P., 1990. Volcanoes beneath Vatnajökull, Iceland : Evidence from radio echo-sounding, earthquake and jökulhlaups, *Jökull*, **40**, 147–168.
- Björnsson, H. & Gudmundsson, M. T., 1993. Variations in the thermal output of the subglacial Grímsvötn caldera, Iceland, *Geophys. Res. Letters*, **20**(19), 2127–2130.
- Björnsson, H., Pálsson, F., & Gudmundsson, M. T., 2000. Surface and bedrock topography of the Mýrdalsjökull ice cap, Iceland, *Jökull*, **49**, 29–45.
- Blake, S., 1981. Volcanism and the dynamics of open magma chambers, *Nature*, **289**, 783–785.
- Blundy, J. & Cashman, K., 2005. Rapid decompression-driven crystallisation recorded by melt inclusions from Mount St. Helens volcano, *Geology*, **33**, 793–796.
- Bollinger, L., Perrier, F., Avouac, J.-P., Sapkota, S., Gautam, U., & Tiwari, D., 2007. Seasonal modulation of seismicity in the Himalaya of Nepal, *Geophys. Res. Letters*, **34**, L08304.
- Bonaccorso, A. & Davis, P., 1999. Models of ground deformation from vertical conduits with application to eruptions of Mount St. Helens and Mount Etna, *J. Geophys. Res.*, **104**(B5), 10531–10542.
- Brodsky, E., Sturtevant, B., & Kanamori, H., 1998. Earthquakes, volcanoes, and rectified diffusion, *J. Geophys. Res.*, **103**, 23827–23838.
- Cashman, K. & Blundy, J., 2000. Degassing and crystallization of ascending andesite and dacite, *Phil. Trans. R. Soc. Lond. A*, **358**, 1487–1513.

-
- Cayol, V. & Cornet, F., 1998. Effects of topography on the interpretation of the deformation field of prominent volcanoes - Application to Etna, *Geophys. Res. Letters*, **25**, 1979–1982.
- Chadwick, W. & Dieterich, J., 1995. Mechanical modeling of circumferential and radial dike intrusion on Galapagos volcanoes, *J. Volcanol. Geotherm. Res.*, **66**, 37–52.
- Chadwick, W., Archuleta, R., & Swanson, D., 1988. The Mechanics of Ground Deformation Precursory to Dome-Building Extrusions at Mount St. Helens 1981-1982, *J. Geophys. Res.*, **93**(B5), 4351–4366.
- Charbonnier, S. & Gertisser, R., 2009. Numerical simulations of block-and-ash flows using the Titan2D flow model : examples from the 2006 eruption of Merapi Volcano, Java, Indonesia, *Bull. Volcanol.*, **71**, 953–959.
- Chouet, B., 1996. Long-period volcano seismicity : its source and use in eruption forecasting, *Nature*, **380**, 309–316.
- Collier, L. & Neuberg, J., 2006. Incorporating seismic observations into 2D conduit flow modeling, *J. Volcanol. Geotherm. Res.*, **152**, 331–346.
- Collombet, M., 2009. Two-dimensional gas loss for silicic magma flows : toward more realistic numerical models, *Geophys. J. Int.*, **177**, 309–318.
- Costa, A., Melnik, O., & Sparks, R., 2007a. Controls of conduit geometry and wallrock elasticity on lava dome eruptions, *EPSL*, **260**, 137–151.
- Costa, A., Melnik, O., Sparks, R., & Voight, B., 2007b. Control of magma flow in dykes on cyclic lava dome extrusion, *Geophys. Res. Letters*, **34**, L02303.
- Dahm, T., 2000. Numerical simulations of the propagation path and the arrest of fluid-filled fractures in the Earth, *Geophys. J. Int.*, **141**, 623–638.
- Delaney, P. & McTigue, D., 1994. Volume of magma accumulation or withdrawal estimated from surface uplift or subsidence, with application to the 1960 collapse of Kilauea Volcano, *Bull. Volcanol.*, **56**, 417–424.

-
- Denlinger, R. & Hoblitt, R., 1999. Cyclic eruptive behavior of silicic volcanoes, *Geology*, **27**(5), 459–462.
- Dieterich, J. & Decker, R., 1975. Finite Element Modeling of Surface Deformation Associated With Volcanism, *J. Geophys. Res.*, **80**, 4094–4102.
- Diller, K., Clarke, A., Voight, B., & Neri, A., 2006. Mechanisms of conduit plug formation : Implications for vulcanian explosions, *Geophys. Res. Letters*, **33**.
- Dvorak, J. & Dzurisin, D., 1993. Variations in magma supply rate at Kilauea volcano, Hawai \tilde{A} –, *J. Geophys. Res.*, **98**, 22255–22268.
- Dzurisin, D., Westphal, J., & Johnson, D., 1983. Eruptions prediction aided by electronic tiltmeters data at Mount St. Helens, *Science*, **221**, 1381–1382.
- Eichelberger, J., Carrigan, C., Westrich, H., & Price, R., 1986. Non explosive silicic volcanism, *Nature*, **323**, 598–605.
- Einarsson, P. & Brandsdóttir, B., 2000. Earthquakes in the Mýrdalsjökull area, Iceland, 1978-1985 : Seasonal correlation and connection with volcanoes, *Jökull*, **49**, 59–73.
- Evans, J. & Zucca, J., 1988. Active high resolution seismic tomography of compresional wave velocity and attenuation structure at Medicine Lake volcano, northern California Cascade range, *J. Geophys. Res.*, **93**, 15016–15036.
- Feuillet, N., Cocco, M., Musumeci, C., & Nostro, C., 2006. Stress interaction between seismic and volcanic activity at Mt Etna, *Geophys. J. Int.*, **164**, 697–718.
- Fialko, Y., Khazan, Y., & Simons, M., 2001. Deformation due to a pressurized horizontal circular crack in an elastic half-space, with applications to volcano geodesy, *Geophys. J. Int.*, **146**, 181–190.
- Fuji, T. & Kushiro, I., 1977. Density viscosity and compressibility of basaltic liquid at high pressures, in *Annual Report of the Director 1976-1977*, pp. 419–424, Geophys Lab Carnegie Ins.

-
- Goto, A., 1999. A new model for volcanic earthquake at Unzen Volcano : melt rupture model, *Geophys. Res. Letters*, **26**(16), 2541–2544.
- Green, D., Neuberg, J., & Cayol, V., 2006. Shear stress along the conduit wall as a plausible source of tilt at Soufrière Hills volcano, Montserrat, *Geophys. Res. Letters*, **33**, L10306.
- Gudmundsson, A., 1986. Mechanical aspects of postglacial volcanism and tectonics of the of Reykjanes peninsula, Southwest Iceland, *J. Geophys. Res.*, **91**, 12,711–12721.
- Gudmundsson, A., 1988. Effect of tensile stress concentration around magma chambers on intrusion and extrusion frequencies, *J. Volcanol. Geotherm. Res.*, **35**, 179–194.
- Gudmundsson, A., 1998. Magma chambers modeled as cavities explain the formation of rift zone central volcanoes and their eruption and intrusion statistics, *J. Geophys. Res.*, **103**, 7401–7412.
- Gudmundsson, A., 2002. Emplacement and arrest of sheets and dykes in central volcanoes, *J. Volcanol. Geotherm. Res.*, **116**, 279–298.
- Gudmundsson, M. T., Björnsson, H., & Pálsson, F., 1995. Changes in jökulhlaup sizes in Grimsvötn, Vatnajökull, Iceland, 1934-91, deduced from in-situ measurements of subglacial lake volume, *J. of Glaciology*, **41**(138), 263–272.
- Gudmundsson, M. T., Högnadóttir, T., Kristinsson, A., & Gudbjörnsson, S., 2007. Geothermal activity in the subglacial Katla caldera, Iceland, 1999-2005, studied with radar altimetry, *Ann. Glaciol.*, **45**, 66–72.
- Gudmundsson, M. T., Pedersen, R., Vogfjörð, K., Thorbjarnardóttir, B., Jakobsdóttir, S., & Roberts, M., 2010. Eruptions of Eyjafjallajökull Volcano, Iceland, *EOS Trans. Am. Geophysical Union*, **91**(21).
- Gudmundsson, O., Brandsdóttir, B., Menke, W., & Sigvaldason, E., 1994. The crustal magma chamber of the Katla volcano in south Iceland revealed by 2-D seismic under-shooting, *Geophys. J. Int.*, **119**, 277–296.

-
- Harris, R., 1998. Introduction to special : Stress triggers, stress shadows, and implications for seismic hazard, *J. Geophys. Res.*, **103**(B10), 24347–24358.
- Hautmann, S., Gottsmann, J., Sparks, R., Costa, A., Melnik, O., & Voight, B., 2009. Modelling ground deformation caused by oscillating overpressure in a dyke conduit at Soufrière Hills Volcano, Montserrat, *Tectonophysics*, **471**, 87–95.
- Heffter, J. & Stunder, B., 1993. Volcanic ash forecast and dispersion (vaftad) model, *Weath. Forecast.*, **8**, 533–541.
- Heiken, G., 1988. Fracture fillings and intrusive pyroclasts, Inyo domes, California, *J. Geophys. Res.*, **93**, 4335–4350.
- Heki, K., 2003. Snow load and seasonal variation of earthquake occurrence in Japan, *Earth Planet. Sci. Lett.*, **207**, 159–164.
- Hess, K.-U. & Dingwell, D., 1996. Viscosities of hydrous leucogranitic melts : A non-Arrhenian model, *American Mineralogist*, **81**, 1297–1300.
- Hildreth, W. & Lanphere, M., 1994. Potassium-argon geochronology of a basalt-andesite-dacite arc system : the Mount Adams volcanic field, Cascade Range of southern Washington, *Geol. Soc. Am. Bull.*, **106**, 1413–1429.
- Huppert, H. & Woods, A., 2002. The role of volatiles in magma chamber dynamics, *Nature*, **420**, 493–495.
- Hurwitz, D., Long, S., & Grosfils, E., 2009. The characteristics of magma reservoir failure beneath a volcanic edifice, *J. Volcanol. Geotherm. Res.*, **188**.
- Huybers, P. & Langmuir, C., 2009. Feedback between deglaciation, volcanism, and atmospheric CO₂, *Earth Planet. Sci. Lett.*, **286**, 479–491.
- Iverson, R., Dzurisin, D., Gardner, C., Gerlach, T., NewAuthor4, Lisowski, M., Major, J., Malone, S., Messerich, J., Moran, S., Pallister, J., Qamar, A., Schilling, S., & Vallance, J., 2006. Dynamics of seismogenic volcanic extrusion at Mount St Helens in 2004–05, *Nature*, **444**, 439–443.

-
- Iyern, H., 1984. Geophysical evidence for the locations, shapes and sizes, and internal structures of magma chambers beneath regions of Quaternary volcanism, *Phil. Trans. R. Soc. Lond. A*, **310**, 473–510.
- Jaeger, J. & Cook, N., 1969. *Fundamentals of Rock Mechanics*, Methuen, New York.
- Jaupart, C., 1996. Physical models of volcanic eruptions, *Chem. Geol.*, **128**, 217–227.
- Jaupart, C. & Allegre, C., 1991. Gas content, eruption rate and instabilities of eruption regime in silicic volcanoes, *Earth Planet. Sci. Lett.*, **102**, 413–429.
- Jeffery, G., 1920. Plane Stress and Plane Strain in Bipolar Co-Ordinates, *Trans. R. Soc. London*, **221**, 265–293.
- Jellinek, A., Manga, M., & Saar, M., 2004. Did melting glaciers cause volcanic eruptions in eastern California? Probing the mechanics of dike formation, *J. Geophys. Res.*, **109**, B09206.
- Johnson, D., Sigmundsson, F., & Delaney, P., 2000. Comment on “Volume of magma accumulation or withdrawal estimated from surface uplift or subsidence, with application to the 1960 collapse of Kilauea Volcano” by P.T. Delaney and D.F. McTigue, *Bull. Volcanol.*, **61**, 491–493.
- Johnston, M. & Mauk, F., 1972. Earth tides and the triggering of eruptions from Mount Stromboli, Italy, *Nature*, **239**, 266–267.
- Jull, M. & McKenzie, D., 1996. The effect of deglaciation on mantle melting beneath Iceland, *J. Geophys. Res.*, **101**, 21815–21828.
- Kervyn, M., Ernst, G., van Wryk de Vries, B., Mathieu, L., & Jacobs, P., 2009. Volcano load control on dyke propagation and vent distribution : insights from analogue modeling, *J. Volcanol. Geotherm. Res.*, **114**.
- King, G., 2007. *Fault Interaction, Earthquake Stress Changes and the Evolution of Seismicity*, vol. 4, Elsevier, Gerald Schulbert edn.

-
- King, G., Stein, R., & Lin, J., 1994. Static stress changes and the triggering of earthquakes, *Bull. Seismol. Soc. Am.*, **84**, 935–953.
- Larsen, G., 2000. Holocene eruptions within the Katla volcanic system, south Iceland : Characteristics and environmental impact, *Jökull*, **49**, 1–28.
- Lavallée, Y., Meredith, P., Dingwell, D., Hess, K.-U., Wassermann, J., Cordonnier, B., Gerik, A., & Kruhl, J., 2008. Seismogenic lavas and explosive eruption forecasting, *Nature*, **453**, 507–509.
- Lejeune, A. & Richet, P., 1995. Rheology of crystal-bearing silicate melts : An experimental study at high viscosities, *J. Geophys. Res.*, **100**(B3), 4215–4229.
- Lensky, N., Sparks, R., Navon, O., & Lyakhovsky, V., 2008. Cyclic activity at Soufrière Hills Volcano, Montserrat : degassing-induced pressurization and stick-slip extrusion, in *Fluid Motions in Volcanic Conduits : A Source of Seismic and Acoustic Signals*, vol. 307, pp. 169–188, Lane, S.J. & Gilbert, J.S., London, Geological Society edn.
- Lister, J. & Kerr, R., 1991. Fluid-Mechanical models of crack propagation and their application to magma transport in dikes, *J. Geophys. Res.*, **96**, 10049–10077.
- Long, S. & Grosfils, E., 2009. Modeling the effect of layered volcanic material on magma reservoir failure and associated deformation, with application to Long Valley caldera, California, *J. Volcanol. Geotherm. Res.*, **186**, 349–360.
- Manconi, A., Walter, T. R., & Amelung, F., 2007. Effects of mechanical layering on volcano deformation, *Geophys. J. Int.*, **170**, 952–958.
- Manconi, A., Longpré, M.-A., Walter, T., Troll, V., & Hansteen, T., 2009. The effects of flank collapses on volcano plumbing systems, *Geology*, **37**(12), 1099–1102.
- Manga, M. & Brodsky, E., 2006. Seismic triggering of eruptions in the far field : Volcanoes and geysers, *Ann. Rev. Earth Planet. Sci.*, **34**, 263–291.
- Marsh, B., 1989. Magma chambers, *Ann. Rev. Earth Planet. Sci.*, **17**, 439–474.

-
- Marti, J. & Geyer, A., 2009. Central vs flank eruptions at Teide-Pico Viejo twin strato-volcanoes (Tenerife, Canary Islands), *jvgr*, **181**, 47–60.
- Massol, H. & Jaupart, C., 1999. The generation of gas overpressure in volcanic eruptions, *Earth Planet. Sci. Lett.*, **166**, 57–70.
- Massol, H., Jaupart, C., & Pepper, D., 2001. Ascent and decompression of viscous vesicular magma in a volcanic conduit, *J. Geophys. Res.*, **106**, 16,223–16,240.
- Massonnet, D. & Feigl, K., 1998. Radar interferometry and its application to changes in the Earth's surface, *Rev. Geophys.*, **36**, 441–500.
- Mattioli, G., Dixon, T., Farina, F., Howell, E., Jansma, P., & Smith, A., 1998. GPS measurement of surface deformation around Soufriere Hills volcano, Montserrat from October 1995 to July 1996, *Geophys. Res. Letters*, **25**(18), 3417–3420.
- McGarr, A., 1988. On the state of lithospheric stress in the absence of applied tectonic forces, *J. Geophys. Res.*, **93**, 13609–13617.
- McGuire, W., Howard, R., Firth, C., Solow, A., Pullen, A., Saunders, S., Stewart, I., & Vita-Finzi, C., 1997. Correlation between rate of sea level and frequency of explosive volcanism in the Mediterranean, *Nature*, **389**, 473–476.
- McLeod, P. & Tait, S., 1999. The growth of dykes from magma chambers, *J. Volcanol. Geotherm. Res.*, **92**, 231–246.
- McTigue, D., 1987. Elastic Stress and Deformation Near a Finite Spherical Magma Body : Resolution of the Point Source Paradox, *J. Geophys. Res.*, **92**(B12), 12931–12940.
- Melnik, O. & Sparks, R., 1999. Nonlinear dynamics of lava dome extrusion, *Nature*, **402**, 37–41.
- Melnik, O. & Sparks, R., 2002. *Dynamics of magma ascent and lava extrusion at Soufrière Hills Volcano, Montserrat*, vol. 21 of **The Eruption of Soufrière Hills Volcano, Montserrat, from 1995 to 1999**, pp. 153–171, Geological Society of London.

-
- Melnik, O. & Sparks, R., 2005. Controls on conduit magma flow dynamics during lava dome building eruptions, *J. Geophys. Res.*, **110**(B02209).
- Mogi, K., 1958. Relations between the eruptions of various volcanoes and the deformation of the ground surfaces around them, *Bull. Earthquake Res. Inst., Univ. Tokyo*, **36**, 99–134.
- Mora, M., Lesage, P., Albino, F., Soto, G., Alvarado, G., & Dorta, D., submitted. Deformation induced by the 1968-present lava field of Arenal volcano (Costa Rica) from 1986 to 2000, *Submitted to J. Volcanol. Geotherm. Res.*.
- Muller, J., Ito, G., & Martel, S., 2001. Effects of volcano loading on dike propagation in an elastic half-space, *J. Geophys. Res.*, **106**, 11101–11113.
- Neuberg, J., 2000. External modulation of volcanic activity, *Geophys. J. Int.*, **142**, 232–240.
- Neuberg, J., Tuffen, H., Collier, L., Green, D., Powell, T., & Dingwell, D., 2006. The trigger mechanism of low-frequency earthquakes on Montserrat, *jvgr*, **153**, 153.
- Nishimura, T., 2009. Ground deformation caused by magma ascent in an open conduit, *J. Volcanol. Geotherm. Res.*, **187**, 178–192.
- Oddsson, B., 2007. *The Grímsvötn Eruption in 2004 : Dispersal and Total Mass of Tephra and Comparison with Plume Transport Models*, Ph.D. thesis, University of Iceland.
- Ongaro, T., Cavazzoni, C., Erbacci, G., Neri, A., & Salvetti, M., 2007. A parallel multi-phase flow code for the 3D simulation of explosive volcanic eruptions, *Parallel Computing*, **33**, 541–560.
- Pagli, C. & Sigmundsson, F., 2008. Will present glacier retreat increase volcanic activity? Stress induced by recent glacier retreat and its effect on magmatism at the Vatnajökull ice cap, Iceland, *Geophys. Res. Letters*, **35**, L09304.

-
- Parfitt, E. A., Wilson, L., & Head, J. W., 1993. Basaltic magma reservoirs : factors controlling their rupture characteristics and evolution, *J. Volcanol. Geotherm. Res.*, **55**, 1–14.
- Pinel, V. & Jaupart, C., 2000. The effect of edifice load on magma ascent beneath a volcano, *Phil. Trans. R. Soc. Lond. A*, **358**, 1515–1532.
- Pinel, V. & Jaupart, C., 2003. Magma chamber behaviour beneath a volcanic edifice, *J. Geophys. Res.*, **108**, 2072.
- Pinel, V. & Jaupart, C., 2005. Some consequences of volcanic edifice destruction for eruption conditions, *J. Volcanol. Geotherm. Res.*, **145**, 68–80.
- Pinel, V., Sigmundsson, F., Geirsson, H., Einarsson, P., Gudmundsson, M. T., & Högnadóttir, T., 2007. Discriminating volcano deformation due to magma movements and variable surface loads : application to katla subglacial volcano, iceland, *Geophys. J. Int.*, **169**, 325–338.
- Pinel, V., Jaupart, C., & Albino, F., 2010. On the relationship between cycles of eruptive activity and growth of a volcanic edifice, *J. Volcanol. Geotherm. Res.*, **194**, 150–164.
- Pollard, D., 1987. Elementary fracture mechanics applied to the structural interpretation of dykes, in *Mafic Dyke Swarms*, vol. 34, pp. 5–24, eds Halls, H. & Fahrig, W., Geol. Assoc. Can. Spec. Pap.
- Richet, P., Lejeune, A., Holtz, F., & Roux, J., 1996. Water and the viscosity of andesite melts, *Chem. Geol.*, **128**, 185–197.
- Roberts, J., 1970. *The intrusion of magma into brittle rocks*, vol. 2 of **Mechanisms of Igneous Intrusion**, pp. 287–338, Gallery Press, Liverpool.
- Roman, D. C., 2005. Numerical models of volcanotectonic earthquake triggering on non-ideally oriented faults, *Geophys. Res. Letters*, **32**.
- Rubin, A., 1993. Tensile fracture of rock at high confining pressure : implications for dyke propagation, *J. Geophys. Res.*, **98**(B9), 15919–15935.

-
- Rubin, A., 1995. Propagation of magma-filled cracks, *Ann. Rev. Earth Planet. Sci.*, **23**, 287–336.
- Rubin, A. & Pollard, D., 1987. Origins of blade-like dikes in volcanic rift zones, *U.S. Geol. Surf. Prof. Pap.*, **1350**, 1149–1470.
- Saar, M. & Manga, M., 2003. Seismicity induced by seasonal groundwater recharge at Mt. Hood, Oregon, *Earth Planet. Sci. Lett.*, **214**, 605–618.
- Sahagian, D. & Proussevitch, A., 1992. Bubbles in volcanic systems, *Nature*, **359**, 485.
- Sammis, C. & Julian, B., 1987. Fracture instabilities accompanying dike intrusion, *J. Geophys. Res.*, **92**, 2597–2605.
- Sartoris, G., P., P. J., Philippe, C., & L., L. M. J., 1990. Mechanical Stability of shallow magma chambers, *J. Geophys. Res.*, **95**, 5141–5151.
- Scarpa, R. & Gasparini, P., 1996. *A Review of Volcano Geophysics and Volcano-Monitoring Methods*, pp. 3–22, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, Scarpa/Tilling (eds) edn.
- Searcy, C., Dean, K., & Stringer, W., 1998. Puff : A high-resolution volcanic ash tracking model, *J. Volcanol. Geotherm. Res.*, **80**, 1–16.
- Segall, P., Cervelli, P., Owen, S., Lisowski, M., & Milkus, A., 2001. Constraints on dike propagation from continuous GPS measurements, *J. Geophys. Res.*, **106**, 19301–19317.
- Shaw, H., 1963. Obsidian-H₂O Viscosities at 1000 and 2000 Bars in the Temperature Range 700° to 900°C, *J. Geophys. Res.*, **68**(23), 6337–6343.
- Sigmundsson, F., 2006. *Iceland Geodynamics, Crustal Deformation and Divergent Plate Tectonics*, Praxis Publishing - Springer Verlag.
- Sigmundsson, F. & Gudmundsson, M. T., 2004. The Grimsvötn eruption, November 2004, *Jökull*, **54**, 139–142.

-
- Sigmundsson, F., Einarsson, P., Rögnvaldsson, S., Foulger, G., Hodgkinson, K., & Thorbergsson, G., 1997. The 1994-1995 seismicity and deformation at the Hengill triple junction, Iceland : Triggering of earthquakes by minor magma injection in a zone of horizontal shear stress, *J. Geophys. Res.*, **102**(B7), 15151–15161.
- Sigmundsson, F., Pinel, V., Lund, B., Albino, F., Pagli, C., Geirsson, H., & Sturkell, E., 2010. Climate effects on volcanism : influence on magmatic systems of loading and unloading from ice mass variations, with examples from Iceland, *Phil. Trans. R. Soc. Lond. A*, **368**(1919), 2519–2534.
- Sigvaldason, G., Annertz, K., & Nilsson, M., 1992. Effect of glacier loading/deloading on volcanism : postglacial volcanic production rate of the Dyngjufjall area, central Iceland, *Bull. Volcanol.*, **54**, 385–392.
- Slezin, Y., 1983. Theoretical description of the motion of the magma in the conduit, *Vulkanol Seismol.*, **1**, 5–9.
- Soosalu, H., Jónsdóttir, K., & Einarsson, P., 2006. Seismicity crisis at the Katla volcano, Iceland-signs of a cryptodome?, *J. Volcanol. Geotherm. Res.*, **153**, 177–186.
- Sparks, R., 1997. Causes and consequences of pressurisation in lava dome eruptions, *Earth Planet. Sci. Lett.*, **150**, 177–189.
- Sparks, R., 2003. Forecasting volcanic eruptions, *Earth Planet. Sci. Lett.*, **210**, 1–15.
- Stein, R., 1999. The role of stress transfer in earthquake occurrence, *Nature*, **402**, 605–609.
- Sturkell, E., Einarsson, P., Sigmundsson, F., Hreinsdóttir, S., & Geirsson, H., 2003. Deformation of Grimsvötn volcano, Iceland : 1998 eruption and subsequent inflation, *Geophys. Res. Letters*, **30**, 1182.
- Sturkell, E., Einarsson, P., Sigmundsson, F., Geirsson, H., Ólafsson, H., Pedersen, R., Dalsen, E., Linde, A., Sacks, S., & Stefánsson, R., 2006. Volcano geodesy and magma dynamics in Iceland, *J. Volcanol. Geotherm. Res.*, **150**, 14–34.

-
- Sturkell, E., Einarsson, P., Roberts, M., Geirsson, H., Gudmundsson, M. T., Sigmundsson, F., Pinel, V., Gudmundsson, G., & Ólafsson, H., 2008. Seismic and geodetic insights into magma accumulation at Katla subglacial volcano, Iceland : 1999 to 2005, *J. Geophys. Res.*, **113**, B03212.
- Tait, S., Jaupart, C., & Vergnolle, S., 1989. Pressure, gas content and eruption periodicity of a shallow, crystallising magma chamber, *Earth Planet. Sci. Lett.*, **92**, 107–123.
- Taylor, B., Eichelberger, J., & Westrich, H., 1983. Hydrothermal isotopic evidence of rhyolitic magma degassing during shallow intrusion and eruption, *Nature*, **306**, 514–545.
- Thorarinsson, S., 1974. *The swift flowing rivers : The history of Grimsvötn jökulhlaups and eruptions.*, Menningarsjodur, Reykjavik.
- Thordarson, T. & Larsen, G., 2007. Volcanism in Iceland in historical time : Volcano types, eruption styles and eruptive history, *J. Geodyn.*, **43**, 118–152.
- Touloukian, Y. S., Judd, W. R., & Roy, R. F., 1981. *Physical properties of rocks and minerals*, Mc Graw-Hill, New-York.
- Tsuchida, E., Saito, Y., Nakahara, I., & Kodama, M., 1982. Stresses in a Semi-infinite Elastic Body Containing a Prolate Spheroidal Cavity Subjected to an Axisymmetric Pressure, *Jpn. Soc. Mech. Eng. Bull.*, **25**(204), 891–897.
- Tuffen, H., Smith, R., & Sammonds, R., 2008. Evidence for seismogenic fracture of silicic magma, *Nature*, **453**, 511–513.
- Van der Laat, R., 1996. *Ground-deformation Methods and Results*, pp. 147–168, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, Scarpa/Tilling (eds) edn.
- Vogfjörð, K., Jakobsdóttir, S., Gudmundsson, G., Roberts, M., Águstsson, K., Arason, T., Geirsson, H., Karlsdóttir, S., Hjaltadóttir, Ólafsdóttir, U., Thorbjarnardóttir, B., Skaftadóttir, T., Sturkell, E., Jónasdóttir, E., Hafsteinsson, G., Sveinbjörnsson, H.,

-
- Stefánsson, R., & Jónsson, T., 2005. Forecasting and Monitoring a Subglacial Eruption in Iceland, *EOS*, **86**(26), 245–252.
- Voight, B., Hoblitt, R., Clarke, A., Lockhart, A., Miller, A., Lynch, L., & McMahon, J., 1998. Remarkable cyclic ground deformation monitored in real-time on Montserrat, and its use in eruption forecasting, *Geophys. Res. Letters*, **25**(18), 3405–3408.
- Voight, B., Sparks, R., Miller, A., Stewart, R., Hoblitt, R., Clarke, A., Ewart, J., Aspinall, W., Baptie, B., Calder, E., Cole, P., Druitt, T., Hartford, C., Herd, R., Jackson, P., Lejeune, A., Lockhart, A., Loughlin, S., Luckett, R., Lynch, L., Norton, G., Robertson, R., Watson, I., Watts, R., & Young, S., 1999. Magma Flow Instability and Cyclic Activity at Soufriere Hills Volcano, Montserrat, British West Indies, *Science*, **283**.
- Wadge, G., 1982. Steady state volcanism : evidence from eruption histories of polygenetic volcanoes, *J. Geophys. Res.*, **87**, 4035–4049.
- Wadge, G., Jackson, P., & Bower, S., 1998. Computer simulations of pyroclastic flows from dome collapse, *Geophys. Res. Letters*, **25**(19), 1–4.
- Wadge, G., Mattioli, G., & Herd, R., 2006. Ground deformation at Soufrière Hills Volcano, Montserrat during 1998-2000 measured by radar interferometry and GPS, *J. Volcanol. Geotherm. Res.*, **152**, 157–173.
- Walker, G., 1989. Gravitational density controls on volcanism, magma chambers and intrusions, *Australian J. Earth Science*, **36**, 149–165.
- Walsh, J. & Decker, R., 1971. Surface Deformation Associated with Volcanism, *J. Geophys. Res.*, **76**, 3291–3302.
- Walter, T. & Amelung, F., 2004. Influence of volcanic activity at Mauna Loa, Hawaii, on earthquake occurrence in the Kaoiki Seismic Zone, *Geophys. Res. Letters*, **31**.
- Walter, T. & Amelung, F., 2006. Volcano-earthquake interaction at Mauna Loa volcano, Hawaii, *J. Geophys. Res.*, **111**.

-
- Walter, T., Wang, R., Zimmer, M., Grosser, H., Lühr, B., & Ratdomopurbo, A., 2007. Volcanic activity influenced by tectonic earthquakes : Static and dynamic stress triggering at Mt. Merapi, *Geophys. Res. Letters*, **34**, L05304.
- Wanatabe, T., Koyaguchi, T., & Seno, T., 1999. Tectonic stress controls on ascent and emplacement of magmas, *J. Volcanol. Geotherm. Res.*, **91**, 65–78.
- Westrich, H., Stockman, H., & Eichelberger, J., 1988. Degassing of rhyolitic magma during ascent and emplacement, *J. Geophys. Res.*, **93**, 6503–6511.
- Wilson, L., Sparks, R., & Walker, G., 1980. Explosive volcanic eruptions - IV.. The control of magma properties and conduit geometry on eruption column behaviour, *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, **63**, 117–148.
- Woods, A., 1995. The dynamics of explosive volcanic eruptions, *Rev. Geophys.*, **63**, 117–148.
- Wylie, J., Voight, B., & Whitehead, J., 1999. Instability of Magma Flow from Volatile-Dependent Viscosity, *Science*, **285**.
- Yamashina, K., 1978. Correlations between tectonic earthquakes and volcanic activity of Izu-Oshima volcano, Japan, *toto*, **4**, 233–250.
- Yang, X.-M., Davis, P., & Dieterich, J., 1988. Deformation from inflation of a dipping finite prolate spheroid in an elastic half-space as a model for volcanic stressing, *J. Geophys. Res.*, **93**, 4249–4257.
- Yokoyama, I., 1971. A model for the crustal deformations around volcanoes, *J. Phys. Earth.*, **19**, 199.